Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

OPUSCULA
OMNIA
ACTIS ERUDITORUM
LIPSIENSIBUS
INSERTA,

QUÆ AD UNIVERSAM MATHESIM, PHYSICAM, MEDICINAM, ANATOMIAM, CHIRURGIAM, ET PHILOLOGIAM PERTINENT;

NECNON

EPITOMÆ SI QUÆ MATERIA
vel Criticis Animadverſionibus celebriores.

TOMUS TERTIUS
Ab Anno 1694. ad Annum 1700.
ET SUPPLEMENTA AD SECUNDUM DECENNIUM.



VENETIIS
MDCCXLI.
Typis JO. BAPTISTÆ PASQUALI
Superiorum permiſsu, ac Privilegio.

Digitized by Google

II

JANO PLANCO

IN SENENSI ACADEMIA

PRIMARIO

ANATOMES PROFESSORI.

TYPOGRAPHUS.

CUM Petrus Victorius, magnis propoſitis præmiis, Galliarum Regi Opera ſua dicare poſſet, maluit honorem hunc, pro illis moribus minime vulgarem, Nicolao Ardinghello homini docto & amico ſuo deferre. Scilicet non omnibus omnia con-

Digitized by Google

veniunt, ſed aliis alia. Jam ſatis intelligis, Sapientiſſime JANE, cur ego, inſtituta collectione hac ex omni litterarum & artium genere, quæ Actis Lipſienſibus continentur, viros quæſierim doctrinæ & eruditionis laude præſtantes, quorum nomine volumina ſingula ad auſpicium exornarem. Sed illud quoque vides, opinor, exeunti mihi paullo longius cogitatione, & Italicas perluſtranti Academias, non potuiſſe te non ſtatim occurrere, quem pro ſuſcepto conſilio patronum & auſpicem advocarem. Hominem quæ-

rebam,

Digitized by Google

rebam , qui inſignem aliquam naturæ cognoſcendæ operam dediſſet ; & in magna Italiæ luce ejus arcana, ſive ad Medicos uſus , ſive ad diſputandi exercitationem aperiret . Eſtne aliquis ſæculo noſtro , qui ſe tibi in hoc induſtriæ genere conferre audeat ; qui plura quæſierit, notarit , adverterit ; qui partes omnes non modo humani corporis, ſed animantium quoque ceterarum, atque adeo illorum etiam , quæ ζωόφυτα Græci dicunt, diligentius perpenderit ; verbo dicam , qui maria ſua terrasque curioſius excuſſe-

Digitized by Google

rit? Hoc conſilio inſignem naturalium rerum theſaurum domui tuæ collegiſti; ut apparatu ipſo ad ſæculi ingenium compoſito ſciendi cupidos alliceres; additis etiam ex omni antiquitate monumentis, ne quid deeſſet ad illam, quam multi requirunt, encyclopædiam. Scio, talia quædam interdum ab iis venditari, qui ſpecie fallere ſtudent, & videri malunt, quam eſſe. Sed tu quidem & editis per nos libris, & privatis publiciſque diſputationibus, & quibuscunque rebus occaſio tulit, quis quantusque eſſes, ſatis ſuperque o-

ſtendi-

Google

ſtendiſti. Proinde nihil mirum, ſi, cum Anatomicum ſtudium SENIS reſtituendum eſſet, in te unum Regii Conſilii Proceres oculos conjecerunt; teque patriæ tuæ, conditione quavis retinere conanti, pæne dixerim, eripuerunt. Verumtamen viri docti, non ſibi, nec ſuis ſolum, ſed toti humano generi ſua bona debent; complexi, qua late patet animorum commercium & ſocietas, immenſa terrarum ſpatia, quibus ſapientiæ latices effundant. Patiantur non ægrè cives tui ad alias quoque civitates ſua commoda pertinere; ſibique

ipſi

ipſi gratulentur, quod pro ſumma ſoli Ariminenſis fœcunditate dare potius debeant, quam accipere. Tu vero interim perge, ubicumque eris, Phyſicam Medicamque facultatem colere & amplificare; illudque pro certo habeas, nihil me libentius typis meis, quam tua, vel tuo judicio probata commiſſurum. Vale.

Digitized by Google

EXCERPTA
EX ACTIS ERUDITORUM
LIPSIENSIBUS
ANNI 1694.

GLANDULA NOVA LACHRYMALIS
una cum ductu excretorio in cervis & damis

A D. JOH. JACOBO HARDERO P. P. Baſileenſi

Anno proxime elapſo detecta & in binis literis ad ---- deſcripta.

TEcum communicare volui, quæ cum ſalivæ ſcrutinio, tum etiam lachrymarum in cervis fonti, ab aliquot annis intento, anatomicæ luſtrationes mihi detexerunt, Actis Veſtris, ſi meruerint, inſerenda. De lachrymis cervinis equidem in Scholiis Obſervat. obiter quædam commemoravi. Ab illo tempore, *Sereniſſimi Principis ac Domini*, *Domini Friderici Magni*, Marchion. Badenſ. & Hochbergenſ. Domini mei clementiſſimi gratioſiſſima liberalitate, capitibus cervorum cervarumque compluribus potitus, in haſce ipſas inquiſivi, & aſſervatorium ſeu mavis receptaculum ipſarum examinavi, num forte vel glanduloſæ aut poroſæ texturæ ratione, concurrente vaſorum ſanguiferorum &c. diſſeminatione, taliter eſſet extru- Act. Erud. An. 1694. M. Febr.

Act. Erud. An. 1694. M. Febr.
ctum, ut pro fonte primario commodum agnoſci poſſet. Aſt tunc temporis, præter ſubſtantiam denſam & ligamentoſam, diſtinctius nihil deprehendere potui; de qua pariter ac de muſculis in ejus ſeparatione ſatis conſpicuis, erudite jam diſſeruiſſe video, *Helvetiæ* noſtræ *Coum*, Celeberr. *Wepferum Obſ.* 118. *Ann. 6. Dec. 2. Ephemer. German.* cui incolumem ſenectutem animitus precamur. Inde magis incenſus fui ad fontem dictarum lacrymarum inquirendum: præprimis quod in oculorum cervinorum anatome glandulam reperi inſignem, amplam latamque, & ex pluribus aliis conglomeratam, ſubrubram, (ſecus ac reliquæ oculorum glandulæ) ſubſtantiæ friabilis ac mollicellæ, qua damæ gaudent pariter ac cervi, quæque ſita eſt in interiore orbita oculi, in peculiari cavitate pone muſculum oculi adducentem, occaſione cujus quid animadverterim, paucis addam. Pag. 50. Menſe Octobri proximi anni, cum denuo hanc ipſam perveſtigarem, incidi in ductum ex hac ipſa, ſub glandula vulgo, ſed male, dicta lachrymali pergentem, quem cum glandulam verſus perſequerer, ejus inſignes ramificationes, ceu totidem ductus laterales diſtincte commonſtravi, exitum autem & terminationem certo oſtendere non potui. Poſtridie hinc cum ad alterius oculi examen pergerem, ductum eundem e glandula exorientem, ſub prædicta lachrymali glandula (citra ullam cum hac communionem) progredi, & circa initium membranæ, vulgo nictitanti, ſeſe orificio ſatis conſpicuo exonerare deprehendi, ceu etiam adjectæ figuræ docent, evidentibus in confinio poris excretoriis duobus e glandula lachrymali vulgari provenientibus. Cujus rei teſtes ſunt Viri clariſſimi, & præſtantiſſimi, D. D. Eman. Konig, Acad. Cur. Soc. D. D. Stœhelinus, Dn. Koferlin, Dn. Feſſ, Dn. Spieſſius, Dn. Romberg, Dn. Weiſſ aliique Philiatri.

Inſequentibus diebus damæ capite potiti, ductum eundem, immiſſa per orificium ſeta, citra oculi exſectionem, adſtantibus demonſtravimus. Vergit iſtud orificium verſus canthum oculi interiorem, atque animali hoc pronis oculis pabulum quæritante, menſe præprimis Auguſto, quo lachrymæ cervinæ copioſiſſimæ deprehenduntur, commodum lachrymalem lympham ſtillare videtur, quæ mora in ſupra nominato receptaculo, in ejuſmodi ceruminoſam materiam concreſcit: quam conjecturam adhuc magis veriſimilem depilis crena, cantho interno proxima, in ſuperiori receptaculi parte, ceu canaliculus ſtudio extructus, efficere poſſet: ipſo vero æſtivo illo tempore, ſi Deus vitam conceſſerit, fontem hunc lachrymalem denuo luſtrabimus. De ductibus quoque ſalivalibus inferioribus aliqua jam adde-

1.5. 116

addemus. Ductus ſalivales inferiores bini ſunt, quorum alter Warthonianus, a glandula vulgo maxillari inferiori exoritur, alter vero ex ſublinguali glandula oblongiuſcula emergit, (ceu etiam Clariſſ. *Rivinus* veſter pridem notavit) uterque in vitulo peculiari oſtiolo ſive papilla ſeſe oſtendit: hoſce ipſos autem in variis animantibus varie ludere deprehendi. Enimvero circa ſalivæ fontes in cervis occupatus reperi ductum ſublinguali glandulæ communiter addictum, cum altero ſocio e glandula Warthoniana exurgente conjungi, unciæ unius circiter diſtantia ab hujus terminatione, ſine papilla ordinaria, atque uno communi oſtio ſatis patulo utrumque ſeſe exonerare: quod ipſum etiam in lupis obſervavi, in quibus ductus e glandula ſublinguali ad radicem linguæ incipiente & ad hujus medium fere pertingente emergit, hocque ipſum emenſus uncias tres circiter a papilla communi diſtantia, ſive oſtio communi, in ductum Warthonianum inſeritur, ſecus ac in cervis, in quibus *glandula ſublingualis* duplex eſſe videtur, una *antica*, *poſtica* altera; ex hac ductus ſuum ſumit exordium, indeque protenſus per glandulæ anticæ uncias tres plus minus longæ medium pergit, modoque ſupra dicto cum altero combinatur, ductulos laterales haud dubie in itinere iſthoc nactus. Cæterum *ductus Warthonianus* amplus eſt, amploque principio e glandula, vulgo maxillari, inſigni prodit, quæ cum parotide conglomerata arcte ſatis eſt connexa, immo prout repetitum in cervis examen me docuit, glandulæ parotidi ſubſternitur, opeque plurimarum intercedentium membranarum nectitur, & verſus aures expandi cernitur; ſicque connexæ hæ glandulæ ductui ſalivali utrique, *ſuperiori* nempe *glandula ſuperior* ſive *parotis conglomerata*, *inferiori* autem *glandula ſubſtrata inferior* ſive *maxillaris* originem præbent.

Act. Erud. An. 1694. M. Febr.

p. 51.

Obſervationibus autem meis de glandula lachrymali nova in cervis & damis, quas transmiſi, ſequentia adhuc dum addenda habeo. *Glandulam* in dictis animalibus a me inventam, *novam & peculiarem* eſſe, vel hinc quoque elucеſcit, quod de *illa* Authores taceant, quodque in aliis animantibus, quantum quidem ſcire datum eſt, non reperiatur, imo neque cum *glandula innominata*, neque cum *lachrymali vulgari*, quarum utraque cervi ac damæ gaudent, commercium habeat, ſed in inferiori orbitæ parte ſita, atque copioſa vaſorum ſerie inſtructa, per ductum excretorium proprium, quam ſecrevit lympham eructet, & quidem eo copioſius, quo dictas binas glandulas magnitudine multum ſuperat. Lympham hanc magna ſui parte materiæ cerùminoſæ, in receptaculis lachrymarum conten-

A 2 tæ,

Digitized by Google

Act.Erud. An. 1694. M. Febr. tæ, natales præbere, per conjecturam veriſimilem & maxime probabilem ſtatui, eo quod alius fons hactenus non fuerit detectus, forte etiam non detegetur. Neque obſtat, quod in o-
Pag. 52. vium genere ſimilia receptacula ſive ſinus videre liceat, in quibus mucoſam materiam ipſe deprehendi, quæ tamen glandula ejusmodi carent: enimvero ſinus iſti parvuli ſunt & anguſti, neque video, undenam materia hiſce commodius ſuppeditari poſſit, ſi lachrymas per crenam depilem ceu canaliculum illuc ſtillantes exceperis; glanduloſi enim in illis nihil obſervatur, præter foraminula tantillum madentia, quæ autem radices potiſſimum fovere videntur. Quodſi ergo in ſinus dictos in ovium genere lachrymarum portio aliqua extillet, quidni copia longe major in cervis &c. quam peculiaris glandula ſubminiſtrat inſuper in receptaculum amplius & robuſtum? aut aliæ demonſtrandæ erunt viæ.

Tab. I. Fig. 1. Figura I. Glandulam Cervorum & Damarum lachrymalem novam exhibet, ab oculo ſeparatam.

A. A. glandula nova lachrymalis in cervis. b b b. ductus inſignis cum ſuis lateralibus e glandula emergens. c c. ſeta in orificium hujus ductus e tunica nictatoria exiens intruſa. d d. foraminula ad glandulam lachrymalem vulgarem ducentia e e e. vaſa ſanguifera ad glandulam dictam pergentia.

Fig. 2. Figura II. Glandulam eandem cum Oculi bulbo delineat.

AA. bulbus oculi. bb. ſeta in orificium hujus ductus per tunicam nictatoriam c c c intruſa. d d. glandula lachrymalis vulgo dicta. ee. ductus e glandula nova emergens. fff. glandula lachrymalis nova ex plurimis aliis conglomerata. g g g. muſculus adducens, quo agente glandula comprimitur. h h. nervus opticus.

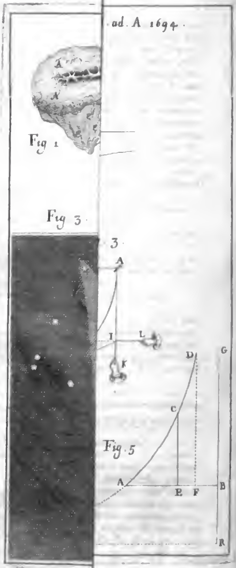
PHÆNOMENON ANNUUM VESPERTINUM,

detectum Noribergæ a G. C. Eimmarto.

Pag. 58. Exhibuimus in Actis Eruditorum A. 1683. pag. 139. Phænomeni cœleſtis a celeberrimo *Caſſino* detecti deſcriptionem. Geminum iſti videri poteſt Phænomenon a nobiliſſimo *Eimmarto* Noribergæ e ſpecula, quam inſtrumentorum apparatu inſtructiſſimam habet, continuatis multorum annorum vigiliis obſervatum, ſed nuperrime demum ſub titulo, *Uraniæ Noricæ Strena ſacra Trianguli cæleſtis*, a M. C. I. Glaſero cum Aſtro-

Digitized by Google

Digitized by Google



Digitized by Google

Aſtrophilis communicatum. Nobis digniſſimum hoc quoque viſum fuit, cujus notitia in Actis hiſce noſtris latius per Orbem Eruditum propagaretur; quem in finem & figuram exhibemus, & ipſa Eimmarti verba huc tranſcribimus. Act. Erud. An. 1694. M. Febr.

Annus jam ſextus vertitur ſupra decimum, quo Uraniæ Noricæ ſacra facientibus apparere ſolet ſpectaculum cœleſte mirandum, pauciſſimis cognitum, digniſſimum tamen, ut lux ejus tandem aperiatur in luce, & palam omnibus fiat, quibus opem DEI in ſuperioris Mundi machina incomprehenſibili, non tam ingenti puroque gaudio contuenda, quam ſolerti cura, pro modulo mortalibus conceſſo, perſcrutanda magni æſtimantur. TAB. I. Fig. 3.

Tractus eſt nimirum albicans, ipſis Kalendis Januarii primum conſpicuus, ab Horizonte occiduo oblique aſſurgens, figura plana trianguli ſcaleni, apice ſuo ultra cornua Arietis extenſus, qui langueſcente tandem lumine uſque ad Plejades in latitudine paulo Auſtraliori excurrit, latere ſuo verſus Auſtrum, quoad extrema debiliori lucula indiſcriminatim diſſipatus, latere vero ad Boream ſatis candicante nota, a reliquo cœlo ſeparatus, & ſtringit eodem latere exacte duas ſtellas in Pegaſo, Markab & Algenib, cujus Horizontalis puncti ſectio ab Occaſu Æquinoctiali ad Boream, (quando ſtella Markab habet altitudinem circiter 10. gr.) divergit præterpropter 15. gr. ita, ut tunc ferme parallelum idem latus incedat Æquatori. Abhinc figuræ ſuæ latitudine ad plurimos Horizontis gradus verſus Auſtrum, ubi tandem vaporibus, ut plurimum eandem plagam in Horizonte noſtro inſtar nebulæ occupantibus, cum termino valde dubio expanditur. Pag. 59.

Ceſſante Crepuſculo, duas treſve horas aere defecato ſuperſtes eſt, nec, niſi cum primo Mobili, iiſque fixis ubi in mucronem obtuſiorem definit, tenaciter adhæreſcens, occidere ſolet. Anno 1688. ut & 89. 91. & jam elapſo 93. diebus 12. & 14. Febr. ſereniſſimo cœlo, gliſcentibus aſtris innumeris, tanta claritudine Phænomenon hoc illuxit, ut non ſolum ſtellæ minutiſſimæ intra complexum ejus dilucide cernerentur, ſed & albore ac pelluciditate ſua Galaxiam longe ſuperaret, duravitque in tam ſaturo luminis vigore, uſque ad extremum cuſpidis ſuæ, qua Martem anno 88. includebat, occaſum.

Cumprimis autem circa hoc Phænomenon notatu dignum fuit, quod proxime elapſo anno, die 29. Martii, Lunæ phaſi quarta creſcente, & in media tractus hujus albicantis area hærente, tum etiam ſatis luculenter ac terminate a reliquo Cœlo diſcernebatur, nec non die 11. Apr. adhuc evidenter cuſpis noſtri Phænomeni, ſuper arcum Crepuſculi prominentis, ad Jovem uſque terminabatur. Præter quotidianum, communem ſive diurnum occaſum, durare ſolet hoc Phænomenon plerumque tres & amplius menſes conſpicuum, ſicuti præteritis

an-

Digitized by Google

Act. Erud. An. 1694. M. Febr. *annis 1681. & 82. ut & proxime præcedenti, ad Aprilis uſque diem 12. ſupra convexitatem crepuſcularis luminis extantem cuſpidem albicantem contueri diſtincte licuit. Animadverſum eſt autem Phænomenon hoc, naſcente menſe Februario, ubi circa extrema debiliori radio viſui illabitur, & in mucronem evaneſcit, non ſemper unum eundemque ſitum ad vicinas fixas ſervare, ſed latus ſuum Boreale nonnihil mutando, quaſi ad motum Solis dirigeretur, propius ad Plejades, Boream verſus convertere, quod ſubſequentium tam dierum, quam annorum, iteratis ſæpiuſcule obſervationibus, aſſeverantius confirmabatur. Namque circa medium Februarium illam ipſam luminis extremitatem, Borealem latitudinem, Plejadum reſpectu, tantam quidem, quantam prius Auſtralem habuiſſe, evidenter ſatis accurate deprehenſum fuit.*

Hæc eſt fida Phænomeni noſtri cum ſuis circumſtantiis, quotannis ſimiliter ſemper obviis, teſtimonio aliquot fide digniſſimorum ſpectatorum corroborata enarratio.

GODOFREDI KIRCHII

CALENDARIUM CŒLESTE *novum*.

Pag. 93. NOn ſemel ſagaciſſimi hujus Aſtronomi ſolertiæ in Actis hiſce cum laude meminimus. Nec reticenda nobis impræſentiarum eſt ejus opera, quam in concinnanda nova Calendarii forma, ab hactenus uſitatarum, Julianæ & Gregorianæ, defectibus immuni, & motibus luminarium exacte conſentiente, quam diligentiſſime collocavit. Cum enim orbe Chriſtiano indignum reputaret, temporum computum Judæis, circa res Aſtronomicas tantopere alias caligantibus, exactius conſtare, Pag. 94. atque nobis, in tanta ſideralis ſcientiæ luce hodie verſantibus: ſtudioſe conſultis luminarium motibus, & anni civilis rationibus ad eosdem dextre accommodatis, *Novum Calendarium Aſtronomicum* adornavit, quod cœlo examuſſim conveniret, nec ulla poſterorum temporum correctione indigeret. Calendarium vero hoc ſuum a cyclorum involucris (quibus negotium hoc pro eo ac decet perfici non poſſe, ipſi eorum autores confeſſi ſunt) ad calculum Aſtronomicum revocavit, eumque difficultatibus, quibus juxta receptas methodos involvitur, compendiis a ſe excogitatis ita expedivit, ut ad conſummationem ejus nihil ſibi videatur reliqui. Nec dubitavit ejus aliquem guſtum anno 1678. & 1693. in Calendariis Chriſtiano-Judæo-

Judæo-Turcicis, qualia quotannis edit, publico præbere, eorumque, quorum hæc ſcire intereſt, vel accendere cupiditatem, vel judicium provocare. Anni ratio longe *Autori* facilior, & intercalatio commodior, ac quæcunque alia hucuſque propoſita. Hujus enim periodus perpetua eſt 128. annorum, inter quos Biſextiles ſunt 31. intercalatione octava, decimaſexta, vigeſimaquarta & trigeſimaprima in quintum a priori annum incidente, cæteris quarto quoque iteratis. Paſchalis autem computi rationem, tum tabulis ad eundem neceſſariis, tum propoſitis aliquibus exemplis, in memoratorum Calendariorum poſteriore expoſuit. Speramuſque eum, ubi laborem ſtudiumque ſuum, præſertim Eruditis, acceptum deprehenderit, non gravate accuratam hujus inventi ſui deſcriptionem propediem publicaturum. Act. Erud. An. 1694. M. Mar.

G. G. L.

DE PRIMÆ PHILOSOPHIÆ EMENDATIONE, *& de Notione Subſtantiæ.*

Video pleroſque, qui Mathematicis doctrinis delectantur, a Metaphyſicis abhorrere, quod in illis lucem, in his tenebras animadvertant. Cujus rei potiſſimam cauſam eſſe arbitror, quod notiones generales, & quæ maxime omnibus notæ creduntur, humana negligentia atque inconſtantia cogitandi ambiguæ atque obſcuræ ſunt factæ; & quæ vulgo afferuntur definitiones, ne nominales ſunt quidem, adeo nihil explicant. Nec dubium eſt in cæteras diſciplinas influxiſſe malum, quæ primæ illi atque architectonicæ ſubordinantur. Ita pro definitionibus lucidis natæ nobis ſunt diſtinctiunculæ, pro axiomatibus vere univerſalibus, regulæ topicæ, quæ ſæpe pluribus franguntur inſtantiis, quam juvantur exemplis. Et tamen paſſim homines Metaphyſicas voces neceſſitate quadam adhibent, & ſibi blandientes, intelligere credunt, quæ loqui didicere. Nec vero ſubſtantiæ tantum, ſed & cauſæ, & actionis, & relationis, & ſimilitudinis, & plerorumque aliorum terminorum generalium notiones veras & fœcundas vulgo latere manifeſtum eſt. Unde nemo mirari debet, ſcientiam illam principem, quæ Primæ Philoſophiæ nomine venit, & Ariſtoteli dicta eſt deſiderata ſeu quæſita (ζητουμένη) adhuc inter quærenda manſiſſe. Equidem Plato paſſim in Dialogis vim notionum veſtigat; idem Pag. 110.

Act.Erud. An. 1694. M. Mar. Pag. 111. idem facit Ariſtoteles in libris qui vulgo Metaphyſici vocantur; multum tamen profeciſſe non apparet. Platonici poſteriores ad loquendi portenta ſunt lapſi; Ariſtotelicis, præſertim Scholaſticis, movere magis quæſtiones curæ fuit, quam finire. Noſtris temporibus viri quidam inſignes etiam ad Primam Philoſophiam animum adjecere, non magno tamen hactenus ſucceſſu. Carteſium attuliſſe aliqua egregia negari non poteſt, & recte imprimis Platonis ſtudium revocaſſe abducendi mentem a ſenſibus, & Academicas dubitationes utiliter ſubinde adhibuiſſe; ſed mox inconſtantia quadam vel affirmandi licentia ſcopo excidiſſe, nec certum ab incerto diſtinxiſſe, & proinde ſubſtantiæ corporeæ naturam in extenſione præpoſtere collocaſſe, nec de unione animæ & corporis probas comprehenſiones habuiſſe; quorum cauſa fuit, non intellecta ſubſtantiæ natura in univerſum. Nam ſaltu quodam ad graviſſimas quæſtiones ſolvendas proceſſerat, notionibus ingredientibus non explicatis. Unde quantum abſint a certitudine Meditationes ejus Metaphyſicæ, non aliunde magis apparet, quam ex ſcripto ipſius, in quo, hortatu Merſenni & aliorum, Mathematico eas habitu veſtire voluerat fruſtra. Video & alios viros acumine præſtantes attigiſſe Metaphyſica, & nonnulla profunde cogitaſſe; ſed ita involviſſe tenebris, ut divinare magis appareat, quam demonſtrare. Mihi vero in his magis quam in ipſis Mathematicis, luce & certitudine opus videtur, quia res Mathematicæ ſua examina & comprobationes ſecum ferunt, quæ cauſa eſt potiſſima ſucceſſus; ſed in Metaphyſicis hoc commodo caremus. Itaque peculiaris quædam proponendi ratio neceſſaria eſt, & velut filum in Labyrintho, cujus ope non minus quam Euclidea methodo ad calculi inſtar quæſtiones reſolvantur; ſervata nihilominus claritate, quæ nec popularibus ſermonibus quicquam concedat.

Quanti autem iſta ſint momenti, inprimis apparebit ex *notione ſubſtantiæ*, quam ego aſſigno, quæ tam fœcunda eſt, ut inde veritates primariæ, etiam circa Deum & mentes, & naturam corporum, eæque partim cognitæ, ſed parum demonſtratæ, partim hactenus ignotæ, ſed maximi per cæteras ſcientias uſus futuræ, conſequantur. Cujus rei ut aliquem guſtum dem, dicam interim, notionem *virium* ſeu virtutis, (quam Germani vocant *Krafft*, Galli *la force*) cui ego explicandæ peculiarem *Dynamices* ſcientiam deſtinavi, plurimum lucis afferre ad veram *notionem ſubſtantiæ* intelligendam. Differt enim vis activa a potentia nuda vulgo ſcholis cognita, quod potentia
Pag. 112. activa Scholaſticorum, ſeu facultas, nihil aliud eſt quam propinqua

pinqua agendi poſſibilitas, quæ tamen aliena excitatione, & velut ſtimulo indiget, ut in actum transferatur. Sed vis activa actum quendam ſive ἐντελέχειαν continet, atque inter facultatem agendi actionemque ipſam media eſt, & conatum involvit; atque ita per ſe ipſam in operationem fertur; nec auxiliis indiget, ſed ſola ſublatione impedimenti. Quod exemplis gravis ſuſpenſi funem ſuſtinentem intendentis, aut arcus tenſi, illuſtrari poteſt. Etſi enim gravitas aut vis elaſtica mechanice explicari poſſint debeantque ex ætheris motu; ultima tamen ratio motus in materia, eſt vis in creatione impreſſa, quæ in unoquoque corpore ineſt, ſed ipſo conflictu corporum varie in natura limitatur & coercetur. Et hanc agendi virtutem omni ſubſtantiæ ineſſe ajo, ſemperque aliquam ex ea actionem naſci; adeoque nec ipſam ſubſtantiam corpoream, (non magis quam ſpiritualem) ab agendo ceſſare unquam; quod illi non ſatis percepiſſe videntur, qui eſſentiam ejus in ſola extenſione, vel etiam impenetrabilitate collocaverunt, & corpus omnimode quieſcens concipere ſibi ſunt viſi. Apparebit etiam ex noſtris meditationibus, ſubſtantiam creatam ab alia ſubſtantia creata non ipſam vim agendi, ſed præexiſtentis jam niſus ſui, ſive virtutis agendi, limites tantummodo ac determinationem accipere; ut alia nunc taceam, ad ſolvendum illud problema difficile, de ſubſtantiarum operatione in ſe invicem, profutura. Act. Erud. An. 1694. M. Mar.

DN. MARCHIONIS HOSPITALII

Solutio PROBLEMATIS GEOMETRICI

Nuper in Actis Eruditorum, (Anno 1693. pag. 465.) quæ Lipſiæ eduntur, propoſiti.

Tranſlata ex Commentariis Mathem. Phyſic. Pariſienſib. Anno 1693. 30. Jun.

QUamvis Illuſtriſſimi Marchionis Hoſpitalii ſolutio ſtrictim jam propoſita fuerit in Actis Anno 1693. non tamen poſſumus quin eam, prout in Commentariis extat Mathematico-phyſicis Pariſienſibus fuſius expoſita, denuo afferamus, ut vis objectionum, quas anonymus Analyſta contra eam direxit, eo melius poſſit percipi. M. Maji Pag. 193.

Act. Erud. An. 1694. M. Maji. Analyſeos uſitatæ non vulgarem defectum eſſe, quod ad Mechanicas non extenditur lineas, quæ tamen proprietates habent obſervatu digniſſimas, plurimi doctorum Geometrarum cenſuerunt. Id quod occaſionem dedit Dn. Leibnitio novum inveniendi genus calculi, quem adpellat differentialem, cujus regulas in *Actis Erudit. Lipſ. Anni* 1684. *Octobri menſe* propoſuit. Atque hujus quidem adminiculo facile tangentes curvarum tam geometricarum quam mechanicarum; maximæ minimæque adplicatæ (quorſum reducuntur quæſtiones omnes de *maximis* & *minimis*;) puncta inflexionis; evolutæ Hugenianæ, & cauſticæ Tſchirnhauſianæ inveniri poſſunt.

Id tamen, quod eſt difficillimum, adhuc abſolvendum reſtat, inverſa ſcilicet hujus calculi, ſeu methodus generalis deſcribendi curvas, ſi tangentium proprietas data fuerit. Dependent enim hinc problemata Geometriæ maxime curioſa, qualia ſunt quadraturæ indefinitæ ſpatiorum, dimenſiones ſolidorum eorumque ſuperficierum, rectificationes linearum curvarum, centra gravitatis & oſcillationis, & plurimæ quæſtiones phyſicæ; ita ut optandum ſit, ad inveniendam methodum tam utilem docti curas ſuas ut conferant. Dominus Bernoullius, medicus, qui in ejus inquiſitione plurimum progreſſus eſt, ut vel ex inventis, quibus non raro Acta Eruditorum, quæ Lipſiæ publicantur, auget, nuper ejus generis problema valde curioſum in illis propoſuit. Cujus jam damus ſolutionem a *Dn. Marchione Hoſpitalio* inventam, quæ generaliſſima & forte ſimpliciſſima eſt illarum omnium, quæ inveniri poſſunt.

Pag. 194.

Problema.

Tab. II. Fig. 1. *Curva CMM hanc habet proprietatem, ut tangens quæcumque MT ſit ad CT partem axis terminatam origine C & occurſu tangentis T, in ratione* p *ad* q. *Quæritur hujus lineæ natura & modus illam deſcribendi.*

Solutio.

Caſus primus. Quando ratio p ad q eſt numeri ad numerum, ſi CP dicta fuerit y; PM, x; adhibendæ ſunt formulæ generales:

$$y = \frac{z^{\frac{q-p}{q}}}{\overline{zz+q+p}^{2}} \text{ vel : } y = \frac{z^{\frac{q+p}{q}}}{\overline{zz+q-p}^{2}} \;\&\; x = \frac{zzy+qqy-ppy}{2pz}$$

& poſtquam ſublata eſt incognita z, formanda eſt æquatio exprimens naturam Curvæ *CMM* quæſitæ.

Eli-

Eligemus autem in caſu propoſito pro y formulam ſimpliciſſimam, neque enim offerunt reliquæ niſi curvas ejuſdem ſpeciei. Sit ergo e. g. p dupla q; erit $y = \frac{a^4}{z^3 + 9aaz}$, vel etiam $y = \frac{z^3}{zz + aa}$ (a eſt recta pro lubitu aſſumpta, ut obſervetur lex homogeneorum,) & $x = \frac{zzy - 3aay}{4az}$, ex quibus formabuntur, efficiendo ut z evaneſcat, duæ Æquationes: Act. Erud. An. 1694. M. Maji.

$432y^4 + 432\,xxyy + 72\,axyy + 64ax^3 = aayy$ Pag. 195.

& $16y^4 + 16\,xxyy - 72\,axyy - 64\,ax^3 = 27\,aayy$

quæ ſingulæ exprimunt naturam curvæ CMM, cujus tangentes MT ſunt duplæ partium axis CT. Si ponatur in priori $a = 108\,b$, & deinde fiat diviſio per 432; in poſteriori autem $a = 4b$ & dividatur per 16, utraque Æquatio reducetur ad eandem $y^4 + xxyy \mp 18bxyy \mp 16bx^3 = 27bbyy$; ubi notandum eſt, ſignorum variationem ante terminos $18bxyy$ & $16bx^3$ non variare curvæ naturam, ſed ejus tantum poſitionem.

Caſus ſecundus. Quando ratio p ad q non eſt numeri ad numerum, Curva ſatisfaciens eſt mechanica & conſtruitur ſupponendo quadraturam hyperbolæ: id quod hoc in genere ſimpliciſſimum eſt.

Ductis ſcilicet rectis infinitis AB, DE normaliter ſe in puncto C ſecantibus, deſcribatur inter aſymptotos CA, CD hyperbola quæcumque KOQ & facta pro lubitu AK parallela CD, occurrenti hyperbolæ in K, & EF parallela CB ita ut rectangulum CEF ſit ad rectangulum CAK, ut differentia linearum p & q eſt ad lineam q; conſtruatur alia hyperbola FH per punctum F tranſiens. Deinde ducatur libere GH parallela CB & ſumta CB, æquali $p + q$ fiat, ut quadratum BG eſt ad quadratum BE, ita CA eſt ad CL, per quam ducatur LO parallela CD. Tandem capiatur ſpatium hyperbolicum $LPQO$ (verſus eandem partem ſpatii $ALOK$ reſpectu CD, quando p excedit q, verſus oppoſitam autem, quando p minor eſt q) æquale ſpatio hyperbolico $EGHF$ & ponendo $CP = y$; $CG = z$, producatur PQ in M, ita ut ſit $MP = \frac{zzy + qqy - ppy}{2pz}$. Dico punctum M eſſe in curva quæſita CMM.

Vel etiam, ductis rectis indefinitis AB, DE, ſe interſecantibus normaliter in puncto C, deſcribatur inter aſymptotos CA, CD, hyperbola quæcunque KOQ; & facta pro lubitu AK parallela CD, occurente hyperbolæ in K; & EF parallela CB, ita ut rectangulum CEF ſit ad rectangulum CAK ut $p + q$ eſt

Act. Erud. An. 1694. M. Maji. Pag. 196.

ad q; deſcribatur per F inter aſymptotos CB, CE alia hyperbola FH. Porro ducatur libere GH parallela CB, & ſumta CB æquali differentiæ linearum p & q, fiat, ut quadratum BG eſt ad quadratum BE; ita CA eſt ad CL, per quam ducatur LO parallela CD. Tandem capiatur ſpatium hyperbolicum $LPQO$ (verſus partem oppoſitam ſpatii $ALOK$ reſpectu CD) æquale ſpatio hyperbolico $EGHF$ & vocando $CP = y$, $CG = z$, prolongetur PQ in M, ita ut $PM = \frac{zzy + qqy - ppy}{2pz}$. Dico punctum M eſſe in curva quæſita CMM.

Dominus Marchio Hoſpitalius alia quadam occaſione dabit analyſin, quæ illum ad hanc ſolutionem manuduxit; quoniam dependet ex quibusdam principiis parum notis, quæ nimis longum foret hic explicare.

DIFFICULTAS
SUPER SOLUTIONE PROBLEMATIS BERNOULLIANI,

quæ habetur in Commmentariis Mathematico-phyſicis Pariſ.

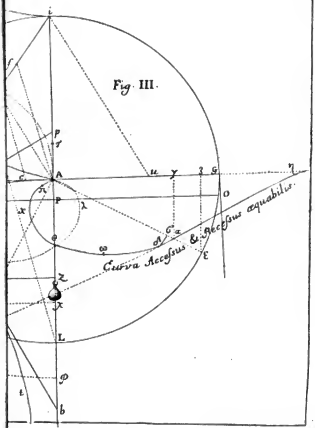
Anno 1693. d. 30. Junii, ab Analyſta anonymo propoſita, & ex Gallico in Latinum idioma converſa.

QUi non minus Geometriæ quam Medicinæ excellit ſcientia, & ſubinde egregiis mathematicis inventis, (quæ non poſtremam eorum, quæ in hoc genere curioſa complectuntur Acta Eruditorum Lipſienſia, partem conſtituunt) rempublicam litterariam locupletat *Jo. Bernoullius*, ſequenti problemate Mathematicis propoſito, Viro & genere & ſcientia illuſtri ſolutionem ipſius quærendi occaſionem ſuppeditavit. Comparuit illa ante quosdam menſes in Commentariis Mathematico-phyſicis, deſumtis ex adverſariis Academiæ ſcientiarum Regiæ, in eaque, ſi examinetur, non vulgaris analyſeos ratio obſervatur. Quandoquidem vero ipſius Auctor eam ex principiis parum vulgo cognitis dependere aſſerit, nemini mirum accidere debet, quod in cujusdam eam perlegentis animo ſuborta ſit difficultas, cujus expoſcit declarationem, quam ipſi non denegaturus videtur ſolutionis Auctor; præſertim cum is, qui publice quæſtionem reſolvendam ſuſcepit, ejusdem explicationem, quæ ab aliis poſtulatur, non defugere poſſe videatur.

Pro-

Digitized by Google

TAB. III. ad A. 1694.



Digitized by Google

Google

Problema hoc eſt: *Curva CMm hanc habet proprietatem, ut quævis tangentium MT ſit ad partem axis CT, ſumtam inter C originem ſuam & occurſum T tangentis, in ratione data* p *ad* q. *Quæritur natura curvæ & modus eam deſcribendi.* Ed.Erud. An. 1694. M. Maji. TAB.II. Fig. 2.

In ſolutione duo diſtinguantur caſus, quorum prior eſt, quando p ad q eſt ut numerus ad numerum, vocataque ordinata MN, æquali ſuæ parallelæ CP, y, abſciſſa vero NC, aut diſtantia ab origine æquali ſuæ parallelæ PM, x, certæ formulæ generales proponuntur, ex quibus exempli gratia deducitur Æquatio: Pag. 197.
$y^4 + xxyy \mp 18bxyy \mp 16bx^3 = 27bby$, quæ dicitur exprimere naturam curvæ CMm, cujus tangentes MT ſunt duplæ partium axis CT, quas occurſu ſuo definiunt, hoc eſt $p = 2q$. Reſolutio hæc nullam additam habet demonſtrationem, cum alii reſervetur occaſioni analyſis, quæ illam probare poſſit.

Ad difficultatem autem quod attinet, quæ eſt argumentum noſtræ animadverſionis, nititur ea principiis maxime vulgaribus analyſeos ordinariæ, requiritque ſolum, ut ſequatur quis calculum cum attentione modica.

Sint ergo, uti dictum $MN = y$ & $NC = x$. nec non $NT = t$ & $TM = ſ$: TC erit $x - t$, & in triangulo rectangulo TNM, cujus hypotenuſa eſt TM, erit æqualitas inter $ſſ$ & $tt + yy$. Jam vero per proprietatem, quam Dominus Bernoulli attribuit tangenti curvæ CMm hæc orietur analogia:

$ſ.\, x - t :: p.\, q.$ & conſequenter $ſ = \frac{px - pt}{q}$; Ergo $ſſ = tt + yy = \frac{pp\,xx - 2pp\,xt + ppt}{qq}$; hinc $tt = \frac{2ppxt - pp\,xx + qqyy}{pp - qq}$, & tandem $t = \frac{ppx \pm \sqrt{pp\,qq\,xx + pp\,qq\,yy - q^4yy}}{pp - qq}$, quam ſuppoſito $p = 2q$ reducit ad expreſſionem ſimpliciorem $\frac{4}{3}x \pm \frac{1}{3}\sqrt{4xx + 3yy}$ pro exemplo Auctoris hujus ſolutionis. Jam vero hoc exemplum eſt Æquatio $y^4 + xxyy$ &c. certi loci Geometrici, & ſecundum methodum Tangentium explicatam in 32 Diario Eruditorum Pariſienſi 1692. pag. 375. nulla datur talis Æquatio, ex qua immediate non poſſit deduci expreſſio ſubtangentialis, in reſpectu ad ordinatas & abſciſſas ſuper axe aut diametro. Quapropter NT vel t hic eſt $\frac{2y^4 + xxyy \mp 18bxyy - 27bbyy}{\pm 24bbxx \pm 9byy - xyy}$ quoniam Pag. 198.
puncta curvæ, de qua agitur, referuntur ad axem CTN per rectas y reſpondentes rectis $+$: Inſuper ex circumſtantiis Ploblematis neceſſario ſequitur, quod etiam ſit: $\frac{4}{3}x \pm \frac{1}{3}\sqrt{4xx \pm 3yy}$, quemadmo-

Act.Erud. An. 1694. M. Maji.

admodum notatum eſt ſecundum ſuppoſitionem noſtri auctoris. Æquentur ergo illi duo valores inter ſe, & invenietur (multiplicando per crucem & relinquendo ſolam in uno membro partem incommenſurabilem producti) alia Æquatio localis: $6y^4 + 7xxyy \mp 96bx^3 \mp 90bxyy - 81bbyy = \pm 24bxx \pm 9byy - xyy\sqrt{4xx - 3yy}$, quæ diverſa eſt a propoſita $y^4 + xxyy$ &c. Inutile autem foret illas elevare ad altiorem gradum quadrate multiplicando membra ſingularum, neque enim id faceret evaneſcere illarum differentias. Evidens quoque differentia reperiretur, ſi aſymmetria unius ſublata per multiplicationem quadratam, factis ambobus membris æqualibus nihilo per tranſpoſitionem, (unde reſultat $4y^8 + 9xxy^6 \mp 144bxy^6 - 132bby^6 + 5x^4y^4 + 729b^4y^4 \mp 244bx^3y^4 + 594bbxxy^4 \pm 1620b^3xy^4 \mp 128bx^5y^2 + 1536bbx^4y^2 \pm 1728b^3x^3y^2 + 768bbx^6 = 0$) & duplo alterius poſitæ æqualis nihilo quadrate multiplicato, (unde fit $4y^8 + 8xxy^6 \mp 144bxy^6 - 216bby^6 + 4x^4y^4 + 2916b^4y^4 \mp 272bx^3y^4 + 1080bbxxy^4 \pm 3888b^3xy^4 \mp 128bx^5y^2 + 2304bbx^4y^2 \pm 3456b^3x^3y^2 + 1024bbx^6 = 0$) ſi, inquam, æquationum h. m. ortarum ſinguli termini inter ſe comparentur. Denique ſi quis ſubire vellet laborem dividendi utramque Æquationem localium quarti gradus per quantitatem $y^4 + xxy^2 \mp 18bxy^2 - 27bby^2 \mp 16bx^3$ datam in loco Geometrico propoſito, prior deprimeretur ad $y^4 + \frac{9}{4}xxy^2 \mp \frac{42}{4}bxyz - \frac{27}{4}bby^2 \mp 12bx^3 = 0$, altera vero ad $y^4 + xxy^2 \mp 18bxy^2 - 27bbyy^2 \mp 16bx^3 = 0$, qui ſunt duo loci Geometrici differentes, cum tamen ſecundum problematis naturam, ſolum provenire deberet locus propoſitus. Solutio ergo talis primo intuitu videtur priori in caſu, ut x & y non ſint amplius indeterminatæ, atque

Pag. 199.

ita ſolum puncta nonnulla M exhibeat, loco lineæ curvæ integræ CMm. Ex quo poſſet concludi; quia omnis Æquatio localis exprimit certæ curvæ naturam, tangentes curvæ Geometricæ, de qua quæritur, non habere proprietatem ſuppoſitam. Malo tamen ſuſpendere meum judicium, donec ſolutionis Auctor, quid de hac difficultate ſentiat, aperuerit. Interim veritas hujus propoſitionis, quod *Æqualitas duarum diverſarum expreſſionum ejusdem ſubtangentialis ſemper reſtituat Æquationem loci geometrici*, firma manet & extra dubitationis aleam poſita, omnisque in analyſi Geometrica verſatus certiorem ſe de ipſa reddere poteſt, factis, quotcunque lubet, periculis circa omne exemplorum genus. Ex quibus nonnulla faciliora dabo: Æquatio loci infiniti ad Parabolas omnium generum eſt

$y^p = a^{p-q}x^q$: diverſæ vero expreſſiones ſubtangentialis ſunt $\frac{px^1}{q}$;

$\frac{px^1}{q}$; $\frac{py^p}{qa^{p-q}x^{q-1}}$; $\frac{pa^{p-q}x^{q+1}}{qy^p}$. Harum expreſſionum Act. Erud. An. 1694. M. Maii.
binas ſibi invicem æquales pono, atque ita tres habeo combinationes, in quibus omnibus divido per p & multiplico per q: in prima porro multiplico per $a^{p-q}x^{q-1}$; in ſecunda poſt factam multiplicationem per y^p, divido per x^1; in tertia facta multiplicatione per crucem per $a^{p-q}x^{q-1}$ & per y^p, radicem extraho quadratam: omneſque illæ reductiones, quæ admodum breves ſunt, exacte reſtituunt eandem Æquationem infinite generalem loci dati. Idem accidit, ſi locus denuo inventus fuerit mediante ſubtangentiali, & alia quadam conditione data, ut in exemplo ſequenti. Sit locus $ddx = 2dyy - xyy$ ad certam curvam, quæ eſt Quadratrix circularis Dn. Leibnitii, ut facile demonſtrari poteſt, nec non expreſſio $v - \frac{dx}{v}$ ſubtangentialis t alterius curvæ, cujus locus inveniendus eſt. Hunc in finem ponatur $y = v - t = \frac{dx}{v}$: Ergo $yy = \frac{ddxx}{vv}$ cujus ſubſtitutione facta loco yy in æquatione data oritur (poſtquam per vv multiplicatio & per ddx utrinque diviſio facta eſt) $vv = 2dx - xx$ pro loco quæſito, cujus ordinata eſt x & abſciſſa v, quique eſt ad circulum, in quo ſinus rectus eſt æqualis & parallelus v, ſinus autem verſus lineæ x. Jam vero quæritur, utrum ſubtangentialis ſuppoſita $v - \frac{dx}{v}$ eidem competat. Pag. 200.
Generaliſſimum & maxime ſecurum medium id experiundi eſt, ſi ex hoc loco deducatur expreſſio ſubtangentialis per calculum, de quo in antecedentibus ſum locutus, & alteri ponatur æqualis. Nam vel plane ſecundum ſingulos terminos inter ſe æquales erunt, vel ipſarum æqualitas locum ad circulum reſtituet. Et omnino ex $\frac{2dx - 2xx}{2v} = v - \frac{dx}{v}$ provenit manifeſte $2dx - xx = vv$ locus inventus. Poſſem hoc argumentum proferre ulterius, niſi jam ſatis prolixus fuiſſem in hac animadverſione.

DE

Digitized by Google

Act. Erud. An. 1694. M. Maji.

DE MOTU MUSCULORUM MEDITATIONES MATHEMATICÆ,

Communicatæ a Joh. Bernoullio *Baſil. Med. Doctore.*

SUppono (1) fibras motrices muſculorum, quæ ſine fibrillis transverſalibus cylindrum excavatum repræſentarent, per illas dividi in multa ſpatiola, quorum tamen cavitates per totam longitudinem fibræ motricis inter ſe communicant, ob laxam ligaturam fibrillarum transverſarum. (2) Cum anima vult ut corporis aliquod membrum moveatur, fieri agitationem quandam ſpirituum animalium in cerebro, ita ut vellicando principium alicujus nervi, concutiant per totam longitudinem ſuccum ſpirituoſum intra contentum, atque ab illa irritatione principii nervi guttula extrema ſucci nervoſi ex altero oſculo levi vibratione ejiciatur, quæ ſine actuali concuſſione non excideret, quia ſubſtantia ſpongioſa nervorum ei loco valvularum inſervit. (3) Quando hoc modo innumeræ guttulæ per totam muſculi molem, quæ inſtar ſpongiæ perpetuo ſanguine humectata eſt, ſimul ejiciuntur ex orificiis nervulorum, particulas earum ſpirituoſas ſpiculis ſuis ſubtiliſſimis impingendo (Pag. 201.) in particulas ſanguineas tenuiores easdem diffringere, & inſito aeri condenſato exitum præbere, qui ſeſe expandendo ebullitionem & ſubſequentem inde muſculorum inflationem cauſatur. His ita poſitis, ſi quæratur 1. *de natura curvæ ſecundum quam fibra motrix expanditur*, hæc ita poterit determinari:

Tab. II. Fig. 3. Sit ABC fibra, vel ſi mavis filum perfecte flexile in extremitatibus A & C affixum, quod in omnibus ſuis punctis B trahitur vel pellitur perpendiculariter ad ſuam curvaturam potentia æquali & indefinite parva, quæ hic denotatur per lineolam BH; ſitque abſciſſa $AF = x$, ejus differentialis $Ff = dx$, applicata $FB = y$, ejus diff. $GB = dy$, Curva $AB = s$, ejus diff. $Bb = ds$, BH (potentia pellens & multiplex ipſius Bb) $= nds$. Quia nunc quælibet potentia pellens BH dividi poteſt in duas laterales, horizontalem BE & verticalem BD, quæ rectangulum DE conſtituunt, cujus diagonius eſt ipſa BH: erunt ob ſimilitudinem triangulorum BGb & BDH, $BE = ndy$ & $BD = ndx$. Quoniam autem potentia ſuſtinens in A ſemper eadem & conſtans manet, ubicunque etiam filum præter in C figatur, ceu cuilibet attendenti patebit, ponatur illa $= a$, ſed ex mechanicis conſtat, eam tantam eſſe, quanta foret, ſi loco fili curvi AB ſubſtituerentur duo alia recta tangentia & alli-

Digitized by Google

alligata in punctis A & B, quæ traherentur in puncto concurſus I a duabus potentiis L & K, una horizontali LI, & altera verticali KI, quarum illa omnibus potentiis horizontalibus BE, hæc autem omnibus verticalibus BD ſimul ſumtis æquivaleret: verum omnes BE æquantur integr. ndy, quod eſt $= ny$, & omnes BD = integr. ndx quod eſt $= nx$: ideoque potentia $L = ny$, & potentia $K = nx$. Igitur ad inveniendam potentiam partialem in A, quæ nimirum requiritur ad ſuſtinendam ſolummodo potentiam L, faciendum eſt, ceu docet Dn. *Varignon* in ſua propoſitione fundamentali ponderum ſuſpenſorum, ut ſinus anguli AIB, vel ejus complementi, ad duos rectos KIB, ad ſinum ang. MIB, id eſt ut IM ad MG, ſeu ut bG ad GB, id eſt ut dx ad dy, ita potentia L ſeu ny ad potentiam partialem in A, quæ itaque invenitur $= \frac{nydy}{dx}$. Quia nunc directio potentiæ K eſt ipſa tangens KI, ſuſtinebitur hæc tota a puncto A; ideoque potentiæ partiali inventæ $\frac{nydy}{dx}$ addenda eſt potentia K ſeu nx, ad habendam potentiam totalem & conſtantem in A, quam poſuimus $= a$; & ſic eliciemus hanc æquationem differentialem $\frac{nydy}{dx} + nx = a$, quæ multiplicata per dx dat $nydy + nxdx = adx$, ſumtisque integralibus habebitur $\frac{1}{2} nyy + \frac{1}{2} nxx = ax$ ſeu $yy + xx = \frac{2ax}{n}$; quæ æquatio oſtendit curvam quæſitam ABC eſſe circularem, cujus radius vel ſemidiameter $= \frac{1}{n} a$. Q.E.I. Si ergo muſculus nullam reſiſtentiam ſuperandam haberet, machinulæ in perfectos & integros circellos expanderentur; ſed quia muſculus ſemper pondera & reſiſtentias, ſi non forinſecus advenientes, ſaltem ſui ipſius & oſſium ſubmovere debet, fit ut machinulæ muſculares, quas ut planas conſideramus, non integram adipiſcantur figuram circularem, ſed ex duobus ſegmentis æqualibus ejusdem circuli compoſitam. Per eandem propoſ. Varignonii potentia ſuſtinens in B, ſeu vis firmitatis, quæ requiritur ne filum rumpatur, reperitur ubique æqualis potentiæ ſuſtinenti in A.

Act.Erud. An. 1694. M. Maji.

Pag. 202.

2. *Si in rationem inter vires inflantes & vires ſuſtinentes ſeu firmitatem fibræ requiſitam inquiratur*, hoc eſt, ſi creſcentibus aut decreſcentibus n aut BH, determinare libeat, in qua ratione creſcant vel decreſcant potentiæ ſuſtinentes in A vel B, manentibus interim radiis circulorum æqualibus ponatur BH

 $= mds$

Act.Erud. An. 1694. M. Maji. $= nds$ & potentia ſuſtinens in A vel B$=b$, & habebitur hæc æquatio $yy + xx = \frac{2bx}{m}$; quia autem radii ponuntur æquales, erit $\frac{b}{m} = \frac{a}{n}$, ideoque $n. m :: a. b.$ hoc eſt vires ſuſtinentes vel firmitates requiſitæ ſunt in ratione virium inſtantium; id quod etiam Frater meus ita invenit, ut videre licet in regulis, quas publicavit pro determinatione curvaturæ veli, in *Act. Lipſ.* *1692.* menſ. Majo.

3. His ita ſe habentibus, ſupputare licebit *rationem inter vim dilatantem & reſiſtentias*, ſeu quanta requiratur elaſticitas auræ motivæ pro ſingulis ſublevationibus reſiſtentiarum ſemper æqualium? cujus rei gratia fere totum Opus Borellianum confectum eſt. Sit itaque machinula muſcularis B E A D compoſita ex duobus ſegmentis circularibus B D A & B E A, & C centrum arcus A E B, ductisque radiis C A, C E, illo ad extremitatem, hoc per medietatem machinulæ, ita ut D E ſit latitudo maxima, quam biſariam ſecat in R longitudo maxima A B, ſeu chorda arcus A E B vel A D B: quoniam nunc ang. E A C$=$recto$=$R A C $+$ A C R, erit ang. E A R$=$A C R, ideoque arcus A E eſt menſura anguli E A R, vel duplus B E A menſura dupli E A D. Hinc datis ſemilongitudine lateris machinulæ, id eſt, arcus A E in partibus æqualibus 100000. & ſemiangulo dilatationis E A R, inveniri poteſt ſublevatio reſiſtentiæ Z, quæ nempe eſt æqualis exceſſui, quo arcus A E B ſuperat ſuum ſinum rectum A R, quod ita peragitur: Fiat ut peripheria circuli ad radium, id eſt, ut 44. ad 7. ita numerus graduum peripheriæ 360. ad quartum $57\frac{3}{11}$, qui erit æqualis longitudini radii in gradibus: facto nunc ut numerus graduum ang. E A R vel arcus E A ad $57\frac{3}{11}$, ita numerus partium æqualium 100000. longitudinis arcus E A, ad quartum, qui erit æqualis numero partium æqualium radii A C, qualium arcus E A continet 100000. habebitur tandem longitudo ipſius A R, nimirum faciendo, ut ſinus totus ad ſinum ang. E A R vel arcus E A, ita numerus inventus partium radii A C ad quartum, qui erit æqualis numero partium æqualium ipſius A R, qualium arcus E A continet 100000. duplus itaque exceſſus arcus A E ſupra ſinum A R inventum, erit ſublevatio reſiſtentiæ Z quæſita. Q. E. I.

Pag. 203. TAB. II. Fig. 4.

4. Poſtquam ſublevationes ſic inventæ ſunt, *vires dilatatrices reſpectivas* pro ſingulis ita determinabimus. Supra n. 1. poſuimus potentiam curvam in quolibet puncto, vel potius in qualibet differentiali curvæ, perpendiculariter prementem$=nds$: vis itaque dilatans, vel elaſticitatis auræ motivæ abſoluta, qua late-

latera machinulæ dilatantur, exprimitur per n, ſed ibidem in- Act.Erud.
venimus ponendo vim ſuſtinentem vel firmitatis in quolibet fi- An. 1694.
li puncto requiſitæ $= a$, radium arcus circuli, in quem filum M. Maji.
incurvatur, fore $= \frac{1}{n} a$. Quia vero, per citatam Dn. Varignonii propoſitionem, reſiſtentia Z eſt ad vim ſuſtinentem in B, cujus utique directio eſt ipſa tangens BF, ut ſinus anguli EBD ad ſinum anguli EBR, erit $a = \frac{z\,M\,\text{ſin. EBR}}{\text{ſin. EBD}}$, & ſic ſubſtitu-
to in quantitate $\frac{1}{n} a$ loco a ejus valore, habebitur radius (per Pag. 204.
modum ſuperiorem inventus, quem itaque vocemus r) $= \frac{z\,M\,\text{ſin. EBR}}{n\,M\,\text{ſin. EBD}}$, ideoque vis elaſticitatis abſoluta auræ motivæ $n = \frac{z\,M\,\text{ſin. EBR}}{r\,M.\,\text{ſin. EBD}}$: & conſequenter vis, qua premitur ſemilatus machinulæ, id eſt n AE erit $= \frac{100000.\, z\,M\,\text{ſin. EBR}}{r\,M\,\text{ſin. EBD}}$. Calculi hujus beneficio conſtruximus tabellam quandam, ad imitationem illius, quam Borellus pro ſua hypotheſi confecit; quæ ſi conferatur cum noſtra, videbitur ingens diſcrimen, tum quoad vires motivas, tum quoad ſublevationes; ubique enim illas aut juſto majores, aut juſto minores facit.

Ex hac autem tabula liquet, veſiculam muſcularem AEBD integram circularem figuram nunquam adipiſci poſſe, quia nempe vis abſoluta elaſticitatis eo in caſu infinities ſuperare deberet reſiſtentiam, id quod impoſſibile eſt; & quia maxima machinulæ contractio ſeu reſiſtentiæ ſublevatio *ad quam non* eſt æqualis 72728. partibus earum qualium ſemilongitudo lateris continet 100000. clarum quoque eſt, quamvis machinulam in maxima ſua diſtenſione ad partem circiter ſui tertiam non contrahi; id quod etiam de ipſo muſculo cenſendum. Conſtat etiam hinc, quoniam ab initio inflationis, cum angulus ſemidilatationis EAR valde acutus eſt, reſiſtentia permagnam habet rationem ad vim abſolutam elaſticitatis auræ motivæ, (ſiquidem angulo EAR exiſtente 30. min. reſiſtentia eſt ad vim elaſticitatis ut 22900000 ad 1.) debili admodum ebullitione opus eſſe in muſculis ad immenſam, imo incredibilem energiam muſculorum efficiendam; imo minimam inflationem muſculorum datam quamvis reſiſtentiam ſuperare, & proinde tenerrimum infantem quantamcunque molem elevare poſſe. Sed quanto reſiſtentia major eſt vi motiva elaſticitatis, tanto ſublevatio minus ſenſibilis evadit.

 4. *Quan-*

Act. Erud. An. 1694. M. Maji.

4. *Quantitates ſpirituum animalium, quæ manente ſublevatione reſiſtentiarum ſemper eadem pro ſingulis reſiſtentiis impenduntur*, h. m. inveniuntur.

Vires inſlantes id eſt vires abſolutæ elaſticitatum auræ motivæ in æqualibus circulis ſunt viribus ſuſtinentibus proportionales per *n.* 2. quoniam autem, manente ſublevatione reſiſtentiæ vel angulo EBD ſemper eodem vires ſuſtinentes (ceu patet ex prop. Dn. Varignonii) ſunt in ratione reſiſtentiarum Z, oportet ut etiam reſiſtentiæ elaſticitatibus ſint proportionales. Pro conceſſo etiam aſſumimus, quantitates auræ motivæ, id eſt, denſitates ejusdem voluminis auræ motivæ, & quantitates ſpirituum animalium vel ſucci nervoſi, eandem ſemper ſervare rationem, hoc eſt duplam, triplam, quadruplam copiam, ſucci ſpirituoſi excitare duplo, triplo, quadruplo denſiorem auram motivam. Res itaque expedita foret, ſi conſtaret, quomodo creſcentibus denſitatibus creſcant elaſticitates. Id quod h. m. indagatur. In dato volumine a concipio particulas aeris vel auræ elaſticæ occupare ſpatium b, & materiam ſubtilem reſiduum voluminis ſpatium $a-b$; nunc in æquali volumine a aliam quantitatem auræ elaſticæ c concipio, ita ut reliquum ſpatium materiæ ſubtilis ſit $a-c$; ideoque ex iis, quæ demonſtravit Frater in *Differt. de Gravit. Æth. p. 97. ſſ.* elaſticitas aeris primi voluminis eſt ad elaſticitatem ſecundi, in ratione compoſita ex reciproca ſpatiorum a materia ſubtili occupatorum & directa aereorum, nempe ut $ab-bc$ ad $ac-bc$. Sed denſitas primi eſt ad denſitatem ſecundi in ratione directa ſpatiorum aereorum, nempe ut b ad c. Si itaque conſtruatur curva ACD ad axem AF, ejus naturæ, ut ſumta in axe $AB=a$, & ductis adplicatis DF, CE, rectangulum ſub BE & AF ſit ad rectangulum ſub BF & AE, ut DF ad CE, ſumanturque abſciſſæ AE, AF pro denſitatibus aeris in volumine per conſtantem lineam AB deſignato contenti, erunt adplicatæ DF, CE, ejusdem elaſticitates. Si more Algebraico quæratur æquatio naturam curvæ ACD exprimens, invenietur poſitis conſtante $AB=a$, & alia ad libitum aſſumta $BF=f$, $DF=g$, abſciſſa $AE=x$, & adplicata $EC=y$, hæc æquatio: $fgx=aay-afy-axy+fxy$, quæ indicat curvam quæſitam eſſe hyperbolam, & adplicatam BG in B fore infinitam adeoque aſymptoton hyperbolæ; cujus centrum habetur producendo aſymptoton GB in R, ita ut BR ſit quarta proportionalis ad AF, FD & BF; ſemiaxis tranverſus eſt æqualis mediæ proportionali inter BR & duplam AB. Ex quibus perſpicuum eſt, elaſticitates præſertim in aere multum condenſato in

to in longe majori ratione creſcere, quam ipſæ denſitates: elaſticitas etenim tandem abit in infinitum, quando denſitas ſuum quidem maximum, ſed non niſi finitum gradum attingit. Act. Erud. An. 1694. M. Maji. Pag. 206.

Quandoquidem igitur denſitates auræ motivæ ejusdem voluminis quantitatibus ſpirituum animalium impenſorum, qui illam effervescendo cum ſanguine produxerunt, proportionales eſſe ſumſimus, elaſticitates vero ſunt proportionales reſiſtentiis, hinc colligimus, ipſam etiam hyperbolam ACD determinare relationem reſiſtentiarum ad quantitates ſpirituum abſumtorum, i.e. ſi CE, DF notent reſiſtentias, denotabunt AE, AF quantitates ſpirituum abſumptorum. Sit jam volumen machinulæ muſcularis, vel quod etiam valet, omnium muſculi machinularum ſimul ſumtarum, quod exprimitur per AB, 10. partium, BF ſeu $f=1$, FD ſeu $g=100000$. ſi nunc quantitas ſpirituum animalium, id eſt AE ſeu x ſit partium

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

per æquationem curvæ reperietur CE ſeu y id eſt pondus elevandum partium 1234. 2778. 4762. 7407. 11111. 16666. 25926. 44444. 100000. *infinit.* Hinc etiam ratio petenda eſt, cur magna pondera (viribus noſtris proportionata) non multo majori cum difficultate eleventur ad eandem altitudinem, quam exigua. Omnis enim difficultas in motionibus animalibus peragendis unice, ut credo, provenit a diſpendio ſpirituum animalium; verum ſpiritus in longe minori ratione abſumuntur quam ſunt pondera elevanda; ita ut, ſi e. g. elevandum ſit pondus duplum, non ideo requirantur etiam duplo plures ſpiritus animales, ceu ſatis clarum eſt ex laterculo iſto, ubi reperitur quod ope quantitatis ſpirituum animalium, quæ ſit ut 8. elevetur pondus quadruplo majus, quam alia quantitate, quæ ſit ut 5. licet jactura ſpirituum illo in caſu ne quidem duplo major ſit, quam jactura in hoc, utpote quæ ſe habent ut 8 & 5. In hac igitur ratione etiam ſe habebunt difficultates, quæ ſentiuntur in attollendis ponderibus.

VIN-

Digitized by Google

Act.Erud. An. 1694. M. Maji. Pag. 207.

VINCENTII VIVIANI
EXERCITATIO CURIOSA MATHEMATICA,

De formatione & menſura fornicum &c.

Dedicata SERENISSIMO HETRURIÆ PRINCIPI.

Florentiæ, *typis P. Matini*, *1692. in 4. Plag. 6.*

LINGUA ITALA.

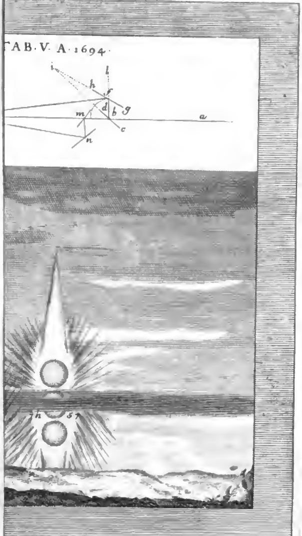
QUi problema Florentinum, cujus ſolutionem tum Leibnitius, tum Bernoullius calculo Leibnitiano uſus, in Actis noſtris A. *1692.* p. *395.* 422. & A. *1693.* pag. 440. dederunt, propoſuit, *Vincentius* eſt *Vivianus*, Magni Ducis Hetruriæ Mathematicus & operum publicorum Director, Mathematicorumque noſtri temporis per Italiam facile princeps, genuinus quippe magni Galilæi ſucceſſor ſolusque ex ipſius diſcipulis ſuperſtes. Id quod ipſe quoque nomine *D. Pio Liſci Puſillo Geometra*, quod tranſpoſitione literarum facta mutatur in *poſtremo Galilæi Diſcipulo*, innuere voluit. Editurus autem ſolutionem problematis commemorati, non ab re ſe facturum putavit, ſi de aliis quoque fornicum generibus quædam adderet, ſimulque doceret, quomodo non torno ſolum elaboranda, ſed ad menſuram quoque ſint revocanda, exactam quidem illa, quæ quadrari poſſunt, veræ propinquam autem, quæ quadraturam reſpuunt. Nam ex ſex fornicum generibus quæ adferuntur, tertium ſolum quod ſcaphiphorme Romanum dicas (*Volta a ſchifo alla Romana*) & ſextum ſeu veliforme Florentinum, (*Volta a vela alla Fiorentina*) de quo problemate I agitur, eſt quadrabile. Id vero hac ratione conſtruitur: Sit ſphæra cujus circulus maximus verticalis eſt ACBD, diameter Horizontalis AB, centrum E, radii EA, EB. Biſecentur radii in F & G, & fiat trepanum, cujus acies ſecans ſit æqualis radiis AE, EB. Perforetur hoc inſtrumento globus ita, ut axis trepani ſemper ſit perpendicularis plano ACBD in punctis F & G, & ex illo auferat duos circellos AHEL, & EIBM ſe tangentes in E. Erunt h. m. ablata ex ſuperficie cujusvis hemiſphærii quatuor ſpatia æqualia, quæ feneſtrarum vices gerunt, ita ut, quod in quavis ſuperficie hemiſphærica reſtat, ſit æquale quadrato axis ſphæræ, vel duplo quadrati ACBD inſcripti circulo maximo: tota autem ſuperficies ſphærica, demtis feneſtris

TAB. II. Fig. 6.

qua-

15.110 22A

TAB·V· A·1694·



Digitized by Google

quatuor circularibus, quadrupla quadrati illius, perinde ut integra ſuperficies ſphæræ quadrupla eſt circuli maximi, ac tandem quævis feneſtra circularis quadrupla ſegmenti ARC vel CSB. Quæ ſolutio tantopere probata fuit Leibnitio noſtro, cujus ingenium Auctor pro humanitate ſua ſingulari, & candida in aliorum laboribus cenſendis æquitate, ſummis laudibus effert, ejusque quadraturam circuli arithmeticam, in *Actis anni* 82. *menſe Febr.* olim publicatam, admirandam judicat, ut ipſi viſa ſit propria elegantior. Cæterum quamvis celeberrimus Vivianus præclaro de Maximis & Minimis opere, aliisque egregiis ſcriptis dudum ſibi immortalitatem pararit, ut ad gloriam partam accedere vix quidquam poſſit; Reipublicæ tamen intereſt edi adhuc præclara multa, quæ premit: ex quibus opus de locis ſolidis jam perfectum, ſed nondum publicatum, eſſe intelleximus. Et cum circa motus aquarum, aliaque ad publica commoda pertinentia, multa eum præclara & ſeculis profutura obſervaſſe audiamus; optamus perſuaderi ipſi poſſe, ne perire theſauros illos patiatur. Act.Erud. An. 1694. M. Maji. Pag. 208.

DESCRIPTIO MAGNETIS

Geniti in faſtigio novæ turris campanariæ

B. VIRGINIS CARNUTENSIS,

Auctore L.L. VALLEMONTIO, Presbytero & DD. Theologiæ.

Pariſiis apud Laur. d'Houry, 1692. 12. plag. 9½.

LINGUA GALLICA.

Quæ circa principium Octobris anni 1690. impetuoſa furebat, in Belſia præcipue, procella, non aliis ſolum ædificiis damnum attulit, ſed novum quoque campanile B. Virginis Carnutenſis ita concuſſit & afflixit, ut collapſurum videretur. Cum ergo, ne ſuo lapſu noceret vicinis, æſtate ſequenti dirueretur, in faſtigio ipſius circa ferrum, quo jungebantur lapides, reperta fuit denſa quædam rubigo, aut cruſta ferruginea, cujus pars inter lapides latens optimi magnetis naturam habet, ut primus deprehendiſſe dicitur Caſſegrain Chirurgus Carnutenſis. Cum autem ſingularis plane ſit magnetis extra terræ gremium geneſis, & ferri in lapidem magneticum mutatio, Pag. 209.

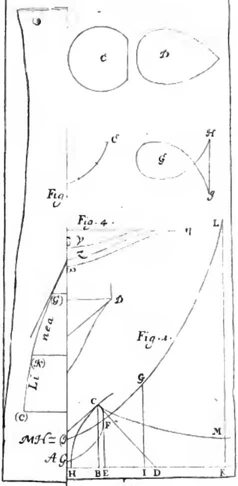
Digitized by Google

tio, digna non ſolum viſa fuit Academicis Regiis Pariſienſibus, ut eam ſcrutarentur, ſed Vallemontio quoque, qui nactus particulas quaſdam hujus Rubiginis, eas variis ſubjecit tentaminibus, illasque, quæ ferrum attrahunt, magneti ex terra erui ſolito tam eſſe ſimiles, ut ovum ovo, proprietatesque magnetis omnes habere comperit. Affudit etiam aquam fortem, ſpiritum nitri, nec non vitrioli, qui in ferrum promte agunt, ſed magnetis nativi nigram partem intactam relinquunt, Rubigini Carnutenſi magneticæ, eique nullam mutationem accidere obſervavit, ſecus atque contigit in partibus reliquis, quæ virtute magnetica ſunt deſtitutæ. Quandoquidem autem cogitationes, quas de ortu magnetis hujus amicis expoſuit, non parum diſcrepare deprehendit ab illis, quas Dominus de la Hire in Ephemeridibus Eruditorum Pariſienſibus recenſuit, ſuaſu illorum eas præſenti libello comprehenſas edidit in publicum. Atque primum quidem non plane novam hanc rem eſſe, ſed jam pridem a Gaſſendo Aquis Sextiis A. 1634. nec non Mantuæ a Philippo Coſta obſervatam oſtendit. Ipſum autem magnetem Carnutenſem genitum ſuſpicatur, dum ferrum, quod, ubi repertus fuit magnes, maxima ex parte exeſum fuit, ſulphur; lapides, ſal vel nitrum; pluvia vero limum quendam & humiditatem, qua in motum & fermentationem reliqua excitata fuerint, tanquam ſymbolas, contulerint; & materia magnetica circa terram perpetuos gyros deſcribens, in molli adhuc materia tales ſibi efformaverit poros, quales in magnete alias reperiuntur. Quod vero reliquæ partes illius cruſtæ aeri nimis expoſitæ virtutem magneticam non acquiſiverint, hinc factum putat quod in formatione citius, quam par erat, ab aere exſiccatæ induruerint, ut materia ſubtilis magnetica conformationem interiorem requiſitam ipſis dare non potuerit. Omnia autem ſtrictim hic expoſita fuſius ex philoſophia magnetica illuſtrat clariſſimus Auctor, & quæ in Domini de la Hire ſententia requirat, commemorat.

JACO-

Digitized by Google

II. ad A. 1694



oogle

JACOBI BERNOULLI CURVATURA LAMINÆ ELASTICÆ.

Act. Erud. An. 1694. M. Junii.

Ejus Identitas cum Curvatura Lintei a pondere incluſi fluidi expanſi. Radii Circulorum Oſculantium in terminis ſimpliciſſimis exhibiti, una cum novis quibusdam Theorematis huc pertinentibus, &c.

POſt triennale ſilentium promiſſi tandem fidem libero, ſed ita, ut moram, quam Lector alias inique ferre poſſet, nonnullo fœnore compenſem, dum Elaterum curvaturam non in una ſola, (ut initio fueram pollicitus,) ſed generaliter in quacunque Extenſionum hypotheſi conſtructam exhibeo; quod primus ni fallor exequor, poſtquam a multis inutiliter tentatum Problema fuiſſet. Extitit enim jam inde a *Galilæi* quoque temporibus celebre, qui Curvam hanc, perinde ut Funiculariam, Parabolam eſſe *ſuſpicatus* erat. Eandem deinde ſententiam tuitus eſt Pater *Gaſto Pardies* Gallus, in exiguo tractatu *de ſtaticis*, ubi tamen in rem præſentem nil niſi paralogiſmos meros conſuit. Et nuper adeo ejusdem Societatis Vir, *Franciſcus Tertius de Lanis*, in prolixo ſuo opere *Magiſterii naturæ & artis*, *Tom.* 2. *lib.* 7. (ubi multa huc facientia & lectu digna habet) idem evincere conatur, ſed ratiocinio plane præpoſtero: ut vel hinc non ſine voluptate percipere liceat, quantopere Prædeceſſores noſtri, interioris Geometriæ cognitione deſtituti, ſe torſerint, pro inveſtiganda re, quam in illa caligine abſque ejus adminiculo ſcire non poterant. Dixeram in *Actis Erudit.* 1691. pag. 287. problema hocce plus difficultatis habere *Funiculario*; nec ſine ratione. Ut enim alia taceam, notandum, duas præſto eſſe claves in *Catenarii* inveſtigatione, quæ ad duas differentes æquationes viam ſternunt, quarum una naturam Curvæ per relationem ipſiusmet ad coordinatas ejus, altera per relationem fili evolventis ad easdem exprimit; cum ad Curvæ Elaſticæ naturam indagandam poſteriore tantum clave aditus pateat: hinc enim manifeſto ſequitur, fieri bene poſſe, ut quiſpiam prioris Problematis difficultates ſuperet, nec tamen protinus alterius quoque victor evadat; deſtitutus nimirum clavium altera, quæ dictam relationem fili evolventis ſeu radii circuli oſculatoris (non quomodocunque, ut factum in *Act. Lipſ. Menſ. Jan.* 1691. p. 260. ſed) in terminis ſimpliciſſimis & pure differentialibus exhibeat. Hæc nobis jam eo tem- Pag. 263.

 tempore, quo ſpeculationi funis vacabamus, innotuerat, eamque mox nonnullis inter peregrinandum communicavit *Frater*; interea dum immenſa inventi utilitas in reſolvenda *Velaria*, & hac quam præ manibus habemus *Elaterum Curvatura*, aliiſque ſublimioribus, quotidie magis magisque ſeſe mihi explicuit, effecitque tandem, ut non poſſim publico aureum Theorema diutius invidere; præſertim cum hoc unum adhuc Geometris defuiſſe videatur, quo minus æque feliciter in recenſitis Problematis, atque in altero illo, verſati fuerint.

T. III. Fig. 1. Pag. 264. Priusquam itaque ad inſtitutum pergo, ſunto in fig. I, portiunculæ Curvæ cujuspiam infinitæ parvæ *ab*, *bc*, quibus perpendiculariter inſiſtant radii circuli oſculatoris *af*, *bf*, concurrentes in puncto Evolutæ *f*, facientesque angulum *afb* æqualem angulo *gbc*, quem producta portio *ab* cum altera *bc* efficit; tum abſcindatur $bb = bc$, ductæque intelligantur parallelæ *al*, *bn*, *co*, nec non *bl*, *bom*, *gcn*; quarum illæ abſciſſarum, hæ applicatarum elementa (ſive *dx*, *dy*, *ddx*, &c.) indigitent. Dico,

α. Quod poſitis Curvæ elementis *ab*, *bc*, hoc eſt, ipſis *ds* æqualibus, radius circuli oſculatoris ſeu longitudo fili evolventis *af*, nempe $z = \frac{dxds}{ddy}$, item $z = \frac{dyds}{ddx}$: Nam *bo*. *bc* :: *bo*. *bc* + *bc*. *bc* :: (ob ſimilitud. Triangulorum *bmb*, *boc*, item *bcb*, *abf*) *bm*. *bb* + *ab*. *bf* :: *al*. *ab* + *ab*. *bf* :: *al*. *bf* :: *dx*. *z*. Sed $bo = bm - nc = bl - nc = ddy$, & $bc = ds$; quare *ddy*. *ds* :: *dx*. *z*. Eodem modo oſtendetur *ddx*. *ds* :: *dy*. *z*. Q.E.D.

Coroll. In omni Curva, poſitis ejus elementis æqualibus, differentiæ ſecundæ coordinatarum primis reciproce proportionantur: cum enim $\frac{dxds}{ddy} = z = \frac{dyds}{ddx}$ erit $dxddx = dyddy$, adeoque *ddx*. *ddy* :: *dy*. *dx*; quod ipſum quoque ex ſola ſimilitudine Triangulorum *bmb*, *boc*, liquet; ubi *co* ſeu *ddx* eſt ad *ob* ſeu *ddy*, ut *bm* ad *bm*, vel *bl*, ad *al*, ſeu *dy* ad *dx*.

β. Poſitis vero abſciſſæ elementis *al*, *bn*, hoc eſt, ipſis *dx* æqualibus, erit radius oſculantis circuli *af* ſeu $z = \frac{ds^3}{dxddy}$. Quoniam *gc*. *bc* :: *gc*. *bc* + *bc*. *bc* :: (ob ſimilit. triangulorum *bng*, *abg*, nec non *bcb*, *abf*) *bg*. *bn* + *ab*. *bf* :: *ab*. *al* + *ab*. *bf* :: *ds*. *dx* + *ds*. *z* :: *dsq*. *zdx*: atque $gc = gn - nc = bl - nc = ddy$, & $bc = ds$; erit *ddy*. *ds* :: *dsq*. *zdx*. Q.E.D. Haud abſimiliter oſtendetur, quod poſitis *dy* æqualibus, futurum eſt $z = \frac{ds^3}{dyddx}$.

His

Digitized by Google

His addo nova, de quibus nec *Fratri* adhuc conſtat, Theoremata pro Curvis, quarum applicatæ non ſunt parallelæ, ſed in communi puncto coeunt: poſito namque radio circuli ſuper polo ſeu umbilico hoc deſcripti a, abſciſſa peripheriæ ejus x, & intercepta inter polum & datam Curvam y, erit radius oſculantis circuli $z = \frac{adyds}{2dxdy + yddx}$, vel $\frac{aydxds}{ydxq - aaddy}$, ſi elementa Curvæ ds: & $z = \frac{ads^3}{dxdsq + dxdyq - ydxddy}$, ſi ipſa dx: & denique $z = \frac{ads^3}{dxdsq + dxdyq + ydyddx}$, ſi ipſa dy æqualia intelliguntur. Eſt vero in ejuſmodi Curvis $ds = \frac{\sqrt{yydxq + aadyq}}{a}$. Hac via duce cognovi, radium circuli ſpiralem *Archimedæam* oſculantis ubique quartam eſſe proportionalem, ad peripheriam circuli primæ revolutionis, radium ejus, & quantitatem $\frac{\overline{xx + aa}\,\sqrt{xx + aa}}{xx + 2aa}$. Sed miſſis & præmiſſis iſtis, redeo in orbitam propoſiti noſtri Problematis, conſtruendo Curvam Elaſticam, ut ſequitur:

Act.Erud. An.1694. M. Junii. Pag. 265.

I. Generaliter: Eſto Spatium rectilineum ſive curvilineum quodvis ABC, *fig.* 2. (cujus abſciſſæ AE vires tendentes, ordinatæ EF tenſiones repræſentent) eique ponatur æquale quadratum AD, intra quod deſcriptus ſit ſuper A circuli quadrans GKL. Statuatur etiam indefinitæ portioni ſpatii AEF æquale rectangulum AH, ducta recta HI ſecante quadrantem circuli in K, & junctæ AK fiat parallela GM, ipſique AM in ordinata EF (ſi opus ſit) producta capiatur æqualis EN. Erit punctum N ad curvam quandam AN talem, ut ſi ſpatio AEN pergas ſtatuere æquale rectangulum AO, rectasque OP, FE producas ad communem occurſum in Q, Exiſtat punctum Q in curva optata AQR. Nimirum, ſi aſſerculus quidam oblongior, tigillum, virga, pertica aut lamina quæcunque flexilis, elaſtica & gravitatis expers AQRSyVA, uniformis ubique latitudinis & craſſitiei RS, AV, longitudinis vero RQA, firmetur una extremitate in RS ad perpendiculum, alterique AV potentia applicetur, ſive pondus appendatur Z, quantum ſufficit ad laminam incurvandam, donec ipſa ejusve tangens in A, puta AB, directioni ponderis AZ normalis fiat, acquiret concava laminæ ſuperficies RQA curvaturam quam conſtruximus; cui convexa SyV parallela eſt, & evolutione curvæ ejusdem *mnt condeſcribi-*

T. III. Fig. 2.

Pag. 266.

tur. Quantum autem ad hoc præſtandum requiratur ponderis, ſic cognoſces: Ponatur vectis SRZ, cujus fulcrum R, brachium longius RZ=BA, brevius æquale craſſitiei laminæ RS, cui affixa ſit portio quæpiam datæ laminæ SY, firmata in XY; quo facto ſi longiori vectis extremitati adjiciatur pondus Z, quod extendere poſſit dictam portionem per Triangulum RST, fibram ſcil. XS per ST, *xs* per *st*, reliquasque proportionaliter, ita quidem ut ST ſit ad BC, ſicut SY rectangulum ſub longitudine & craſſitie portionis laminæ ad ſpatium ABC, erit id ipſum quoque pondus quæſitum.

Schol. & Coroll. 1. Si Lamina inflexa RQA loco puncti R firmetur alicubi in Q, reſecta portione RQ, ſervabit reliqua ab eadem potentia inflexa eandem curvaturam AQ.

2. Quin & ſi Curva RQA, rotata circa RZ, genuerit a parte oppoſita aliam R*q* ſimilem & eandem ſecum, ſed inverſe poſitam, & lamina cogitatione producta ac loco puncti R in *q* firmata fuerit, retinebit aucta & eadem potentia compreſſa eandem curvaturam AQR*q*.

3. Porro ſi ſegmentum quodvis curvæ AQ rotatum circa rectam Q*n* ipſi normalem in Q, producat in parte oppoſita ſimile & æquale ſegmentum Q*a*, formabunt ambo ſegmenta AQ*a* *Arcum* proprie dictum, qui poſito retinaculo in Q tenditur a duabus potentiis, extremitati utrique ad rectos applicatis, & ſingulis ipſi Z æqualibus. Idem intellige de Arcubus formatis rotatione Curvæ integræ AQR, vel auctæ portione R*q*, circa rectam eidem in R vel *q* normalem; unde triplex habetur Arcus: Diminutus, Plenus, Auctus. *Diminutus*, quem formant duo ſegmenta minora Curva AQR: *Plenus*, quem æqualia: *Auctus*, quem majora; & hoc diſcrimine cognoſcuntur, quod rectæ tangentes utramque extremitatem arcus diminuti ad partes ejus convexas, aucti ad concavas, pleni ad neutras inclinant, ſed ſibi mutuo parallelæ ſunt.

4. Eadem quoque curvatura AQ*a* gaudere conſentaneum eſt *Aſſulas* illas, ex quibus Dolia conſiunt: unde ſequitur, neminem Doliorum capacitatem, quæ vulgo pro Sphæroidibus Ellipticis habentur, rite menſuraſſe; cum nulla ratione aſſeratur, aſſeres hoſce curvari in Ellipſes. Pag. 267.

5. Si directio ponderis vel cujusvis potentiæ inflectentis, ad Laminam, ejusve tangentem in puncto appenſionis ſit obliqua, naſcetur Curva paululum diverſa ab AQR, quam tamen eadem facilitate determinare poſſum. Sed nolo nimium evagari.

6. Rectangulum ſub radio circuli oſculantis Laminam Q*n*, & reſpondente applicata EF, æquatur conſtanti ſpatio ABC=AD. Hinc

Hinc dicti radii reſpectivis applicatis reciproce proportionantur; & cum iidem quoque linearum curvedines reciproce menſurent, erunt curvedines inflexæ laminæ AQR reſpectivis EF directe proportionales: quapropter in A puncto applicatæ potentiæ curvedo nulla eſt (quod alias in puncto Flexus contrarii fieri conſuevit,) hinc eo major, quo remotior unaquæque portio laminæ a linea directionis potentiæ: maxima eſt in R, unde iterum verſus *q* decreſcit, &c. ſaltem ſi cum viribus tendentibus AE ſimul quoque creſcant tenſiones EF; quo quidem nihil univerſalius verum exiſtit. Act. Erud. An. 1694. M. Junii.

7. Idcirco data lege tenſionum, invenire Curvam Elaſticam, in abſtracta Geometria aliud nihil eſt, quam data Curva AFC reperire aliam AQR, in qua radii circulorum oſculantium reciproce proportionentur reſpectivis applicatis alterius. Facillima autem eſt converſa hujus: Data Curva Elaſtica una cum radiis circulorum eam oſculantium, invenire legem tenſionum, quam natura in ejus productione obſervat: utpote ad quem effectum tantum requiritur, ut tertia proportionalis ad radium Q*n*, & conſtantem quandam AG axi AB reſpective applicetur, ad habendam ſtatim EF.

Conſectantur hinc Theoremata quædam univerſalia prorſus nova. Nam

8. In omni Curva AQR, ſumma tertiarum proportionalium ad radios circulorum oſculantium & conſtantem quandam rectam AG, applicatarum ad axem Curvæ AB, efficit ſpatium quodpiam ABC = Rectangulo ſub una applicatarum EF & reſpectivo circuli oſculantis radio Q*n* = Quadrato AG. Quod ipſum quoque per initio demonſtratum Theorema evincitur: Sit enim AE $= x$, EQ $= y$, AQ $= s$, AG $= a$; erit per memoratum Theorema $Qn = \frac{dxds}{ddy}$, tertia proportionalis ad hanc & AG, nempe EF $= \frac{aaddy}{dxds}$, quæ ducta in dx gignit differentiale ſpatii ABC, $\frac{aaddy}{ds}$ cujus proin integrale $\frac{aady}{ds}$ efficit indefinite ſpatium AEF; eſt vero pro ſpatio toto ABC, $\frac{aady}{ds} =$ (ob $dy = ds$ in extremitate R) $aa =$ EF in Q*n*. Pag. 26

9. Sed & ſpatium quodvis intermedium FE*ef*, duabus applicatis EF, *ef*, interceptum, æquale Rectangulo ſub AG ceu ſinu toto, & differentia ſinuum duorum angulorum, quos tangentes rectæ Q*p*, *rd*, in punctis Curvæ Q & *r*, ad axem AB conſtituunt.

10. Iisdem poſitis quæ prius, Tangens Q*p* eſt ad ſubtangentem *p*P, ut ſpatium ABC ad ſpatium AEF; cum enim ſpatium EAF reper-

Digitized by Google

Act. Erud. An. 1694. M. Junii. repertum ſit $\frac{aady}{ds}$, erit ds ad dy, h. e. Qp ad pP, ſicut aa, h. e. ABC ad AEF.

11. Quin etiam Qp, pP, PQ, proportionales ſunt ipſis AK, AI, IK, vel MG, MA, AG; ſimiliaque ſunt Triangula QpP, KAI & GMA.

12. Quod ſi dictæ tertiæ proportionales ad radios circulorum oſculantium & conſtantem AG, applicentur ad axem alterum curvæ AZ, naſcetur ſpatium AγcZA = ABCFA = AD. Sed AEF. APγ :: ut pP, ad differentiam reliquorum laterum Trianguli QpP.

13. Si punctum b ſit in Cauſtica Elaſticæ ex radiis ipſi PQ vel AB parallelis, producaturque radius circuli oſculatoris Qn in b, ad occurſum ipſi AZ; erit Qn ad Qb :: ut Spat. AEF ad circumſcriptum Rectangulum :: ut Qb ad $\frac{1}{2}$ QP.

14. Ut radius AG, ad arcum circuli GK: ſic laminæ craſſities RS vel AV ad exceſſum longitudinis convexæ yV ſupra concavam QA: unde exceſſus iſte arcui GK proportionalis.

Pag. 269. 15. Quoties Curva Elaſtica AQR eſt ex numero Geometricarum, h. e. Algebraicarum (ſic enim illas poſthac appellabo in honorem *Viri Celeberrimi*, qui hoc nomine deſignatas cupit,) Curva quoque Tenſionum AFC eſt Algebraica, & ſimul ſpatium ABC quadrabile: ſed non viciſſim.

16. Si Curva Tenſionum AFC eſt Algebraica, & ſpatium ABC quadrabile, Elaſtica AQR nunc eſt Algebraica, nunc Mechanica. Algebraica, ſi inſuper curvilineum AEN quadrabile: Mechanica, ſi ſecus. Quod ſi Curva AFC ſit quidem Algebraica, at non contineat ſpatium quadrabile, altera AQR non alia eſt, quam Mechanica ſecundi generis, hoc eſt, quæ ad ſui conſtructionem ſupponit quadraturam ſpatii mechanici primi generis (niſi forte quadraturæ ſpatiorum AEF & AEN a ſe mutuo dependeant, quo caſu Elaſtica non niſi primi generis Mechanica eſt.)

II. *Specialius*: Si curva Tenſionum AFC ſit Paraboloides cujusvis gradus, hoc eſt, ſi Tenſiones EF ſint in quacunque ratione multiplicata ſeu ſubmultiplicata virium tendentium AE (pro cujus rationis indice pono m) conſtructio Curvæ Elaſticæ ſic contrahetur: Facto ſuper A quadrante Circuli ABl, capiatur in ejus radio Ag, quæ ſit ad AB & AE eo ordine proportionalis, quem indicat numerus $m+2$, indeque excitata perpendiculari gl, junctaque lA eique facta parallela iu, applicetur in E recta EN = Au; ſic naſcitur curvilineum AEN, cui ſi fiat æquale Rectangulum AO (poſtquam AG æqualis ſumpta fuerit ipſi AB) productis

ductis OP, FE, habebitur in optata curva punctum Q. Quod pondus Z ſpectat, cujus ope Laminæ Elaſticæ hæc curvatura inducatur, tantum in A appendendum eſt, quantum poſſit in diſtantia RZ vel AB extendere fruſtum Laminæ SY per Triangulum RST, quousque ſcil. Rectangulum ſub RZ & ST ad Rectangulum SY fiat, ſicut $m+1$ ad unitatem. Ed.Erud. An.1694. M.Junii.

Schol. & Coroll. 1. Tangens Qp eſt ad ſubtangentem pP, ſicut recta AB ad nuper acceptam Ag.

2. Recta Qb Curvæ perpendicularis, quarta eſt proportionalis ad tres Ag, AE, & AB.

3. Radius oſculantis circuli Qn ad totam perpendicularem Qb (& proinde quoque Rm ad RZ) eſt, ſicut 1 ad $m+1$.

4. Et radius reflexus Qb ad incidentem PQ, ut 1 ad $2m+2$.

5. Si ſit Curva interminata $R\beta$, talis, ut applicata ei recta βQP ubique ſit tertia proportionalis ad AE & AB, erit curvilineum AZR$\beta\alpha$A ad quadrantem ABi, ut & pars AP$\beta\alpha$A ad ſectorem Ali; ſicuti 2 ad $m+1$. Pag. 270.

6. Radius quadrantis Ai ad arcum il eſt, ſicut Laminæ craſſities RS vel AV ad exceſſum, quo convexa ejus longitudo yV ſuperat concavam QA.

7. Ex infinitis Paraboloidibus (qualium AFC hic una fingitur, quæque pro curva tenſionum poſſunt accipi,) una ſola eſt, quæ curvam Laminæ AQR reddit Algebraicam: una ſola, quæ rectificabilem; quæ ſpatium ejus efficit quadrabile: quamvis nec hæ ipſæ proprie Paraboloidum nomen mereantur. Nam 1. ſi $m=0$, ſive, ſi tenſiones ſint in ratione, ut ſic dicam, nulliplicata virium tendentium, h. e. ſi EF, BC ſint æquales, & Paraboloides ABC degeneret in Parallelogrammum, Curva Laminæ abibit in Circulum; prout evidens admodum eſt, cum ob tenſionum æqualitatem nulla ratio ſit, cur majorem minoremve curvedinem in una, quam in altera parte induat. 2. ſi $m=-\frac{1}{2}$, id eſt, ob indicem negativum, ſi tenſiones ponantur in ratione ſubduplicatæ reciproca virium tendentium (quo caſu Curva AFC verius eſt hyperboloides) naſcetur Curva Laminæ rectificabilis; tota quippe AQR dupla rectæ AB, ſicut portio ejus RQ dupla mediæ proportionalis inter AB & BE. At talis hypotheſis, qua creſcente vi tendente minuatur tenſio, & decreſcente augeatur, naturæ legibus & conſuetudini ubique adverſatur. 3. ſi denique $m=1$, quæ vulgo recepta eſt hypotheſis, h. e. ſi tenſiones ſint in ſimplici ratione virium (quo caſu curvilineum ABC abit in Triangulum) complectetur ſic curvata Lamina ſpatium quadrabile. De hoc vero nunc fuſius.

III. *Spe-*

Digitized by Google

Act. Erud. An. 1694. M. Junii. III. *Specialiſſime*: Vulgaris (ut modo dixi) eſt hypotheſis, *extenſiones viribus tendentibus proportionales eſſe*: qua & uſus olim Celeberrimus Dn. *Leibnitius* in acutiſſima ſua lucubratione de *Reſiſtentia ſolidorum*; & ipſemet ego in præſente materia, priusquam generalem Problematis conſtructionem adinveniſſem. Quapropter operæ pretium exiſtimo, naturam & proprietates Curvæ noſtræ in hac hypotheſi paulo ſpecialius exponere: quanquam pro ipſa hypotheſeos hujus, ſicut & pro cujusvis alterius, veritate multum militare nolim, perſuaſum potius ha- Pag. 271. bens nullam conſtantem tenſionum legem in natura obſervari, ſed eam pro diverſa corporum textura diverſam exiſtere; id quod experimenta tum noſtra tum aliorum abunde confirmare videntur, quorum plurima prælaudatus *Author* induſtrius *Magiſterii naturæ & artis*, *loco cit.* recenſet.

T. III. Fig. 3. *Conſtr.* Per punctum E ſumptum ubivis in radio AB circuli BiGL agantur recta E*i* & radio perpendicularis EF, e qua producta (ſi opus) abſcindatur EN, quæ ſit ad AB, ſicut quadratum AE ad rectangulum FEG (quod fieri poteſt per generalem conſtructionem, ſumendo A*g* tertiam proportionalem ad AB & AE, & ducendo *gl*, A*l* & huic parallelam *iu*: vel ſi videatur commodius, ducendo F*f* parallelam AB & ſecantem E*i* in *f*, junctæque *f*A agendo parallelam *ac*, abſcindentem ex E*i* partem E*a*=EA; utrovis enim modo repertæ A*u* vel E*c* ſumenda æqualis EN) ſic erit punctum N ad curvam AN claudentem ſpatium AEN; cui ſi porro ad radium AG conſtituatur æquale rectangulum AO, & producantur NE, OP, ad mutuum occurſum in Q, erit punctum Q in curvatura optata AQR; ad quam inducendam Laminæ tantum *ei* in A pondus appendendum, quanto poſſit (in fig. 2.) extendi SY donec rectang. RZ, ST, fuerit duplum rectanguli SY. Sic ut pateat, eam non ſecus atque catenariam tranſcendentem eſſe, & ad ſui conſtructionem quadraturam ſpatii curvilinei requirere: Celeberrimus Dn. *Leibnitius* ingenioſiſſimum modum præſcribit, conſtruendi Catenariam ope ſolius Logarithmicæ abſque ſuppoſitione quadraturarum, eoque ſane perfectiſſimum in Tranſcendentibus conſtruendi genus exhibet: dolendum tantum quod non ſit univerſale; nec enim ſuccedit in iis curvis, quæ ad ſui conſtructionem Circuli quadraturam requirunt; plurimæque dantur aliæ, quæ mechanicæ cum ſint, nec tamen a Circuli nec ab Hyperbolæ tetragoniſmo (h. e. a Logarithmicæ deſcriptione) dependent; Poteſt vero certo charactere cognoſci, utrum Curva aliqua Mechanica ope Logarithmicæ conſtrui poſſit, necne. Poſita enim Æquatione differentiali curvæ $ady = tdx$

(ubi

(ubi dx & dy elementa coordinatarum deſignant, a quantitatem conſtantem, t quantitatem aliam quamcunque, quam ex indeterminatis ſola x ingrediatur) dico, ſi qua arte reperiri poſſit Curva Algebraica, cujus x abſciſſam denotet, cujusque ſubtangens tertia ſit proportionalis ad t & a, certo ſecuturum, curvam optatam ope Logarithmicæ conſtruibilem eſſe; cum ad hoc præſtandum nihil aliud requiratur, quam ut ſingulis applicatis curvæ Algebraicæ ſumantur æquales applicatæ in Logarithmica (cujus ſubtangens ſit $= a$), & ex iis (productis, ſi opus) reſecentur ſingulæ abſciſſæ, ad habendum totidem puncta, per quæ optata Curva tranſire debet: quod ſi vero nulla detur Curva ex Algebraicarum numero, cujus ſubtangens dictam tertiam proportionalem æquet, fruſtra quoque quis conſtructionem imperatam ſolius ope Logarithmicæ molietur. Quocirca ſi in noſtra Curva (cujus Æquatio differentialis eſt $dy = \frac{xxdx}{\sqrt{a^4 - x^4}}$) præſtandum eſſet, quod *acutiſſimus Geometra* præſtitit in Funicularia, indagandum prius foret, num Curva quædam detur Algebraica, quæ ſubtangentem habeat $= \frac{a\sqrt{a^4 - x^4}}{xx}$: quod aliis indagandum relinquo, ut leve habeant ſpecimen, quo univerſales ſuas, quas jactant tangentium methodos inverſas explorent. Ego ob graves cauſas ſuſpicor, Curvæ noſtræ conſtructionem, a nullius Sectionis Conicæ ſeu quadratura ſeu rectificatione dependere. Sed pergo ad ejus præcipuas affectiones: Act. Erud. An. 1694. M. Junii. Pag. 272.

1. Ducta Tangente Qp, erit ſubtangens Pp quarta proportionalis ad AB, AE & EN. Ipſa vero EN quarta proport. ad AB, AE, & tangentem Qp: ideoque

2. Inter Tangentem Qp & ſubtangentem Pp media eſt proportionalis EN. Hinc Pp. Qq :: AEq (QpPp) ABq :: Ag. AB. Et hæc eſt proprietas characteriſtica Curvæ, quam texi involucro *m. Jun. 1691.* cujus ſenſus hic eſt: *Portio axis applicatam inter & tangentem eſt ad ipſam tangentem, ſicut quadratum applicatæ ad conſtans quoddam ſpatium*. Logographi tunc adhibiti ratio conſiſtit in tribus alphabetis vicariis, ex quibus literæ alternatim deſumtæ ſunt: eadem vero ad alphabetum naturale ita referuntur, ut hujus literæ, a reſpondeat vicarii primi b, ſecundi d, tertii g; cæteris elementis ordine continuo ſuccedentibus. Id quod ipſum Logogriphum tentanti ex retecta, quam involvit, propoſitione, obſcurum eſſe non poteſt.

3. Spatium Elaſticum RQPZ æquale ſemiſſi rectanguli FEI, idemque proportionale rectæ gl: totum ergo ſpatium AQRZA æquatur ſemiquadrato ex AB.

 4. Cur-

Act. Erud. An. 1694. M. Junii. Pag. 273.

4. Curvedines inflexæ Laminæ in R, Q, ſunt proportionales applicatis RZ, QP.

5. Recta Q*b* curvæ perpendicularis tertia eſt proportionalis ad AE & AB.

6. Ejusque ſemiſſis eſt radius oſculantis circuli Q*n*. Ambæ ergo ad AB applicatæ Hyperbolas efficiunt.

7. Recta R*m* ſumpta ad principium uſque curvæ *mn*, e cujus evolutione principalis deſcribitur, æquatur ſemiſſi ipſius RZ vel AB.

8. Ipſa vero curva *mn* quarta eſt proportionalis ad AE, EB & ſemiſſem AB.

9. Si ex radio reflexo incidentis QP abſcindatur Q*b*, quarta pars ipſius QP, erit punctum *b* in Cauſtica ex radiis ipſi AB parallelis; ſic ut cauſtica A*b* æquetur $\frac{1}{4}$ AE.

10. Spatium quoque Cauſticum A*br*ZA amittit quadraturam, quippe æquale $\frac{7}{8}$ ſpatii Elaſtici AQRZA, h. e. $\frac{7}{16}$ quadrati ex AB.

11. Spatium vero ab Evoluta *mn* comprehenſum a quadratura hyperbolæ dependet. Poſito enim AB*q* = 8, applicataque *nx*, quæ ſit ad *m*Z, ſicut 2 ad $\surd$ 5, exprimetur ſpatium *mnx*Z per ſeriem (alias ſpatium hyperbolicum, ut vulgo notum, deſignantem) $\frac{1}{1}-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}$, &c. diminutam $\frac{1}{5}$ unitatis. Nota, ſpatium *ntbx* infinitum eſſe.

12. Omnes portiunculæ Curvæ AQ ductæ in reſpectivas applicatas QP, vel AE, aut (quod unum idemque) omnes hujus particulæ in tangentes reſpectivas Q*p*, ſpatium conficiunt quod Sectori Circuli A*li* æquatur: nimirum, ſi radius circuli AB ſit 1, ejusque portio A*q* intercepta centro A ductaque recta *l*L dicatur *t*, utrum libet ſpatium exprimetur per ſeriem: $t-\frac{1}{3}t^3+\frac{1}{5}t^5-\frac{1}{7}t^7+\frac{1}{9}t^9$, &c.

13. Hinc Sector A*li* ad Curvam AQ adplicatus, producit diſtantiam Centri gravitatis Curvæ ab axe AP. Et ſuperficies Conoidis geniti rotatione curvæ AQ circa axem AP, ad Sectorem A*li* ſe habet, ut circumferentia circuli ad radium, h. e. æquatur arcui *li* ducto in ſemiperipheriam *i*GL.

14. Diſtantia Centri, ex. gr. ſpatii Elaſtici AQP, ab axe AB invenitur; ſi triens cubi rectæ AE, mulctatus ſolido ſub tribus EF, E*i* & AP comprehenſo, adplicetur ad quadratum AB, truncatum rectangulo FE*i*. Ejusdem vero diſtantia ab AP habetur, ſi triens ſolidi ſub curva AQ & quadrato AB, mulctatus ſolido ſub tribus EF, E*i*, EA comprehenſo, adplicetur ut ante. Idcirco totius ſpatii AQRZA centrum ex. gr. ab axe AB diſtat triente rectæ AB; & ab AZ triente curvæ AQR. Hinc menſurantur ſolida nata ex converſione figuræ tam circa rectam AB quam AZ.

Pag. 274.

15. Ipſa

15. Ipſa vero Curva AQ reperitur, ſi deſcripta hyperbola æquilatera *ids*, cujus centrum A, & ſemilatus transverſum A*i*, Act.Erud. An. 1694. M. Junii.
Triplum ſolidum quod fit ex ductu fruſti hyperbolici A*id*E in ſegmentum circuli A*i* FE, multatum ſolido comprehenſo ſub tribus EF, E*d* vel E*i*, & EA, adplicari intelligitur ad duplum quadratum ex AB.

16. Series etiam noſtræ inventionis utiliter adhiberi poſſunt, cum aliæ difficulter hic locum inveniant: Sic poſita AB ejusve quadrato 1, exprimi poteſt quantitas ſpatii *s*BAN, rectæve AZ vel BR per ſeriem

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{2,7}+\frac{1.3}{2.4,11}+\frac{1.3.5}{2.4.6,15}+\frac{1.3.5.7}{2.4.6.8,19}+\frac{1.3.5.7.9}{2.4.6.8.10,23}\ \&c.$$

quantitas vero Curvæ AQR per hanc

$$1+\frac{1}{2,5}+\frac{1.3.}{2.4,9}+\frac{1.3.5}{2.4.6,13}+\frac{1.3.5.7}{2.4.6.8,17}+\frac{1.3.5.7.9}{2.4.6.8.10,21}\ \&c.$$

quarum illam invenio $>$ quam 0. 598, & $<$ quam 0. 601: hanc $>$ quam 1. 308, & $<$ quam 1. 316; ſic ut tres iſtæ lineæ RZ, AZ, AQR, proxime ſe habeant ut 10. 6. 13. Hujusmodi autem ſeries, quæ diverſæ paulo ſunt naturæ ab iis, quas Celeb. Geometra *Leibnitius* hinc inde in *Actis* prodidit, & conſtructu ſunt facillimæ, & ad exprimendas quasvis promiſcue quantitates, rationales, irrationales & tranſcendentes pariter accommodæ. Pro reliquis *Vir eximius* ſuperiori anno methodum ingenioſiſſimam profecto & Auctore ſuo digniſſimam præſcripſit, ut nihil in hoc genere excellentius excogitari poſſe exiſtimem.

17. Figura Elaſtica ARZ mota in fluido ſecundum directionem AZ, præcedente nunc vertice A, nunc baſe RZ, reſiſtentias patitur quæ ad ſe invicem ſunt ut 4 & 5: ſed mota juxta directionem RZ, præeunte jam vertice R, jam baſe AZ, reſiſtentias ſubit ſe habentes ut 3 & 5; ideoque reſiſtentiæ, Pag. 275.
quas figura patitur mota ſucceſſive juxta utramque directionem, præeunte utrobique vertice, ſe habent ut quadrupla RZ & tripla AZ.

18. Supereſt una ex palmariis proprietatibus Curvæ noſtræ tertiæ conſtructionis, quam antehac ſupremis tantum labris tetigi, quæ eſt quod eadem una repræſentet Curvaturam Lintei a pondere infuſi liquoris expanſi: Nimirum, erecto verticaliter ſuper BR plano ARφ, rectaque Aφ horizontaliter conſtituta, ſi Lamina elaſtica AQR (continuata, ſi vis, ab altera parte uſque in φ) ſenſim derigeſcere, & in omnibus ſuis partibus flexilis fieri intelligatur ad inſtar Corii, Linteive, quod affixum

Digitized by Google

Act.Erud. An. 1694. M. Junii.

hinc inde in punctis A & φ, intra ſe velut culeum contineat liquorem aliquem, qui totam ejus cavitatem ARφ repleat: dico futurum, ut linteum pondere fluidi expanſum eandem curvaturam AQR retineat, aut ſi non habeat, acquirat; cujus aſſerti veritatem etiam non conſiderata in ſpecie natura curvæ AQR facile demonſtrare poſſem. Sed ſuffecerit attigiſſe ſequentia: α. Si loco rectæ RZ concipiatur firmus paries, qui affixam habeat unam lintei extremitatem in R, portioque lintei RQ a pariete & portione reliqua ſubito abrumpi intelligatur, excutietur hæc portio a pondere incluſi fluidi juxta eam directionem, quæ cum pariete RZ angulum faciat, cujus tangens ſit ad ſinum totum, ſicut EF eſt ad Eι. Hinc totum linteum, disruptis ſubito in A & R vinculis, excutitur juxta angulum ſemirectum. β. Si ex AB abſcindatur Aσ, quæ ad AB ſit ut 1 ad $\sqrt{\sqrt{2}}$, & applicetur $\sigma\rho$, erit per ρ ducta recta ſemirectum cum pariete angulum conſtituens, & curvæ perpendicularis, & linea directionis totius lintei, & ſimul axis æquilibrii impulſionum: at non tranſibit per concurſum rectarum AB, RB, lintei extremitates A & R tangentium; uti nec in Velaria id contingere exiſtimandum eſt, (cum ſecus Curvæ hæ ex Algebraicarum deberent eſſe numero, ut attendenti ſatis patet) quanquam hoc olim incogitanti mihi & certis tum de cauſis feſtinanti inter alias Regulas, quas biennio abhinc de Curvatura veli dedi, exciderit. Quocirca rogandus Lector ut Regulam 15. deleat, lacunamque ſi velit impleat alio modo facillimo, axem æquilibrii in Velaria inveniendi, *np.* faciendo BD (vid. fig. 2. ibid.) æqualem & parallelam ipſi CH, ducendoque DF parallelam HB, quæ erit quæſitus æquilibrii axis, fietque ſponte BG=BD vel CH. γ. Vis ponderis impellens lin-
Pag. 276.
teum AQR juxta dictam directionem, ad pondus ejus abſolutum ſe habet ut $\sqrt{2}$ ad 1. δ. Vis lintei ſuſtinens ſeu firmitas ejus requiſita ne rumpatur, in omnibus ejus punctis eadem eſt, & tanta, quanta requiritur in A ad ſuſtinendum linteum ne labatur; atque æquatur ipſi abſoluto ponderi liquoris incluſi; linteum igitur æquabilis texturæ æqualiter reſiſtit prementi fluido, ſecus ac lamina inflexa, quæ in partibus ipſi R propinquioribus debilior eſt quam in cæteris. ε. Tandem & hoc addamus, quod inter omnes figuras iſoperimetras, eidem rectæ Aφ inſiſtentes, Elaſtica ARφ illa eſt, quæ habet centrum ſuum gravitatis longiſſime remotum ab Aφ: ſicuti Funicularia eſt illa, in qua centrum gravitatis ipſius curvæ ab eadem maxime diſtat. Notare igitur hic convenit affinitatem miram, quæ ab una parte Funiculariæ & Velariæ, ab altera Elaſticæ

& Cur-

Digitized by Google

1.5.112

Digitized by Google

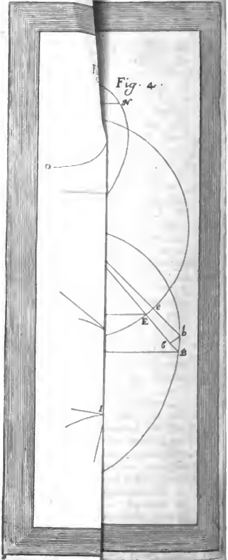


Fig. 4.

d by Google

& Curvæ Lintei ab incluſo liquore expanſi intercedit. Act.Erud. An. 1694. M. Junii.

Supereſſet nunc, ut retenta vulgari extenſionum hypotheſi ſpeculationes noſtras promoveremus ulterius, indagando quales Curvæ prodeant, ſi Lamina Elaſtica proprio pondere abſque appenſo onere flectatur: Si flectatur ab utroque ſimul: Si non ſit uniformis craſſitiei aut latitudinis, ſed ex.gr.triangularis aut alterius cujusvis figuræ; & vis flectens applicata tum in cuſpide tum in baſi ejus: necnon qualem Lamina curvaturam habere debeat, ut ab appenſo onere, vel proprio pondere, vel ab utroque ſimul in rectam extendatur (quod uſui veniret in attemperandis brachiis bilancium & ſtaterarum, ubi requiritur ut centra motus & appenſionum jaceant in directum:) item, qualis figura danda laminæ, ut per inflexionem acquirat datam curvaturam; & mille ejusmodi alia. Quarum Curvarum omnium proprietates characteriſticas, & aliquarum etiam conſtructiones exhibere poſſum, quas ſecundi tertiive generis Mechanicas eſſe deprehendo. Sed pleraque nondum digeſſi, nec uni vacat agere omnia. Præterea & Lectorum noſtrorum induſtriæ quædam relinquenda videntur, quibus hinc ampla occaſio inventum noſtrum perficiendi ſuppeditatur:

JACOBI BERNOULLI

SOLUTIO PROBLEMATIS LEIBNITIANI

De Curva Acceſſus & Receſſus æquabilis a puncto dato,

mediante rectificatione Curvæ Elaſticæ.

FElicitatem inventi præcedentis commendare poteſt ſolutio elegantiſſimi Problematis *Leibnitiani*, de invenienda *Linea, per quam deſcendens grave æqualiter æqualibus temporibus a dato puncto recedat, vel ad illud accedat*: quod laudatiſſimo ſuo Auctori ita placuit, ut non tantum ad ejus tentamen Amicos pariter & Adverſarios aliquoties in *Actis* provocarit (vid. *Anno 1689. Apr. p. 136. & 1690. Maj. p. 222. & Jul. p. 233.*) ſed & ipſe quoque ſtrenue in illo deſudarit, teſtibus nonnullis Curvæ proprietatibus, quas *Gallorum Diario* inſeri curavit, ut ex relatione *Fratris* habeo, qui tamen illas nominare mihi non potuit. Multus etiam in eodem fuit ipſe *Frater*, dum Pariſiis ageret, ſed omni ſua methodo Tangentium inverſa aliud nil effecit, Pag. 277.

fecit,

Digitized by Google

Act. Erud. An. 1694. M. Junii. fecit, quam ut Problema ad hanc æquationem differentialem reduceret: $xdx + ydy\sqrt{y} = xdy - ydx\sqrt{a}$, ad quam tamen etiam nullo labore pervenitur. Plenariam vero illius ſolutionem, ſive conſtructionem, nec ipſe nec quisquam alius dare potuit. Nuper cum præcedens Schediaſma pararem Lipſiam, partemque inventi cum figuris ipſis jamjam chartæ conſignaſſem, ſcrutinium hujus Lineæ ſuſcepi occaſione novorum Theorematum, quæ ibi dedi pro radiis circulorum oſculantium in Spiralibus (quorum tamen inveſtigatio & ipſa incidenter tantum fiebat; præcipua enim inventi capita ſub calamo demum mihi naſcebantur) mox etiam poſt pauca conamina optatum finem conſecutus ſum; ubi hoc perquam ſingulare mihi accidit, ut abſoluta analyſi animadverterem, Curvam Elaſticam, quæ qualemcunque tantum occaſionem huic tentamini dederat, illam ipſam eſſe, cujus rectificatione altera poſſet conſtrui. Nam quanquam idem liceat exequi mediante quadratura ſpatii alicujus Algebraici, alterum tamen conſtruendi modum præferendum cenſeo, tum quod generaliter facilius in praxi rectificentur curvæ, quam quadrentur ſpatia, tum præſertim quod ipſa natura (ſi quidem convenientem tenſionis legem obſervet) illum præſcripſiſſe videatur.

Conſtr. Deſcripta itaque Curva Elaſtica tertiæ conſtructionis (Fig. 3.) cæterisque poſitis ut prius, applicetur in utroque quadrante circuli BL, LG, recta Eζ æqualis ipſi *Ag* ſeu tertiæ proportionali ad AB & AE (hic in dextro tantum quadrante ducta apparet, ut linearum confuſio vitetur) & ex ducta Aε (productaque ſi ſit opus) abſcindatur Aα æqualis tertiæ proportionali ad rectam AB & portionem Curvæ AQ in ſiniſtro, vel θRQ in dextro quadrante; eritque punctum α in Curva quadam Aκακ, ita comparata, ut grave per illam latum (ſi prius ex altitudine *i*A deciderit) æqualibus temporibus æqualiter ad punctum A accedat, aut ab illo recedat. Cujus conſtructionis demonſtrationem (ut *Celeb. Problematis Auctorem*, aliis occupatiſſimum, examinandi labore ſublevem) hic appono:

Pag. 278. *Dem.* Deſcriptus intelligatur centro A arculus βδ, abſcindens ex applicata Aα Elementum αβ, & ex Curva Elem. αδ, cui concipiatur in vertice portiuncula iſochronos Aπ: Jam. Ratio βδ ad αβ compoſita eſt ex ſequentibus 5 rationibus:

βδ. Elem. periph. Bε :: Aα. Aε.
Elem. periph. BE. Elem. εζ :: Aε. Aζ, ex natura Circuli.
Elem. εζ. Elem. AE :: 2AE.AB, per conſtr. & princ. calcul. in fin. parvorum.
Elem. AE. Elem. AQ(θRQ) :: Aζ. AB, ex nat. curvæ AQ, ut collig. ex coroll. 2. conſtructionis tertiæ præced.

Elem.

Elem. AQ (φRQ.) αβ : AB. 2AQ (2φRQ) per Act. Erud. An. 1694. M. Junii.
conſtr. & princ. calc. inf. parv.
unde facta diviſione per communes rationum antecedentes & conſequentes, βδ. αβ :: Aα. AB + AE. AQ (φRQ,) & βδq. αβq :: Aαq. ABq + AEq. AQq vel φRQq (αζ. Aα. per conſtr.) :: Aαq, αζ. ABq, Aα :: Aα, αζ. ABQ :: Aι, αγ (ob ſimil. triangulorum Aαγ, Aιζ) ABq :: αγ. AB (Aι.) Componendoque αδq. αβq :: αγ + Aι. Aι; proinde & αδ. αβ :: √αγ + Aι. √Aι :: celeritas acquiſita in α. celer. acquiſ. in A (ex natura deſcenſus gravium) :: αδ. Aτ (per hyp. quia æqualibus tempuſculis tranſiri ſupponuntur.) Ergo αβ = Aτ. Ergo grave per hanc Curvam latum æqualiter æqualibus temporibus a puncto A recedit. Q. E. D.

Quæ hic præcipue obſervanda veniunt, ſunt ſequentia:

1. Si grave altius vel humilius, quam ex ι, decidere ſupponatur, puta ex τ, non opus eſt nova Elaſtica. Sufficit hæc una omnibus Curvis Iſochronis deſcribendis: omnes enim inter ſe ſimiles ſunt, determinanturque, faciendo tantum, ut Aι ad Aτ, ſic Aα ad aliam Aα abſcindendam ex eadem Aν. Eſtque ipſa Curva ſchematis noſtri conſtructa pro gravi tanquam ex τ, non ι, decidente.

2. Sed & infinitæ dantur aliæ, quas grave ex eadem altitudine τA delapſum ita permeare poteſt, ut æquabiliter ad punctum aliquod accedat vel recedat; at illud continuo diverſum ab A; nec niſi per unicam curvam ex eadem altitudine reſpectu ejuſdem puncti acceſſus vel receſſus æquabilis effici poteſt.

3. Curva noſtra Iſochronos initium capit in ipſo puncto A, cujus reſpectu motus æquabilis eſt, & terminatur in puncto ν ejuſdem cum illo altitudinis; utraque vero extremitate tangit horizontalem rectam Aν. Unde flexum contrarium habere conſtat. Quod ſi ex altera parte ſtatuatur huic ſimilis & æqualis curva Aλθ↓, & grave demittatur ex ν cum celeritate, quam acquirere poteſt cadendo ex altitudine æquali ipſi τA, illud primo deſcendendo ad ν, mox reaſcendendo, æquabiliter ad A accedet, indeque pergendo continue per alteram Aλθ↓ ab eodem puncto A eadem ratione elongabitur. Pag. 279.

4. Tangens Curvæ in locis intermediis, velut α, reperitur, ſi ducta Aμ perpendiculari ad Aα, fiat, ut √Aτ ad √αγ; ita Aα ad Aμ; ducta enim αμ curvam tanget: quod vel ex uſu, quem præſtare debet curva, facile infertur.

5. Recta Aν quadrupla eſt rectæ Aθ.

6. Si in Elaſtica punctum Q aſſumatur tale, ut tertia proportionalis ad ſubtangentem Pp & rectam AB æquetur curvæ AQ, invenietur ejus ope punctum χ portionis Aχθ, quod omnium

Act. Erud. An. 1694. M. Junii.

mnium maxime diſtat a perpendiculari $A\theta$.

7. Sin punctum Q ponatur tale, ut tangens Qp æquetur curvæ ϕRQ, illo mediante habebitur in altera punctum ω, omnium infimum & remotiſſimum ab horizontali $A\omega$.

8. Tandem & hoc advertendum eſt, quod ex propoſiti Problematis conſtructione proclive jam colligere ſit, quales ſuppoſitiones faciendæ, ad reducendam æquationem: $xdx + ydy\sqrt{y} = xdy - ydx\sqrt{a}$. Nam ſi loco x & y aſſumantur duæ aliæ indeterminatæ t & z, ponendo $ay = tz$, & $ax = t\sqrt{aa - zz}$; prodibit æquatio, in qua ſeparari poſſunt indeterminatæ t & z cum ſuis differentialibus a ſe invicem; quod ſufficit ad conſtructionem deinde, ſaltem per quadraturas, expediendam. Duo enim in hoc calculo adhuc præcipue deſiderari videntur, quæ ſi ſemper fieri poſſent, omnia reperta eſſent; unum ut differentialia ſecundi altiorumve generum ad differentialia primi reducantur: alterum, ut in æquationibus differentialibus primi

Pag. 280.

generis indeterminatæ, ſi invicem permixtæ ſint, a ſe mutuo ſeparentur, ut unaquæque cum ſua differentiali peculiarem æquationis partem conſtituat, hoc eſt, ut reperiatur methodus inverſa tangentium. Pro utroque dedi Regulas quaſdam (pluresque ſine fine dare poſſem) ſimiles illis, quas *Frater* Pariſiis apud *Marchionem Hoſpitalium* depoſuit, quibusque methodum ineſſe initio exiſtimarat. At ſtatim ſenſi, illas non continere niſi artificia quædam particularia, quæ methodum appellare non auſim, utpote qualem non magis dari poſſe arbitror, quam dari poteſt univerſalis methodus pro conſtruendis Æquationibus Algebraicis quorumvis promiſcue graduum. Illa enim (cujus olim in *Actis* mentio facta eſt) qua pono indefinite $0 = a + bx + cy + exy$, &c. & quæro deinde ejus ope lineæ tangentem, vix aliter quam in ſpeculatione ſuccedere videtur. Quod dictis fidem faciat, hoc eſto, quod præſens Problema, quanquam ut apparet haud admodum difficile, nullius regulæ methodive hactenus repertæ ope ſolvi a quoquam potuerit.

G. G. L.

Digitized by Google

G. G. L. NOVA CALCULI DIFFERENTIALIS APPLICATIO ET USUS,

Act.Erud. An.1694. M. Julii. Pag. 311.

Ad multiplicem linearum conſtructionem, ex data tangentium conditione.

MEmini jam a me inſinuatum in his Actis, ut rectarum ordinatim ſumptarum concurſu hactenus noto, ita & concurſu curvarum lineas formari. Sed placet rem non parvi ad Geometriam augendam momenti exponere diſtinctius; nam ne in rectis quidem concurrentibus tota ejus vis fuit perſpecta. In genere igitur hoc problema ad communis Geometriæ leges revocare hic docebo: *Lineis* (rectis vel curvis) *propoſitam tangentibus, poſitione ordinatim datis, invenire propoſitam*, vel quod eodem redit: *invenire lineam, quæ infinitas lineas ordinatim poſitione datas tangit*. Cujus uſus cum latiſſime pateat, calculum in eam rem peculiarem jamdudum excogitavi, vel potius huc peculiari ratione applicui noſtrum Differentialem compendio non contemnendo. Scilicet quemadmodum *Carteſius* loca veterum calculo exprimens æquationes adhibuit, quæ cuivis curvæ puncto conveniunt, ita nos æquationes hic adhibemus infinities ampliores, quæ cuilibet puncto cujuslibet curvæ *in ſerie ordinatim ſumtarum curvarum* comprehenſæ, accommodantur. Itaque x & y abſciſſa quidem & ordinata, ſeu *coordinatæ* eſſe intelliguntur cujusvis ex dictis curvis, ſed ſpeciatim tamen accipiuntur de curva ex ipſarum concurſu *formata* ſeu ipſas tangente; utili quodam *æquivocationis characteriſticæ* genere. *Coefficientes* a, b, c, in æquatione cum ipſis x & y uſurpatæ, ſignificant quantitates in eadem curva *conſtantes*, alias quidem *inſitas* (nempe *parametros*) alias vero *extraneas*, quæ ſitum curvæ (adeoque verticis axisque) definiunt. Sed comparando curvas ſeriei inter ſe, ſeu tranſitum de curva in curvam conſiderando, aliæ coefficientes ſunt *conſtantiſſimæ* ſeu *permanentes*, (quæ manent non tantum in una, ſed & in omnibus ſeriei curvis,) aliæ ſunt *variabiles*. Et quidem ut *ſeriei curvarum lex* data ſit, neceſſe eſt unicam tantum in coefficientibus ſupereſſe variabilitatem, adeoque ſi in *primaria* pro omnibus curvis *æquatione* naturam earum communem explicante plures extent variabiles, neceſſe eſt dari alias *æquationes acceſſorias*, coefficientium variabilium dependentiam inter ſe exprimentes, quarum ope omnes variabiles ex æquatione primaria tolli poſſint præter unam. Cæterum pro concurſu duarum linearum

TAB. IV

Pag. 312.

Digitized by Google

Aſt.Erud. An. 1694. M. Julii. proximarum, ſua interſectione punctum curvæ quæſitæ (quam & tangere intelliguntur,) determinantium, manifeſtum eſt, concurrentes quidem, adeoque lineam ex concurſu *formatam* tangentes, eſſe geminas; interſectionis autem ſeu concurſus punctum eſſe unicum, adeoque & ordinatam ei reſpondentem unicam eſſe; cum alioqui in inveſtigatione ſolita linearum propoſitam tangentium, rectarum vel curvarum (velut circulorum, parabolarum &c.) ex datæ curvæ ordinatis quærendarum, ordinatæ *geminæ*, tangentes *unicæ* concipiantur. Itaque quoad præſentem calculum, quo ipſæ ex tangentibus rectis vel curvis poſitione datis inveſtigantur ordinatæ (contra quam in communi) manent coordinatæ x & y in hoc tranſitu (a proximo ad proximum) invariatæ, adeoque ſunt indifferentiabiles; at coefficientes, (quæ in communi calculo indifferentiabiles cenſentur, quia conſtantes,) quatenus hic variabiles ſunt, differentiantur. Notabile eſt autem, *ſi omnes inſitæ coefficientes ſint permanentes*, curvæque adeo ordinatim concurrentes ſint congruæ inter ſe; perinde fore, ac ſi intelligantur *eſſe veſtigia ejusdem lineæ motæ*; curvaque earum concurſu formata lineam motam perpetuo durante motu tanget. Unde in hoc caſu oritur connexio quædam cum generatione *trochoeidum*; nam & baſis, ſuper qua volvitur generatrix trochoeidis, generatricem durante motu tangit.

Calculus autem ita inſtituetur: aſſumatur aliquis angulus rectus fixus, cujus crura utcunque producta conſtituere intelligantur duos axes relationis curvarum, ſeu axem cum axe conjugato; in quos demiſſæ normales ex puncto curvæ quocunque erunt ordinata, x, & ordinata conjugata ſeu abſciſſa, y; uno verbo; *coordinatæ*, x & y; quarum relationem ex datis quærendo habebitur *æquatio*, (1) quam paulo ante appellavimus *primariam*, cum ſit cuilibet cujuslibet curvarum ordinatim ſumtarum puncto communis. Quod ſi æquationi 1, inſunt plures coefficientes variabiles, ut b, c, dabitur earum dependentia per *ſecundariam* æquationem, (2) unam vel plures; atque ita ex æq. 1 tollendo coefficientes variabiles, præter unam b prodibit æq. (3) Hanc æquationem differentiando, ut prodeat æq. (4) cum in ea ſola affutura ſit differentialis ipſius b, evane-Pag. 313. ſcet differentialitas, adeoque habemus æq. 4. ordinariam, cujus ope ex æq. 3. tollendo variabilem reſiduam b, habebitur æquatio, (5) in qua præter x & y tantum ſupererunt coefficientes invariabiles (ut a) quæ erit *æquatio* ad curvam quæſitam concurſu ſeriei linearum formatam, adeoque *ad ſeriei linearum tangentem communem*. Sed & aliter inſtitui poteſt calculus, prout

faci-

Digitized by Google

facilitas invitabit, non tollendo ſtatim variabiles, ſed ſervando. Nempe datis æq. (1) primaria, & æq. (2) ſecundaria (una vel pluribus pro explicanda dependentia coefficientium variabilium inſervituris) differentientur æq. 1. ut prodeat (3), & æq. 2. ut prodeat (4) (una vel plures, ſi pro æq. 2. affuerint plures.) Ita habebimus plures quantitates differentiales, ſed tamen habebimus & æquationes ſufficientes ad eas tollendas; & quidem modo tolli poſſint differentiales quantitates uſque ad unam; etiam reſidua iſta evaneſcet per ſe, & ſic prodibit æq. (5) ordinaria, ſeu carens quantitate differentiali; quam conjungendo cum æq. 1. & 2. tolli poterunt variabiles omnes, & prodibit æq. (6) naturam exprimens curvæ quæſitæ, linearum concurſu formatæ, quæ erit eadem cum æq. 5. calculi prioris. Ed. Erud. An. 1694. M. Julii.

Hac jam methodo ſolvi poſſunt innumera problemata ſublimioris Geometriæ, hactenus non habita in poteſtate, pertinentiaque ad tangentium converſam; ex quibus nonnulla in ſpecimen indicabo, magnæ utique generalitatis. Veluti: data relatione inter AT & AΘ reſegmenta axium per curvæ tangentem CT facta, invenire curvam CC; nam rectæ curvam tangentes ordinatim poſitione dantur, adeoque & curva quæſita, quippe quæ earum concurſu formatur. Vel ſi dato puncto axis T. detur lineæ datæ EE punctum E, ſic ut juncta TE, ſi opus producta, quæſitam curvam CC tangat, patet ex dictis curvam CC præſcripta hic methodo haberi. Similiter data relatione inter AP & AΠ, reſegmenta axium facta per curvæ perpendicularem PC, licet invenire curvam CC: nam ob rectas PΠ ordinatim poſitione datas, etiam datur linea FF formata per earum concurſum; hujus vero evolutione deſcribetur curva CC quæſita. Unde hic quidem infinitæ curvæ ſatisfacientes dari poſſunt, omnes ſcilicet *parallelæ* inter ſe, quæ ejusdem lineæ evolutione *condeſcribuntur*; & data relatione inter AP & AΠ dari poteſt *curva quæſita* non tantum ſatisfaciens, ſed & *tranſiens per punctum datum*. Interim hoc caſu curva CC non ſemper eſt ordinaria, quoniam ſcilicet non ipſamet, ſed ipſius per evolutionem generatrix rectarum poſitione datarum concurſu formatur. Certe cum ipſa curva formatur concurſu, habetur *determinata*, nec in arbitrio eſt punctum, per quod tranſeat; quæ diſtinctio utilis eſt in hac doctrina. Pag. 314.

Sed exemplum calculi dabimus in problemate itidem generali, ad aliquam tamen ſpecialem lineam applicato: *data relatione perpendicularis* PC *ad proprium ab axe reſegmentum* AP, *invenire lineam* CC. Patet enim datis poſitione punctis C, nem-

F 2 pe

Digitized by Google

Act. Erud. An. 1694. M. Julii. pe centris circulorum, & radiis PC datis magnitudine (ob datam relationem ad AP) *dari ordinatim circulos lineam* CC *tangentes*, adeoque lineam ipſam circulorum concurſu formatam haberi poſſe, id quod jam verbulo indicaveramus olim in *Actis* 1686. *menſe Junio* p. 425. ſub ſchediaſmatis finem. Itaque centro P, radio PC magnitudine dato, deſcribatur circulus CF. Ut ergo methodum paulo ante poſitam huc applicemus: ex puncto circuli quocunque F agantur normales ad crura anguli recti PAH, ſeu coordinatæ FG, y, & FH, x (quæ in caſu concurſus duorum circulorum incidunt in CB, CL) ſit AP, b, & PC, c; fiet ex natura circuli, $xx+yy+bb \underline{\underline{(1)}} 2bx+cc$ æquatio primaria omnibus noſtris circulis & cuique cujusque puncto communis. Quoniam autem datur relatio inter AP & PC, dabitur curva EE, cujus ordinata PE æquetur ipſi PC; hæc curva ponatur (exempli gratia) eſſe parabola, cujus parameter, a, & fiat $ab \underline{\underline{(2)}} cc$, quæ æquatio ſecundaria exhibet relationem ſeu dependentiam inter c & b. Hujus ope tollendo c, ex æq. 1. fiet $xx+yy+bb \underline{\underline{(3)}} 2bx+ab$; patet autem in æq. 1. præter coordinatas x & y, adeſſe coefficientes c, b, a; ex quibus c & b ſunt in uno circulo conſtantes, & c quidem eſt circulo inſita, cum ejus radium deſignet; b eſt extranea, quippe ſitum centri deſignans; ambæ variatis circulis ſunt variabiles, ſed a eſt conſtantiſſima ſive permanens, cum non unius tantum circuli omnibus punctis, ſed & pro omnibus circulis noſtris in æquatione maneat eadem. Reducta jam æquatio 3. ad unam coefficientem variabilem b, differentietur, ſecundum b (ſolam in ea differentiabilem) & fiet $2bdb = 2xdb + adb$, ſeu (evaneſcente db) fit $b \underline{\underline{(4)}} x + a:2$ (qui calculus in

Pag. 315. caſu unius differentiabilis in effectu coincidit cum methodo vetere de maximis & minimis a *Fermatio* propoſita, ab *Huddenio* promota, ſed quæ tantum eſt corollarium noſtræ.) Jam ope æq. 4. tollendo reſiduam coefficientem variabilem b, ex æq. 3. fiet $ax + aa:4 \underline{\underline{(5)}} yy$, quæ eſt æquatio ad curvam *cc* quæſitam. Idque indicio eſt eam eſſe parabolam, ipſi datæ AE congruentem, ſed paulo tantum aliter ſitam; continuata enim CC vertice ſuo V incidet in axem AP, ſed ſupra datæ AE verticem A, ita ut diſtantia verticum AV ſit communis lateris recti pars quarta. Si alteram calculandi rationem malis, per plures differentiales; reſumtæ æquationes 1 & 2 differentientur, & ex 1 fiet $bdb \underline{\underline{(3)}} + db + cdc$, ſed ex 2 fiet $adb \underline{\underline{(4)}} 2cdc$, quarum (3 & 4) ope tollendo dc, evaneſcet ſimul & db, & fiet $b \underline{\underline{(5)}} x + a:2$ ut paulo ante. Unde jam per 1, 2, 5, tollendo c & b coefficientes variabiles; prodibit $ax +$

$aa:$

ae: 4 $\underline{\underline{(6)}}$ *yy* pro æquatione lineæ quæſitæ, ut ante. Act. Erud. An. 1694. M. Julii.

Atque ita docuimus data relatione perpendicularis PC ad proprium ex axe reſegmentum AP exhibere lineam CC, quia ordinatim dantur circuli lineam tangentes. Sed data relatione rectæ tangentis TC ad proprium ex axe reſegmentum AT (ſeu circulis normalibus ad lineam ordinatim datis) invenire lineam, CC; alterius eſt methodi, & *conſtructione tractoria* talis linea haberi poteſt, a nobis in his *Actis Sept. anni ſuperioris menſe* explicata. Hujus autem præſentis methodi noſtræ maximus præterea eſt uſus ad complura alia problemata Geometriæ ſuperioris, aut etiam ad mechanica vel phyſica applicatæ. Cum enim id agitur, ut figura formetur, in quovis puncto dato ſuæ lineæ terminantis præſtans aliquid deſideratum, perſæpe conſequimur quæſitam formando ipſam concurſu linearum, quarum quævis in aliquo puncto ſatisfacit, ipſomet ſc. puncto concurſus. Hac ratione jam olim in ſchediaſmate *de Lineis Opticis* inveni modum lineas exhibendi, quæ radios ordinatim poſitione datos, ſeu a datæ figuræ ſpeculo venientes, reddant convergentes, aut divergentes, aut parallelos. Formatur enim talis linea ellipſium concurſu, ſi radii debeant fieri convergentes; eademque methodus valet, ſi reddendæ ſint parallelæ aut divergentes.

P. S.

Solutionem ſuam Problematis Bernoulliani menſe nupero Majo una cum objectione Anonymi Actis Eruditorum inſertam, Pag. 316. Dn. Marchio Hoſpitalius Auctor defendere non diſtulit, oſtenditque, ut intellexi, Anonymum, ſi calculum ſuum ad finem perduxiſſet, ipſummet ſolutionis datæ ſucceſſum fuiſſe deprehenſurum. Cæterum Anonymus ille aliam ſolutionem non dedit, neque id ſecundum Analyſin vulgarem facile præſtari poteſt. Noſtra autem nova, adeoque & Dn. Marchionis ac Dominorum Bernoulliorum Methodus, non hoc tantum, ſed &, quemadmodum jam menſe Julio pag. 313. in Actis anni ſuperioris eſt admonitum, innumera ſimilia ſolvit, ſive abſolute pro re nata, ſive per quadraturas. Et generale Problema ſic concipi poteſt: *Data ratione inter duas Functiones invenire Lineam*. Data ratio intelligitur, quæ eſt inter duas datas, velut *m* & *n*. *Functionem* voco portionem rectæ, quæ ductis ope ſola puncti fixi & puncti curvæ cum curvedine ſua dati rectis, abſcinditur. Tales ſunt: Abſciſſa AB vel Aβ; ordinata BC vel βC; tangens CT vel Cθ; perpendicularis C*p* vel Cπ; ſubtangentialis BT vel βθ; ſubperpendicularis BP vel βπ; per tangentem reſecta AT vel Aθ; per perpendicularem reſe-

Act. Erud. An. 1694. M. Julii. reſecta AP vel Aπ; correſecta PT vel πt; radius oſculi ſeu curvedinis CF; & aliæ innumeræ.

DESCRIPTIO PHÆNOMENI TRIUM SOLIUM
Eodem tempore ſuper Horizonte viſorum a Dn. Caſſini:

Tranſlata ex Commentariis Mathematico-Phyſicis Academiæ Regiæ Scientiarum Pariſienſis, editis d. 31. Januar. Ann. 1693.

QUamvis parelii non ſint infrequentes, rariſſime tamen illis comparent ſimiles, quales d. 18. Januarii anni 1693. oriente Sole ab illuſtri Caſſino conſpecti fuerunt. Cœlum eo tempore verſus orientem nubibus erat coopertum, illa excepta horizontis parte, qua Soli ſurgendum erat, quippe quæ ſuda erat ad unum circiter altitudinis gradum, aut paullo minus. Elapſis hora matutina ſeptima & fere 38. minutis, primum quidem ſplendida ibi-
Pag. 317. dem lux in conſpectum veniebat, cujus amplitudo apparentem Solis diametrum æquabat, quæque perpendiculariter uſque ad nubes elevabatur: deinde vero in hac luce inter nebulas illuſtratas integri diſci Solaris imago apparebat, unde radii ad horizontem perpendiculariter adſcendebant in acumen deſinentes, altitudine 10. graduum. Cum autem interim *Caſſinus*, qui Solem hoc phænomenon eſſe putarat, limbum Superiorem Solis veri in horizonte ita fulgentem cerneret, ut tempore maxime ſereno ſolet, non potuit non inopinatum hoc ipſi accidere. Ille tamen fulgor ſtatim eum a parelio diſtinguebat, qui integer adhuc in eademque linea verticali ſupra verum Solem, eadem cum ipſo magnitudine & figura, apparebat, & nubes radiis ſuis perpendicularibus illuſtrabat. Non ita multo poſt, quam verus Sol totus fere nubibus ſe involverat, Dominus Caſſini præter opinionem inferius tertium animadvertit Solem, ejusdem cum primo magnitudinis & figuræ, & in eadem linea verticali. Ultimus hic Sol lumen aliquod inferius poſt ſe trahebat, non abſimile illi, quod primus ſuperius habebat, quodque ſupra horizontem elevabatur. Durabat quoque interim primus parelius, ſed ejus perpendiculares radii ſenſim debiliores fiebant & breviores. Tandem vero uterque paulatim extinguebatur, ita ut hor. 7. min. 58. plane diſparerent.

Hoc phænomenon inſervit explicationi duorum aliorum, de quibus in Commentar. mathem. phyſic. April. anni præced. actum, & quorum prius 21. Maii Ann. 1672. poſterius 21. Martii 1692. obſervatum fuit. Vero enim per quam ſimile eſt, illa meteora

ejus-

Digitized by Google

ejuſdem cum hoc naturæ fuiſſe, ſed ſolos radios ad horizontem perpendiculares, qui ſequebantur motum Solis, poſt ejus obitum, in conſpectum veniſſe, quique amplius quam hoc extendebantur in longitudine & latitudine, propter Solis abſentiam. Act. Erud. An. 1694. M. Julii.

Conducit quoque ad explicandum rariſſimum aliud phænomenon, viſum in Sinu Sambracitano (le Golphe de Grimaud en Provence) anno 1686. d. 13. Septembris. Mare admodum tranquillum cœlumque ſerenum erat & nubibus vacuum, præterquam in regione orientali, ubi vapor rubicundus ad 3. grad. altitudinem ſurgebat, cum Dominus *Chazelles*, Profeſſor hydrographiæ regius, accingens ſe ad obſervandum ortum Solis, ſubito vidit ſuper horizonte adparere diſcum Solis male terminatum quidem, ſed admodum ſplendentem. Poſt minutum, quaſi Sol ſub horizontem reverteretur, dimidia ſolum diſci pars apparebat bene terminata & admodum rubicunda. Tandem ordinario modo Sol oriebatur, & cum ſupra horizontem emerſiſſet, inſequi eum videbatur claritas admodum vivida, quæ dum inferiori cum diſci limbo confundebatur, inſtar ſtylobatæ cui Sol impoſitus adparebat. Tandem hæc claritas mutabatur in conum luminoſum, cujus apex horizontem tangebat, cum Sol elevatus fuiſſet altitudine ſuæ diametri, & poſt minutum diſparebat. Pag. 318.

Diſcus ille luminoſus, qui Dn. *Chazelles* ſubito apparuit ſuper horizonte, & quem ille pro Sole habuit, procul dubio nihil aliud fuit, quam parelius, ſimilis Soli ſpurio primo, quem Dn. *Caſſini* d. 18. præſentis menſis obſervavit, quemque vix potuiſſet diſtinguere ab ipſo Sole, niſi utrumque ſuper horizonte vidiſſet. Secundus parelius *Caſſino* viſus caudam poſt ſe trahebat radioſam, quæ contrahebatur verſus horizontem, eundem fere in modum, quo conus luminoſus, quem Do. *Chazelles* ſub Sole vidit. Probabile ergo eſt ambo meteora ejuſdem fuiſſe naturæ: verum illud, quod Dn. *Chazelles* adparuit, longe fuit imperfectius altero, ubi Sol verus inter duos adulterinos adparebat, quorum radii in oppoſitam Soli vero partem tendebant, unius quidem ſurſum, alterius deorſum.

Fortaſſis quoque celebris illa obſervatio Hollandorum, qui Solem ſuper horizonte in Nova Zembla videbant quatuordecim diebus citius, quam ſecundum Aſtronomiæ principia adparere debebat, per hoc novum phænomenon explicari poteſt. Valde quidem ſoliciti fuere Aſtronomi de ratione hujus mirabilis paradoxi invenienda. Quidam enim Hollandos falſos fuiſſe putabant in elevatione poli capienda: quidam locum, ubi Hollandi exſcenſionem fecerant, inſulam fluctuantem eſſe ſibi imagi-

naban-

Act. Erud. An. 1694. M. Julii. nabantur, quæ a ſeptentrione verſus auſtrum 60. leuc. promota fuerit ab illo tempore, quo altitudo poli indagata fuerat: Aſtronomi vero præſtantiſſimi effectum hunc extraordinarium, cum aliter ſe expedire non poſſent, refractionibus tribuebant.

Verum prima pariter & ſecunda opinio defendi plane non poſſunt, quoniam obſervationes, quas Hollandi ante hoc phænomenon & poſt illud fecerunt eodem in loco, apte ſatis quadrabant cum altitudine poli aſſumta: tertia vero ſententia parum veroſimilis eſt, cum nullum extet tam prodigioſæ refra- Pag. 319. ctionis exemplum. Videtur ergo potius, id ipſum, quod Hollandi Solem eſſe putabant, fuiſſe parelium illi, qui 18. Januar. viſus fuit, ſimilem; & hæc conjectura vel ideo majorem veri ſpeciem habet, quia Solem ſatis clarum non viderunt, niſi 19. Februarii, cum meridie tres gradus eſſet altus, & ſupputantes altitudinem poli per obſervationem Solarem, illam invenerunt conformem eidem, quam antea ex obſervatione aliorum ſiderum derivaverant.

Non referunt hiſtoriæ naturalis conditores, unquam viſos fuiſſe parelios Soli tam vicinos, quam illi fuerunt, qui d. 18. hujus menſis comparuerunt. Eorum enim centra non erant a Solis centro remota, niſi ad ſummum 34. minut., cum centra pareliorum ordinario diſtent ſæpe plus quam $22\frac{1}{2}$ grad., quandoque 45. gr. imo etiam 90. grad.

Quemadmodum igitur phænomenon hoc rariſſimum eſt, ita oportet etiam, concurſum cauſarum ad ejus formationem neceſſariarum rariſſime contingere. Quapropter non poſtulandum eſt, tales ut afferamus ejus cauſas, quæ ſæpius poſſint occurrere, ſed ſufficit proponere hypotheſin, quæ apta ſit ad explicandum, quomodo naturaliter formari poſſit. Notum eſt, parelios ordinarie mediante reflexione & refractione radiorum Solarium fieri; verum illi, quos jam deſcripſimus, parelii præcipue reflexioni ſuam debent originem. Neque enim ulla colorum varietas in illis adparebat; erantque tam bene fere ac ipſemet Sol terminati, quando in horizonte verſatur; nec non ejusdem cum hoc ſidere figuræ & magnitudinis, ſed pallidiores.

Quærenda ergo ſunt in aere corpora, quæ apta ſint ad reflectendos Solis radios, & ita diſpoſita, ut poſſint repræſentare duos parelios, quorum centra diſtent a centro Solis intervallo 34. minut.

Supponere ergo licebit *primo*, quoniam aer erat frigidiſſimus, cum meteora illa adparebant, eidem inhæſiſſe magnam vim foliorum glaciatorum, valde exæquatorum, planorum, & tenuium, quorum ſuperficies erant parallelæ inſtar foliorum glaciei, quæ ſæpe

ſæpe ſtellas nivis componunt, & quæ ſibi incumbentia grana albæ pruinæ efformant, ut ope microſcopii videre licet. Act.Erud. An. 1694. M. Julii.

Secundo, plurima ex his foliolis inclinata fuiſſe verſus radios Solis ad oculum ſpectatoris pervenientes, & alia fuiſſe aliis magis inclinata 17. minut. cum 17. minuta ſint dimidium diſtantiæ apparentis inter centrum Solis & pareliorum. Pag. 320.

Tertio, radium centralem Solis, qui in radios debiliores dividi poteſt, dum oblique incidit in foliolum tale, diviſum fuiſſe in duos alios radios, quorum unus tranſierit per foliolum glaciei, ita ut non ſenſibiliter detorqueretur a duabus refractionibus factis in ſuperficiebus inſenſibiliter a ſe invicem remotis, & ad oculum ſpectatoris perveniens eidem verum Solis centrum repræſentarit; alter vero radius reflexus fuerit ita, ut angulus reflexionis eſſet æqualis angulo incidentiæ, ſecundum legem reflexionis ordinariam.

Quarto, radium hunc reflexum incidiſſe in quoddam ex alterius generis foliolis inclinatis 17. minut. verſus prius e regione oculi ſpectatoris, & hinc repercuſſum fuiſſe verſus radium directum continuatum uſque ad oculum, & feciſſe cum hoc radio angulum 34. min. duplum ſcil. inclinationis mutuæ foliolorum glaciei; & tandem unum ex his foliolis in ea fuiſſe diſtantia ab altero, ut oriretur quoque idem angulus 34. min. in oculo ſpectatoris: atque ita radium bis reflexum exhibuiſſe in altero glaciei foliolo centrum parelii diſtans 34. min. a centro Solis, ſecundum Obſervationem.

Figura huic diſcurſui juncta, inſerviet ad melius capiendam foliolorum glaciei diſpoſitionem. TAB. V.

Sit *ab* radius centralis Solis oblique incidens in folioli *cd* punctum *b*: ſit *bl* radius reflexus faciens angulum *lbd* æqualem angulo *abc* aut *dbe*: ſit *gb* foliolum glaciei inclinatum verſus foliolum *cd* angulo *gic* 17. minut. unde reflectitur radius *fe* faciens angulum *ife* æqualem angulo *gfb* aut *lfb*.

Quoniam ergo angul. $lfi = lbi + bif$, & $lfe = 2\,lbi + 2\,bif = lbe + bef$, h. e. $2\,lbi + bef$. Ergo *bef* eſt æqualis duobus *bif*, quorum ſinguli ſunt 17. minut. & conſequenter ipſe eſt 34. min. quæ determinant diſtantiam adparentem inter centrum parelii *f* & Solis *b*, viſi per radium *eba*, qui glaciem transparentem pervadit.

Quod autem dictum fuit de radio centrali, de aliis quoque intelligendum eſt radiis, qui a diverſis reliquis punctis Solis proveniunt, ut univerſi integrum ejus diſcum repræſentent.

Duo alia foliola contraria ratione reſpectu priorum diſpoſita referent centrum alterius parelii, in latere adverſo.

G.G.L.

Digitized by Google

G. G. L.

Act. Erud. An. 1694. M. Aug. Pag. 364.

CONSTRUCTIO PROPRIA PROBLEMATIS De Curva Isochrona Paracentrica.

Ubi & generaliora quædam de natura & calculo differentiali oſculorum, & de conſtructione linearum tranſcendentium, una maxime geometrica, altera mechanica quidem, ſed generaliſſima. Acceſſit modus reddendi inventiones tranſcendentium linearum univerſales, ut quemvis caſum comprehendant, & tranſeant per punctum datum.

A Celeberrimo Viro *Jac. Bernoullio*, Matheſeos apud Baſileenſes Profeſſore, in *Actis menſis Junii* nuperi velut invitatus; Pag. 365. præſertim circa problema a me olim, cum nondum noſtra calculandi methodus frequentari cœpiſſet, propoſitum; reſponſionem defugere nolui; tametſi & valetudo vacillans & aliæ multiplices cauſæ, excuſare me fortaſſe poſſent. Et quidem profundius iſta meditari non licet, aut demonſtrationes introſpicere, minime tamen dubito, pro explorato acumine *Viri*, vera attuliſſe. Quo conſtituto libenter agnoſco, non facile in ſpecialium problematum ſolutione apud Geometras pulchriora repertum iri. Quædam tamen annotabo, quæ mihi primo aſpectu ſeſe obtulere, nec novo ſtudio indigebant. Theoremata pro inveniendis radiis circulorum oſculantium elegantia & utilia ſunt, utorque ſimilibus vel expreſſe, vel potius virtualiter ipſa calculi noſtri natura jubente, quoties generatricem evolutoriam vel oſcula quæro, lineæ non niſi differentialiter ſeu per tangentium proprietatem datæ; tunc enim ut ex duabus incognitis generatricem determinantibus unius (altera ſublata) valor, per ipſas x, y, dx, dy lineæ differentialiter datæ, generaliter habeatur; utique veniendum eſt ad differentio-differentiales, quæ tamen ceſſant in applicatione, quia $dy : dx$, per ordinarias explicatur. Sed & pro centris non minus ac radiis circulorum oſculantium theoremata generaliora formari poſſunt, quæ certorum elementorum æqualitate non indigent. Tale hoc eſt (cujus corollaria ſunt, quæ *Vir Cl.* attulit,) radius oſculi eſt ad unitatem, ut elementum unius coordinatæ eſt ad elementum rationis elementorum alterius ordinatæ & curvæ. *Rationem* autem hic ſumo pro re homogenea unitati vel nu-

me-

mero, quæ oritur ex diviſione antecedentis per conſequens. Item: diſtantia centri oſculantis circuli ab ordinata curvæ, eſt ad unitatem, ut tertia proportionalis elementorum abſciſſæ & curvæ eſt ad elementum rationis elementorum abſciſſæ & ordinatæ. Et quod notatu dignum eſt, poſſunt hæc indagari ſine meditatione figuræ, nempe ex calculo ſolo a nobis propoſito; quærendo ſcilicet æquationem localem ad rectam curvæ normalem, eamque differentiando ſecundum quantitates in ea geminatas, methodo a me præſcripta in his *Actis April.* 1692. & nuper illuſtrata. Nempe ſit abſciſſa AB, x; ordinata BC, y, vel contra; & elementum curvæ ſit dc. Et CP ad curvam perpendicularis, axi occurrat, in P; ſumaturque in ea punctum quodcunque G, unde ad axem normalis GF ducatur. Jam ſit AF, f; & GF, g; fietque (cum ſigna ita poſtulabunt) $g+y$ ad $f-x$ ut dx ad dy ſeu fiet $g+y=f-x,\ dx:dy$, quæ eſt æquatio localis ad rectam indefinite productam, curvæ normalem. Verum quia jam duarum hujusmodi rectarum quæritur interſectio, differentianda eſt hæc æquatio; hoc tantum obſervato, ut g & f, ob commune punctum concurſus, conſiderentur velut coincidentes in utraque recta, adeoque indifferentiabiles. Et fiet $dy=f-x\,d\,\overline{dx:dy}-dx\,\overline{dx:dy}$; ſeu $dc\,dc:dy$ (tertia prop. ipſis $dy\ dc$) eſt ad $d\,\overline{dx:dy}$ (elementum rationis inter dx & dy) ut $f-x$ ad unitatem; quod eſt poſterius theorema ex iis, quæ paulo ante adduxi. Quod ſi rationem inter dx & dy vocemus r, fiet dx ad $rdr:1+rr$ (elementum quoddam pro dicta ratione logarithmicum) ut diſtantia a coordinata nempe $f-x$ eſt ad unitatem. Iisdem poſitis, radius oſculi vocetur q, fiet $qdy:dc=f-x$; & differentiando fiet $qd,\overline{dy:dc}=dx$ ſeu fiet q ad 1, ut $-dx$ ad $d,dy:dc$, vel q ad 1, ut dy ad $d,dx:dc$; quod eſt theorema prius. Et omnino variari iſta poſſunt infinitis modis, conſtituique pro uſu problematum; potiſſima tamen elegantioraque conſignari prodeſt ad ſcientiæ incrementum. Et latent ſane in iſtis, quæ egregios uſus habere poſſunt.

Act. Erud. An. 1694. M. Aug.

Pag. 366

De *Elaſtro* in univerſum quidem dici, opinor, poteſt: tenſionem eſſe proportionalem vi tendenti. Sed cum in ſolidi contenti mutatione tenſio conſiſtat, non ſolet tota in longitudinem refundi; ut ſi fingamus pilas inflatas in lineam diſpoſitas eſſe, vicinamque vicinæ nodo quodam alligari; ac totum funem ex illis compoſitum intendi; manifeſtum eſt, funis extenſionem in longitudinem non fore proportionalem tenſioni aeris incluſi in pilis, ſeu vi tendenti. Quæ cauſa etiam eſt, quod de lamina elaſtica non æque ac de catena certi aliquid conſtitui poteſt.

Act.Erud. An. 1694. M. Aug. Itaque recte *Clar. Vir* generalia dedit pro quacunque tenſionis lege.

Cum varios modos conſtruendi tranſcendentes lineas examinaſſem olim, omnium abſolutiſſimum eſſe repereram, qui fieret inventione punctorum quotcunque per meras quantitates ordinarias ſeu Algebraicas, ſuppoſita tantum unica quantitate conſtante tranſcendente pro punctis omnibus; cum alias perpetuo tranſcendentibus novis ſit opus pro puncto quovis. Et hoc modo uſus eram ad catenariæ conſtructionem. Is igitur valde probatur *Celeberrimo Viro p.* 32. dolendum tamen cenſet, quod Pag. 367. non ſit univerſalis; etſi enim ſuccedat in his, quæ pendent a logarithmis vel quadratura hyperbolæ, non tamen adhiberi poſſe, ubi quadratura circuli vel altior alia requiritur. Cum vero mihi ſecus videatur, omninoque arbitrer pro circuli dimenſione, imo & pro altioribus, ſimile aliquid fieri poſſe; ad promotionem ſcientiæ intereſt, ut res nonnihil declaretur. Nempe quod pro quadratura hyperbolæ præſtat ſectio rationis ſeu inventio mediarum proportionalium, id pro circulari præſtat ſectio anguli. Itaque loco logarithmicæ adhiberi poteſt *linea ſinuum* (noſtro more explicata) vel linea tangentium, aliaque ſimilis. TAB. VI Fig. 1. Nempe ſumatur quadrans circuli ABCGA, cujus baſis BC eſt ſinus totus, altitudini autem BA utcunque productæ in E, tanquam axi, ordinatim applicentur ſinus recti, hoc modo: Arcus quadrantis biſecetur in G; & ſegmenta AG, CG rurſus biſecentur in H & K; & ſegmenta AH, HG, GK, KC denuo biſecentur, eodemque modo pergi intelligatur. Porro ſimiliter altitudo EB biſecetur in (G); & E (G), B (G) in (H) & (K) atque ita porro: tum ipſæ rectæ a punctis ſectionum ad axem ductæ: ut GL, HM, KN ſeu ſinus angulorum GBC, HBC, KBC, (quos cum baſi comprehendunt radii a punctis ſectionum arcus ad centrum ducti) ordinatim applicentur reſpondentibus punctis ſectionum altitudinis; ſeu transferantur in (G) (L); (H) (M); (K) (N); & ſinus totus BC, in B (C); & linea E (M) (L) (N) (C) erit linea ſinuum; Atque ita ſi ordinatæ velut (M) (H) ſint ut ſinus angulorum (velut ABH) abſciſſæ, E (H) erunt ut anguli, ſeu ut arcus, velut (AH). Et, ſiquidem tota altitudo EB ſit æqualis arcui quadrantis; abſciſſæ erunt arcubus dicto modo reſpondentibus æquales. Igitur linea hæc ſinuum per puncta deſcribi poteſt non minus ac logarithmica. Ipſa autem ſemel deſcripta, dataque una ſola quantitate conſtante, quæ eſt ratio diametri ad circumferentiam; ſeu data ratione arcus quadrantis AGC, ad radium BC; adeoque data ratione arcus AGC ad altitudinem

BE

BE (cujus ratio ad BC pro arbitrio ſumta eſt,) patet ope lineæ ſinuum deſcriptæ, arcum circuli quemvis dari; adeoque & ſegmenti cujusque circularis vel ſectoris quadraturam. Quemadmodum autem in logarithmica datur unica illa quantitas requiſita, ſi detur figuræ deſcriptæ tangens; ita in linea ſinuum idem eſt. Nam ſi ordinatæ ſint ſinus, & abſciſſæ ſint proportionales arcubus, erunt elementa abſciſſarum proportionalia arcuum elementis. Jam elementum arcus eſt ad elementum ſinus, ut radius ad ſinum complementi. Ergo in figura ſinuum dicta, erit elementum abſciſſæ ad elementum ordinatæ, id eſt, erit ſubtangentialis quæcunque T (G) ad ordinatam GL ſeu ſinum, in ratione compoſita, radii AB ad arcum quadrantis AGC, & altitudinis BE ad BL ſinum complementi; & ipſe arcus quadrantis erit ad radium, ut BE altitudo lineæ ſinuum eſt ad T (G) ſubtangentialem 45. graduum ſinui reſpondentem. Porro quemadmodum lineæ tranſcendentes, id eſt, æquatione Algebraica ſeu certi gradus inexplicabiles, nempe de gradu in gradum tranſeuntes, deſcribi poſſunt ſectione rationis vel anguli: ita manifeſtum eſt, innumerabiles alias hujusmodi per puncta conſtructiones poſſe excogitari linearum tranſcendentium, quas ad alias quadraturas itemque ad tangentium univerſam methodum ſeu differentialium primi gradus conſtructionem profuturas, ex dictis intelligi poteſt. Atque ita ad novum velut pelagus meditationum aditus patet, quod rite ingredienti præclara dabit; cum in his vera conſiſtat connexio analyſeos Algebraicæ atque tranſcendentis. Qua occaſione noto obiter, quod *Vir Cl.* in mei gratiam Algebraicas ſe impoſterum vocaturum ait, quas ante Geometricas vocaverat, non ita a me accipi, quaſi mihi neſcio quam in his affectationem imputet, ſed quod rationes meas non improbet, quibus inductus ſtatuo, quicquid exactum eſt, Geometricum eſſe, Mechanicum vero quod fit appropinquando; nec minus peccaſſe *Carteſium* hæc Geometria excludendo, quæ ipſius analyſi non ſubjiciebantur, quam veteres *Carteſio* peccaſſe erant viſi, qui lineas ſupra rectam & circulum ad mechanicas retulerant.

Act. Erud. An. 1694. M. Aug.

Pag. 368.

Nota, quam *Vir Clariſſimus* adhibet p. 32. unde intelligatur, an quadratura figuræ ordinariæ ope logarithmicæ exhiberi poſſit, quod ſcilicet res tum demum ſuccedat, cum ordinata figuræ quadrandæ eſt ſubtangentialis Algebraicæ; non videtur univerſalis; nec niſi pro illis eſt, quæ ſimpliciore ratione per logarithmos conſtruuntur. Nam eo caſu, quo hæc nota locum habet, logarithmus ordinatæ ad alteram illam curvam Algebraicam dicta ſubtangentiali præditam, erit æqualis rationi

quam

Digitized by Google

Act.Erud. An. 1694. M. Aug.

quam ordinata quadraticis ſeu ſummatricis habet ad conſtantem, ſcilicet in quadratrice ſit ordinata y; in quadranda t; in altera Algebraica v; abſciſſa utrobique ſit x, & in Algebraica ad v, ſit Pag. 369. ſubtangentialis q; ſitque $ady = tdx$; & t detur per x, & ob notam præſcriptam ſit $q = aa : t$, erit ex natura ſubtangentialis $dx : q = dv : v = tdx : aa = dy : a$. Ergo log. $v = y : a$. Sit jam in exemplo ad inſtantiam apto $t = x + \overline{aa : x}$, fiet $y = \overline{xx : 2a} + a \log. x$. Ergo ſi nota dicta eſſet univerſalis, deberet dari quantitas Algebraica v, cujus logarithmus eſſet $\overline{xx : 2aa} + \log. x$; ſeu logarithmus rationis inter quantitates Algebraicas v & x, deberet eſſe quantitas Algebraica $xx : 2aa$ indefinite, in quibuscunque v vel x, quod fieri nequit. Invenire autem, utrum quadratura fieri poſſit per logarithmicam, vel etiam per dimenſiones conicas, alterius eſt analyſeos, quam a methodo tangentium inverſa diſtinguo. Et quod ad hanc attinet, agnoſco me propoſuiſſe inter alias viam per æquationem generalem, $a + bx + cy$ &c. ad curvam indefinitam; cujus uſum non contemnendum puto, praxi ipſa, & ſpeciminibus edoctus. Sed contractionibus quibusdam, aliaque induſtria opus eſt.

Ad ſeriem, quam *Profeſſor Clariſſimus* exhibet p. 35. pro exprimenda quantitate $y = \int, xxdx : \sqrt{1 - x^4}$, perveniri etiam poteſt ſimplici expreſſione potentiæ binomii. Nam $\boxed{e}\ \overline{1+b} = 1 + \frac{e}{1} b + \frac{e.\,e-1}{1.\,2} bb + \frac{e.\,e-1.\,e-2}{1.\,2.\,3.} b^3$ &c. quod ſi ſit $= 1 : \sqrt{1 - x^4}$ erit $e = -1 : 2$ & $b = -x^4$, unde explicando ſeriem $1 + \frac{e}{1} b$ &c. & proveniens multiplicando per $xxdx$ habebitur valor ipſius dy: unde fiet: $y = \frac{1}{3;1} x^3 + \frac{1.}{7;2;1} x^7 + \frac{1.\ 3}{11;4;1.2} x^{11} + \frac{1.\ 3.\ 5}{15;8;1.2.3}$ &c. Ego ſane compendii cauſa utor hoc artificio poſt *Newtonum* etiam ad ſeries meas, cum unica irrationalis calculum ingreditur, quia ſic ſublatio ejus evitatur. Quanquam & poſt exaltationes (prolixius licet) ad idem perveniri poſſit, methodo generali a me præſcripta.

Venio jam ad problematis mei ſolutionem, ſeu *lineæ* (quam voco) *Iſochronæ paracentricæ* a me propoſitæ, conſtructionem, occaſione curvæ elaſticæ a *Viro Clariſſimo* feliciter inventam, & ipſa ejus evolutione exhibitam; qua me invitare videtur, ut Pag. 370. meam quoque ſolutionem prodam. Feciſſem multo ante, ſi ſatis vacare liceret his laboribus. Jam enim ante complures annos habui,

bui, & quidem paulo poſt iſochronam ſimplicem inventam, quando & publice propoſui quærendam hanc paracentricam paulo difficiliorem. Sed plerumque viam reperiſſe contentus, proſequutione abſtinere cogor. Adeo ut ad ipſius Catenariæ conſtructionem vix demum, diu poſt repertam ejus analyſin, me accinxerim; cum ſcilicet amici urgerent. Apparebit autem, meum proceſſum non tam ab eo, quod feliciter extrinſecus oblatum eſt, quam ex ipſius rei natura ſtatim per ſe proveniſſe. Et quanquam adeo non improbem conſtructionem datam, ut laudem potius, quippe quæ ad rem difficilem *Autori* aditum dedit; nec iis aſſentiar, qui peccatum dicunt, compoſito magis modo præſtari, quod poteſt ſimpliciore, neque enim peccatum eſt, quod perfectiſſimum non eſt: Cum tamen mihi ſeſe obtulerit conſtructio ſatis expedita per rectificationem curvæ ordinariæ, hanc velut toto genere ſimpliciorem illa, quam *Vir Cl.* dedit, paucis deſignare volui. Nam ipſe curvam quandam conſtruit, quadratura ſeu dimenſione ejus figuræ, cujus ordinata eſt $axx:\sqrt{a^4-x^4}$ Et hujus quadratricis tranſcendentis (quam ob uſum Elaſticam vocat) rurſus dimenſionem adhibet, ut ſolvatur problema quæſitum. Atque ita curvam a me propoſitam efficit per ſolutionem tranſcendentalem ſecundi generis. Sed cum curva ſit ipſamet nonniſi generis primi, quia tantum ad ejus conſtructionem requiritur quadratura figuræ, cujus ordinata eſt, $\sqrt{a^4-x^4}:a$; ideo lineam quoque quæſivi Algebraicam, cujus rectificatione quæſitum commode præſtaretur. Quomodo autem hæ duæ quadraturæ conicis dimenſionibus reſpondeant, alias oſtendam. Adeſt enim peculiaris pro talibus analyſis. Sane, ſi quadranda eſſet figura ordinatarum, $\sqrt{a^4+x^4}$ (quæ ſigno tantum a dicta differt) per extenſionem curvæ hyperbolicæ res præſtaretur. Sed nunc ad propriam conſtructionem problematis propoſiti progrediamur. Act. Erud. An. 1694. M. Aug.

Quæritur, qualis ſit (in *fig* 2.) linea *Iſochrona paracentrica* 1C2C3C, in qua moto gravi, quod deſcendit ex altitudine H, acceſſus & receſſus reſpectu centri cujuſdam A ſeu puncti fixi, ſit æquabilis; adeoque elementa diſtantiarum ab A ſint elementis temporum proportionalia. Diſtantiæ AC repræſentent tempora *t*; ex 1C agatur 1C1θ, normalis ad A2C, erunt 1θ2C, ut elementa temporum *dt*. Arcus curvæ appellentur *c*; elementa eorum, *dc*, tanquam elementa ſpatiorum, quæ grave percurrendo abſolvit. Sunt autem (ex generaliſſima motus lege) *elementa ſpatiorum in ratione compoſita velocitatum & temporis elementorum*. Velocitas vocetur *v*. Hinc *dc* (1) ut *vdt*. Diſtan- TAB. VI. Fig. 2. Pag. 371.

tia

Act.Erud. An.1694. M. Aug. tia inter horizontes punctorum H & A, ſeu HA, vocetur a. Porro ex lege motus gravium, velocitates ſunt in duplicata ratione altitudinum HB. Sit AB, x, & HB erit $a+x$ (nam *varietates ſignorum* pro talibus in ipſo literæ valore comprehendo, nec in calculo moror, cum omnia eodem modo proveniant) fiet vv (1) ut $a+x$, & per 1 & 2, fit dc ut $dt\sqrt{a+x}$, ſeu ad implendam legem homogeneorum $dc \,\underline{(3)}\, dt\sqrt{aa+ax}:a$. Jam centro A, radio ſi placet AH, deſcribatur circulus AKM, axem AB ſecans in K, & AC in M. Et Arcus KM (qui vocabitur m) repræſentet angulum converſionis rectæ AMC circa A; itaque, M 2 M, ſeu dm, erit ipſius arcus circuli ſive motus angularis ſeu vertiginis, elementum. Itaque fit $1C1\theta = tdm:a$. Eſt autem quadr. 1C2C æqu. quadr. $2C1\theta +$ quadr. $1\theta 1C$. Ergo $dc\,dc \,\underline{(4)}\, dt\,dt + tt\,dm\,dm:aa \,\underline{(5)}$ (per æq. 3.) $dt\,dt + dt\,dtx:a$. Ergo $dt:t \,\underline{(6)}\, dm:\sqrt{ax}$. Ex M ad axem agatur normalis ML, & AL vocetur z, fiet $ax \,\underline{(7)}\, zt$, nempe ob triangula ſimilia ALM, ABC. Et, per 6 & 7 fit $dt:\sqrt{at} \,\underline{(8)}\, dm:\sqrt{az}$ Jam ex proprietate tangentium circuli eſt dm ad dz (9) ut a ad $\sqrt{aa-zz}$, id eſt, ut AM ad ML, radius ad ſinum anguli KAM. Et ex 8 & 9 fiet $dt:\sqrt{at} \,\underline{(9)}\, adz:\sqrt{a^3z-az^3}$. Unde ſummando $2\sqrt{at} \,\underline{(10)}\, aa.\int, dz:\sqrt{a^3z-az^3}$
Pag. 372. $+b$: ubi b eſt quantitas *conſtans pro arbitrio aſſumta*. Id enim licet *inter ſummandum*, quoties non vetamur problematis conditionibus. Quod cum non ſatis obſervari videam, monere hoc loco volui, quoniam intereſt ad *ſolutionum generalitatem*. Nam infinitæ ſatisfaciunt curvæ, iisdem manentibus punctis H & A, ſed quæ variari poſſunt pro variata recta b, adeo ut curva, quæſita (quantum judico) reperiri poſſit, quæ tranſeat per punctum datum. Nunc ſupereſt abſolvenda quadratura $\int, dz\sqrt{a^3z-az^3}$, id eſt (ſi AN ſit media proportionalis inter AL & AK) invenienda eſt area figuræ, cujus ordinata ſit ad AH ut quadratum ab AH ad rectangulum ſub AN & LM.

Hanc quadraturam ita efficiemus: In HK ſumatur LW æqualis ipſi EK diagonali quadrati ab AH vel AE, & juncta MW, ſumatur $A\beta$ in AK, ſi opus producta, quæ ſit ad AN in duplicata ratione MW ad WL ſeu EK. Et ipſis $A\beta$ ordinatim ad angulos rectos applicentur $\beta\gamma$, quæ ſint ad LM (reſpondentes) ut rectangulum NAL ad quadratum ab EK. Et per puncta γ deſcribatur linea $A\gamma$, cujus extenſione in rectum habebitur quadratura paulo ante dicta. Nempe triplum rectanguli ſub curva $A\gamma$ & recta AH, demto quintuplo dimidii rectan-

ctanguli ſub AN & LM ($=\frac{1}{2}\sqrt{a^3 z - a z^3}$) dabit figuræ ſupra Act.Erud.
dictæ ab A incipiendo ſumtæ (cujus ordinatæ ſint reciproce An. 1694.
proportionales dictis rectangulis ſub AN & LM) aream; quam M. Aug.
applicando ad a prodibit recta $aa.\int, dz : \sqrt{a^3 z - a z^3}$. Hæc recta ſumatur cum recta conſtante b (ſignis tamen, prout caſus poſtulant, variatis) provenientis dimidium vocetur p. Ergo per æq. 10. fit $\sqrt{at} = p$ ſeu $t \overset{(11)}{=} pp : a$. Et cum p habeatur ex z & a, habebitur ex illis & t ſeu AC. Ergo & x ſeu AB per æqu. 7. Cum ergo ex aſſumta AL ſeu z quacunque habeatur AB magnitudine, adeoque & poſitione, at AC magnitudine; habebitur AC etiam poſitione, ſeu dabitur punctum C. Nam centro A, radio AC, magnitudine dato, deſcribatur circulus, cui ex B normaliter ad AB educta occurret in puncto Pag. 375.
C, quod eſt in curva Iſochrona paracentrica quæſita. Delineationes variabunt pro caſibus, quam in rem & b aſſumta variari debet. Nam quod arbitratur *Vir Clariſſimus*, non niſi unam lineam quæſitam dari ad idem punctum A, & ad eandem altitudinem H; id rogo, ut denuo expendat: mihi enim viſum eſt infinitas haberi poſſe, ita ut aſſignari regulariter queat, quæ per datum punctum tranſeat; exceptis punctis horizontalis rectæ tranſeuntis per A. Quin & ſupra A talis linea intelligi poteſt. Tantum vero ipſius acumini & profundæ harum rerum notitiæ tribuo, ut quod re rite expenſa meisque rationibus conſideratis ſecunda meditatione ſtatuet, plurimum apud me ponderis ſit habiturum.

Interim quemadmodum *rationem* univerſalem hic aperui, *per quam ſolutiones problematum differentialium redduntur generales*; quæ neglecta, ni fallor, obſtitit, quo minus *Vir Clariſſimus* hic omnes lineas quæſito ſatisfacientes complecteretur: ita dabo *modum Mechanicum* quidem, ſed tamen ob univerſalitatem & praxeos commoditatem non contemnendum, cujus ope quæcunque *lineæ quæſitæ tranſcendentes differentialiter datæ per punctum datum* (*quando id fieri poteſt*) *duci poſſunt*, idque tam exacte, quam quis volet, licet non ut *Geometricus* ſupra declaratus (exemplo lineæ ſinuum) per puncta vera, ſed tantum per veris proxima incedat. Habetque hunc uſum, ut de linearum poſſibilitate, forma & natura, multa etiam ante veram ſolutionem cognoſcere poſſimus. Quin & ad differentio-differentiales cujuscunque gradus applicari poteſt. Nempe, in exemplo præſente, datum ſit punctum 1 C, per quod ducenda linea Iſochrona paracentrica CC, in qua grave lapſum ex altitudine H æquabiliter recedat a centro A; quæritur punctum aliquod aliud proximum 2 C, ita ut recta 1 C 2 C

ſit latus *polygoni*, *curvæ ſuccedanei*. Præter rectam A 1 M, in quam (ſi opus productam) incidit 1 C, ducatur alia, quantum ſatis vicina A 2 M, ad eas partes, ad quas ducere volumus lineam CC) & ad A 2 M agatur ex 1 C perpendicularis 1 C 1 θ. Et in A 1 θ (ſi opus producta) ſumatur (ad eas partes, ad quas ducitur linea, 1 C 2 C) recta ipſi AH æqualis, 1 θ 1 P; unde perpendiculariter educatur 1 P 1 Q (ad eaſdem quas dixi partes) Biſecta AB in ω, centro ω, radio ω H, deſcriptus circuli arcus ſecet AE ſi opus productam in R; ſeu brevius, quæratur AR media proportionalis inter AH & HB. Denique centro 1 C radio æquali ipſi AR deſcriptus arcus circuli ſecet 1 P 1 Q in 1 Q, & juncta 1 C 1 Q, ſecabit ipſam A 2 M, ſi opus productam in puncto quæſito 2 C. Eodemque modo ex puncto 2 C quæretur 3 C, & ita porro. Et ſic habebitur polygonum 1 C 2 C 3 C &c. lineæ quæſitæ ſuccedaneum, ſeu *linea Mechanica Geometricæ vicaria*; ſimulque manifeſte cognoſcimus, poſſibilem eſſe Geometricam per datum punctum 1 C tranſeuntem, cum ſit *limes*, *in quem* tandem polygona continue *advergentia evaneſcunt*. Ita ſimul & *ſeriem* quantitatum ordinariarum habemus tranſcendenti quæſitæ *advergentem*. Quæ ad tangentium converſam de cætero meditati ſumus, alio loco Deo volente proferemus: multa enim diverſiſſima itinera non ſine ſucceſſu exploravimus, tametſi proſequi ſatis non vacet. Pro radicibus æquationum omnino dari puto methodum generalem, neque imaginarias moramur. Itaque quod inde colligit *Vir Doctiſſimus*, hactenus probo, ne miremur, ſi in Tranſcendentibus intra pauciſſimos annos non omne præſtitum eſt, quod vellemus; quando in ipſa analyſi ordinaria ſeu Algebraica circa radices æquationum ſeu valores incognitarum analyticos, nemo gradum quarto altiorem abſolvit, nec *Vieta* vel *Carteſius* in eo negotio quicquam majorum inventis adjecerunt.

Pag. 374.

Poſtremo ne diſceptatiunculæ priſtinæ inter nos, circa numerum radicum oſculationis, monitorumque *Viri Clariſſimi* plane obliviſcar. Equidem quod initio ſcripſeram, cum materiam hanc Geometris proponerem, adhuc mihi verum videtur, quando ſcilicet circulus lineam oſculatur, duos contactus ſeu quatuor interſectiones in unum abire; adeoque adeſſe quatuor radices æquales. Interim verum quoque eſt, ſi quis modo circulum reperiat lineæ in tribus punctis coeuntibus occurrentem, habere oſculantem. Nam quartum punctum eo ipſo adeſt, etſi ejus non fiat mentio. Cujus rei ratio eſt, quod nunquam circulus lineam ad eaſdem partes cavam ſecat in tribus punctis, quin ſimul ſecet in quarto. Si vero circulus lineam ſecet in tribus tan-

tum

tum punctis, oportet in arcum lineæ in punctis interceptum, cadere punctum flexus contrarii. Et tamen nihilominus in ipſomet puncto flexus poſſumus pro oſculante concipere quatuor interſectionum coincidentiam, ſeu duos ab eodem latere curvæ contactus circulares, unum ante, alterum poſt punctum flexus, ſeu unum in concava, alterum in convexa parte arcus ex duabus partibus hujusmodi compoſiti; qui contactus continue convergentes tandem in ipſo flexu coibunt. Et revera flexus contrarii eſt punctum extremum commune, in quo duæ lineæ, una concava, altera convexa, (unam totam conſtituentes) ſe tangunt. Coincidunt ergo duo contactus ſeu quatuor interſectiones in omni oſculo. Sed ſi de interſectionibus rectæ cum linea quæratur, tria tantum puncta interſectionum coincidentia, vel contactum cum interſectione coeuntem, nempe in ipſo puncto flexus, non vero duos contactus, concipere licet.

Ed. Erud. An. 1694. M. Aug. Pag. 375.

OBSERVATIONES ECLIPSIUM SOLARIUM

Anni 1693. & 94.

ECLIPSIS SOLARIS GUBENÆ

A GODOFR. KIRCHIO obſervata

d. 23. Jun. ſt. vet. anni 1693.

QUamvis cœlum circa Eclipſeos expectatæ confinia nubilum parum ſpei faceret ejus obſervandæ; diſpulſis tamen a meridie nubibus, ſerena aura Hor. 1. 9′. 0″, principium ejus Tubo decempedali ſatis manifeſte deprehendi; contactus tamen limborum uno circiter minuto citius contigerat. Increſcebat inde defectus magis ac credebam futurum: ſed Hor. 1. 50′. cum defectum duorum circiter digitorum, quantum ob auræ inconſtantiam fieri potuit, æſtimarem, cœlum ſpiſſis nubibus obvolutum ſpem omnem continuandæ obſervationis præcidit. Hora tamen 2. 36′, Sole per interruptas nubes iterum conſpecto, defectus adhuc aliquis deprehendebatur, qui ad uſque 42′. durabat. Sed Hora 2.43′. diſcus Solis omnino liber erat. Tempora capta ſunt per Horologium oſcillatorium, & ex altitudinibus Solis, finito deliquio captis, correcta. Totius obſervationis ratio eſt in Tabula.

Digitized by Google

Ordo Ob-ſerv.	Tempus ſecund. Hor. oſc. H. ′ ″	Eclipſis Solaris anno 1693. die 23. Jun. 3. Jul. poſt merid. obſervata Guben.	partes Micr. 10.Pedum.	Altit.Solis & Diſt. Gr. ′ ″	Quantitas Defectus ′ ″	D. ′	Temp. ex altit.corr. H. ′ ″
1	1. 0. 0	Diameter Solis	218	0. 31. 40.			1. 2. 0
2	1. 4. 0	Sol clarus					1. 6. 0
3	1. 8. 0	Initium					1. 10. 0
4	1. 9. 0	Defectus exiguus					1. 11. 0
5	1. 17. 5	Chorda defectus	72	0. 10. 27.			1. 19. 5
6	1. 22.15	Partes lucidæ	198	0. 28. 46.	2.54	1. 6.	1. 24. 15
7	1. 30.50	Chorda circiter	100	0. 14. 31.			1. 32. 50
8	1. 50. 0	Quantiras Defectus circiter				2. 0.	1. 52. 0
9	2. 41. 0	Defectus exiguus					2. 43. 0
10	2. 42. 0	Defectus adhuc					2. 44. 0
11	2. 43. 0	Finis					2. 45. 0
12	2. 49.40	Altitudo Solis		46.18. 0.			2. 51. 36
13	3. 21.45	Eadem repetita		41.40. 0.			2. 23. 44
14	3. 23.47	Iterum capta		41.24. 0.			3. 25. 36
15	5. 49.24	Altitudo Solis		19. 0. 0.			5. 52. 40
16	5. 51.40	Eadem		18.46. 0.			5. 54. 12
		Ergo Duratio tota					1. 25. 0
		dimidia					0. 47. 30
	1. 55. 30	Medium ſeu maxima obſc.					1. 57. 30

Pag. 376. Cognita hic Eclipſeos hujus duratione, quantitas ejusdem calculo facile determinatur. Horarius enim Lunæ motus a Sole viſus hoc tempore fuit 22′. 25″. Unde ſcrupula dimidiæ durationis 17′. 45″. & ſcrupula defectus 5′. 37″. indeque defectus Dig. 2. 8′: Summa Semidiametrorum 31′. 12″, & Solis 15′. 49″ aſſumtis.

ECLIPSIS SOLARIS

Ibidem ab EODEM AUTORE *Anno* 1594. *d.* 12. *Jun. St. v. obſervata.*

Pag. 377. COelum hodie varium, & nubibus frequens, deliquium hoc, prout conſiderabam, oculis noſtris ſpectandum non permiſit.

ſit. Hora tamen 5. 41'. horologii mei oſcillatorii, tubo quatuor pedum, Sole nubibus evoluto, defectus aliquis comparebat; quantitatem tamen, quæ exiguam diſci partem occupabat, determinare nubes ſtatim intercedentes non ſinebant. Et hunc defectum, Sole per rariores nubes ſubinde tranſparente, directo per tubum intuitu, in limbo ſuperiori verſus dextram (nam tubus ſpecies inverſas exhibet) non ſemel inſpexi, quem alius præſentium per foraminulum in papyro acu factum inferius ad lævam deprehendit: eumque a prima obſervatione creviſſe uterque judicavimus, ſed magnitudinem ejus exacte definire cœli intemperies aliaque impedimenta non permiſere, niſi quod infra digitum eam conſtitiſſe, ex circumſtantiis concluſimus. Hora *6.* 5' decreſcentis eclipſeos eam magnitudinem æſtimabamus, quæ fuerat primo conſpectæ: a quo ſenſim contrahebatur, ut Hor. *6.* 12'. pauxillulum adhuc reſtaret, inſequenti vero 13' Solem integrum relinqueret. Duratio Eclipſeos nobis conſpicuæ fuit 31'; ſed cum prius cœperit, quam nobis animadverteretur, tota ejus duratio præterpropter fuit 40', ſemiduratio 20'; Horarius Lunæ a Sole viſus præterpropter 29'. Unde ſcrupula defectus 1'. 34", & maximus defectus Dig. 0. 36'. Ex altitudinibus Solis poſtea captis tempora reſtituta ſunt, ut habet Tabula.

Act.Erud. An. 1694. M. Aug.

Tempus ſecund. Horol. oſcill.				Altitudo Solis.		Tempus ex Altit. Solis corr.			Diff. Temp.	
H.	'	''		Gr.	'	H	'	''	'	''
5.	33.	0				5.	40.	43		
5.	41.	0	Initium			5.	48.	43		
6.	5.	0				*6.*	12.	43		
6.	12.	0	Finis			*6.*	19.	43		
6.	13.	0				*6.*	20.	43		
6.	19.	45	Altitudo Solis	14.	18	*6.*	27.	28	7.	43
6.	22.	0	Eadem repetita	13.	58	*6.*	29.	44	7.	44
6.	24.	10	Iterum capta	13.	40	*6.*	31.	48	7.	38

Pag. 378.

EADEM

Digitized by Google

Act.Erud. An. 1694. M. Aug.

EADEM ECLIPSIS
A JO: PHILIPPO WURZELBAUR
Norimbergæ obſervata.

RAtionem exhibet Tabula, a ſolertiſſimo Aſtronomo nobis liberaliter communicata:

Tempora Oſcillatorii.			Altitudo Solis.	Azimutha Solis a Mer. in Occ.	Tempora correctiora.		
H.	M.	S.	o. ′ ″	o. ′	H.	M.	S.
XII.	o.	o	d. 64. 3. 10	o. o	XII.	o.	o
I.	53.	41	55. 53. 45	— --	I.	54.	50
II.	33.	20	50. 15. 30	63. 31	II.	34.	32
	57.	28	46. 39. o	69. 50		58.	40
III.	2.	o	45. 58. 30	70. 58	III.	3.	8
	9.	45	44. 45. o	72. 54		11.	6
	18.	o	43. 27. o	74. 52		19.	24
V.	19.	20	Initium	Eclipſeos	V.	20.	35
	23.	40	Phaſis I.	Dig. o. ſcr. 20		24.	55
	27.	55	Ph. II.	o. 30		29.	10
	31.	3	Ph. III.	o. 45		32.	18
	35.	12	Ph. IV.	o. 58		36.	27

Pag. 379.

Temp. Oſc.			Phaſes Eclipſeos.			Temp. corr.		
H.	M.	S.		Dig.	Scr.	H.	M.	S.
V.	38.	6	Phaſis V.	1.	8	V.	39.	21
	41.	42	Ph. VI.	1.	8		42.	47
	44.	28	Ph. VII.	1.	10		45.	43
	47.	37	Ph. VIII.	1.	10		48.	52
	51.	16	Ph. IX.	1.	10		52.	31
	55.	1	Ph. X.	1.	9		56.	16
	59.	5	Ph. XI.	1.	7	VI.	o.	20
VI.	3.	37	Ph. XII.	o.	53		4.	52
	7.	12	Ph. XIII.	o.	40		8.	27
	10.	41	Ph. XIV.	o.	24		11.	56
	13.	34	Ph. XV.	o.	14		14.	49
	18.	10	Finis Eclipſeos.				19.	25

Ratio diametrorum utriusque Luminaris ob exigua diſci Lunaris ſegmenta, eaque trans auram haud adeo limpidam terminis minus

minus diſtinctis apparentia, accurate pronunciari non poterat. Si tamen aliquis eſt conjecturæ locus, vel nulla, vel admodum exigua inter utramque diametrum interceſſit differentia. Act.Erud. An. 1694. M. Aug.

IDEM SOLIS DELIQUIUM EXIGUUM,

Anno Æræ vulgaris Chriſtianæ 1694. die 12. Jun. ſt. vet. obſervatum a JO. ABR. IHLE, *Lipſiæ ſub Elevat. Poli° 51′. 19. ita ſe habuit.*

Solis matutini altitudo deprehenſa fuit hora 7, 27°, 30′.
Hora 9, 46°. Hora 9. 15′, 48°.
Hora pomerid. 3°, 29′, 39°, 45′. Hora 3. 45′, 38°. 35′.

Urbis Horologium ſemper hic intelligendum, horaria vero minuta ex clepſammidio, ad horologium oſcillatorium diviſo, deſumta ſunt.

Primum Lunæ contactum ſive Eclipſeos initium Hora pomerid. 5, 25′, circa dextri marginis Solaris gradum 10 aut 12, a puncto infimo aſcendentem in tabella obſervatoria notavimus, qui margo cœlum ſive Solem ipſum inſpicienti ſiniſter eſt. Pag. 380.

Hora 5. 36′, primi digiti primus quadrans defeciſſe, Hora autem 5, 56′ primus digitus ſuperatus videbatur; Sole ſubito hic occultato, ut phaſin hanc ſatis accurate metiri neutiquam liceret.

Hora 6, 5′, decreſcente jam Eclipſi, gradus 40 aut 43 ex Solis margine abſciſſi credebantur; ſubinde enim incurſantium nubium inviſa agmina totius diei per difficilem obſervationem effecerunt; nobis non ſemel deſperantibus: finem tamen Eclipſis ſecure ſpectare licuit hora 6. 15′ 30″.

Tota igitur duratio minuta horaria 51 neutiquam ſuperavit. Graduum minuta prima, & temporis ſecunda, æſtimatione conſtant.

Ponderandum ducimus, hoc Solis deliquium, & quod eodem præcedentis anni Junio menſe accidit, majus apparuiſſe, quam calculi curioſe poſiti monſtrarunt.

Act. Erud.
An. 1694.
M. Aug.

ECLIPSIS LUNÆ

Trans & inter nubeculas præterfluentes obſervata Norimbergæ a PHILIPPO WURZELBAUR *Anno 1694. d. 26. Jun. ſt. v.*

Tempora
Horol. portatil. minor. | Oſcillator. majoris
H. M. S | H. M. S.

X. 52. 0. - - - culminat Saturnus alt. 18°. 3′ 20″.
XII. 0. 0. - - - Lunæ jam 1°. 30′. azim. ultra Meridianum progreſſæ altitudo limbi inferioris 17°. 32′. 0″.
28. 10. - - - culminat lucida Aquilæ 48. 40. 10.
42. 0. XII. 40. 45. Horologia conferuntur.

Pag. 381. XII. 54. 0. Albor Lunaris e regione *Montis Sinai* nonnihil turbatur, nec ſine *Penumbræ* ingruentis ſuſpicione, ſed nubeculæ prætercurrentes faciem lunarem obvelant, qua emergente

XIII. 11. 37. *Penumbra* evidentior apparet.

13. 50. *Penumbra* increbeſcit, forſan & *Umbra* vera appellit. Jam *Montes Sinai* & *Ætna* in eodem Verticali.

17. 0. *Umbra* vera ſatis evidens inter 190 & 200° diſci Lunæ Heveliani in confiniis *lacus Meridionalis & Montis Hajalon*, quartam circiter digiti partem occupat, quam ſubinde occurrentia nubium velamina accuratius deſcribi non ſinunt.

20. 55. Trans nubeculas iterum apparet phaſis, quoad quantitatem priori ſimilis, ſed (ad tubi inverſionem) ſuperne lævam verſus ſuper *M. Sinai* promota, & nubes magis mágiſque conjunctæ haud prius quam

44. 30. inter fiſſuras phaſin priſtina fortaſſe minorem eamque ulterius lævam verſus pergentem contueri permittunt, ſed ſubito nubilis iterum obvolvitur Luna, quibus modice diſſipatis

52. 40. intra 210 & 230° diſci Lunaris, circa *MM. Techirandam & Dalanguer*, *Penumbra* apparet ultra digitum extenſa, quæ trans nubila modo creſcere modo decreſcere videtur, uſque dum

59. 0. ſpiſſa nubium congeries Lunam omnino obtegit,

XIV. 2. 30. qua aliquatenus diſſipata, *Penumbra* adhuc apparet,

9. 0. quæ necdum evanuit, quinimo per intervalla, modo magis modo minus diluta apparet.

16. 0.

Digitized by Google

16. o. Leviſſimum *Penumbræ* veſtigium reſiduum eſt. Act. Erud. An. 1694. M. Sept.
18. o. Lunam liberam inque nitorem priſtinum reſtitutam cenſemus.

JAC. B. CONSTRUCTIO CURVÆ

Acceſſus & Receſſus æquabilis, ope rectificationis Curvæ cujusdam Algebraicæ, addenda nuperæ Solutioni menſis Junii.

TRiplex præcipue modus habetur conſtruendi Curvas Mechanicas ſive Tranſcendentes. Primus, ſed ad praxin parum idoneus, fit per quadraturas ſpatiorum curvilineorum. Melior eſt, qui inſtituitur per rectificationes Curvarum Algebraicarum; accuratius enim & expeditius in praxi rectificari poſſunt curvæ, ope fili vel catenulæ ipſis circumplicatæ, quam quadrari ſpatia. Eodem loco habeo illas conſtructiones, quæ peraguntur abſque ulla rectificatione & quadratura, per ſolam deſcriptionem Curvæ alicujus Mechanicæ, cujus puncta, licet non omnia, infinita tamen & quantumvis proxima geometrice inveniri poſſunt, qualis ſolet eſſe Logarithmica, & ſi quæ ſunt ejus generis aliæ. Optimus vero modus, ſicubi haberi poſſit, ille eſt, qui peragitur ope alicujus Curvæ, quam natura ipſa abſque arte motu quodam celerrimo & quaſi inſtantaneo ad nutum Geometræ producit; cum præcedentes modi requirant curvas, quarum delineatio ſive per motum continuum ſive per plurium punctorum inventionem ab Artifice inſtituatur, communiter vel lenta vel impedita nimis exiſtit: ita conſtructiones illas Problematum, quæ Hyperbolæ quadraturam vel Logarithmicæ deſcriptionem ſupponunt, cæteris paribus poſthabendas cenſeo iis, quæ ope Catenariæ peraguntur, ceu curvæ, quam ſuſpenſa catena ſponte ſua citius induerit, quam reliquis ipſe deſcribendis primam manum admoveris. Pag. 336. Pag. 337.

Curva Acceſſus & Receſſus æquabilis ob ſolam proponentis Viri commendationem mereri videtur, ut de conſtructionibus ſecundum omnes tres modos illi adornandis ſimus ſolliciti. Conſtructio primi modi per quadraturas, quam in nupera ſolutione inſuper habui ob jam dictam rationem, inſtitui poteſt, ſumendo in *Fig.* 3. *Tab.* III, rectam EN non, ut ibi, ipſi A*u* ſed i*u* æqualem, iterumque curvilineo AEN faciendo æquale rectangulum AO; hujus enim latus AP nuperæ curvæ AQ adæquabitur, ſic

Act. Erud. An. 1694. M. Sept. ut ſumpta ad AB & nunc inventam AP tertia proportionali Aα, habeatur punctum α in optata Curva. Tertii modi Conſtructio, quæ fieret mediante Linea Elaſtica AQ, quam ſolam ibi tetigi, ſine dubio foret optima, ſi natura alicubi tenſiones viribus tendentibus ſimpliciter proportionales effeciſſet: at quia forte nullus invenitur Elater, qui hanc tenſionis legem præciſe obſervet; nec ſi reperiatur, illud certo conſtet; idcirco nec iſti fidere ſatis tutum; præſtatque recurrere ad ſecundum conſtruendi modum, & quærere Curvam Algebraicam, cujus rectificatione ſcopum aſſequamur. Talem ex voto ſeſe ſiſtit Curva 4 dimenſionum quæ hac æquatione exprimitur $xx + yy = a\sqrt{xx - yy}$, quæque circum axem BG ($2a$) conſtituta formam refert jacentis notæ octonarii ∞, ſeu complicatæ in nodum faſciæ; ſive lemniſci, *d'un nœud de ruban* Gallis. Hujus enim tum altera Medietas Curvæ Elaſticæ ARα, tum ſuper nodo A intervallo indeterminatæ AE abſciſſa medietatis portio minor minori AQ, major majori Elaſticæ portioni αRQ æquatur. Unde quoque ratio conſtat, illam ad propoſiti Problematis conſtructionem adhibendi.

Cæterum ſicut infinitæ Lineæ Mechanicæ a Curvæ circularis aut parabolicæ rectificatione ſeu Logarithmicæ deſcriptione dependent; ita quoque præter Curvam Acceſſus & Receſſus infinitarum aliarum, & partim etiam ipſius Elaſticæ conſtructio (ut Pag. 338. infra apparebit) a rectificatione memoratæ Algebraicæ quatuor dimenſionum derivatur. Et auſim aſſeverare, in materia conſtructionis mechanicarum hanc inter cæteras immediate ſequi præcedentes; adeo ut conſtructio, quæ per nullam priorum ſuccedit, proxime vel per hujus Curvæ, aut per Lineæ Hyperbolicæ aut Ellipticæ, aut duarum ſimul rectificationem tentanda ſit. Cujus rei ratio eſt, quod poſt differentialium formulas: $aadz : \sqrt{aa - zz}$, $zzdz : \sqrt{aa - zz}$, $aadz : \sqrt{zz - aa}$, $zzdz : \sqrt{zz - aa}$, quæ ope quadraturæ Circuli & Hyperbolæ integrantur, ſimpliciſſimæ fere videantur hæ expreſſiones: $zzdz : \sqrt{z^4 - a^4}$, $aadz : \sqrt{z^4 - a^4}$, $aadz : \sqrt{a^4 - z^4}$, $zzdz : \sqrt{a^4 - z^4}$, & ſimiles; quarum prima mediante Lineæ Hyperbolicæ, ſecunda & tertia Curvæ noſtræ lemniſcatæ, quarta ejuſdem & Ellipticæ rectificatione integratur. Etenim ſi indeterminata z applicetur ad Hyperbolam æquilateram (cujus axis transverſus eſt $2a$) ex ipſius centro, ſatisfaciet arcus vertici & applicatæ interceptus pro prima formula. Et ſi eadem z (aut tertia proportionalis ad z & a, ubi z major quam a) ex nodo ſubtendatur Curvæ lemniſcatæ, inſerviet ſubtenſus arcus pro duabus mediis. Et ſi denique ex centro Ellipſis (cujus axis minor eſt $2a$, major $2a\sqrt{2}$) ipſa z abſcin-

ſcindatur in minore, & per ſectionis terminum recta agatur majori parallela, deſignabit intercepta parallelis portio Ellipticæ, truncata reſpondente portione Curvæ lemniſcatæ, integrale quartæ formulæ $zzdz : \sqrt{a^4 - z^4}$. Unde cum eadem in *cit. fig.* exiſtente AE = z, Elementum denotet applicatæ AP vel EQ in Elaſtica, patet hanc applicatam æquari differentiæ duarum portionum Curvæ Ellipticæ & Lemniſcatæ, ideoque manifeſtum, quomodo Elaſtica per rectificationem utriusque conſtrui poſſit. Et quoniam Lemniſcatæ portio, ut ſupra monui, Elaſticæ portioni AQ adæquatur, liquet etiam, Ellipticam ipſam adæquari aggregato AQ + AP; quæ non inelegans harum Curvarum proprietas exiſtit. Act. Erud. An. 1694. M. Sept.

C. H. Z.

CONSTRUCTIO UNIVERSALIS PROBLEMATIS

a Clariſſimo Viro JOH. BERNOULLIO, *ſuperiori anno menſe Majo propoſiti.*

CUm in *Actis Lipſienſibus* Conſtructionem hanc me reperiſſe ſignificarem, menſe Octobri anno 1693. edenda tamen ea ſuperſedi, quod futurum putabam, ut vel ab Auctore ipſo, vel Clariſſimo Viro fratre ejus, vel alio quopiam, non multum abſimilis brevi in lucem mitteretur; ac ſubverebar etiam, ne actum agerem. Quoniam vero nusquam adhuc comparuit, & eſt inter eas quæ dari poſſint quodammodo ſimpliciſſima, non videtur absque ea diutius relinquendum tam eximium problema. Eſt autem hujusmodi. In recta AB (fig. I.) ſit datum punctum A, & oporteat invenire curvam AFC talem, ut tangens ejus quævis CD abſcindat a recta AB partem AD, quæ ad ipſam CD habeat rationem datam lineæ C ad L. Pag. 339. Tab. VII. Fig. 1.

Conſtructio: ſicut C ad L, ita quælibet AD, in recta AB aſſumta ad EF ipſi perpendicularem: & per F punctum ponatur ducta Logarithmica quæcunque cujus aſymptotos ſit AB, ad quam illa accedat verſus A. Deinde ab A verſus E accepta diſtantia qualibet AD, ſit ut C ad L, ſive ut AE ad EB, ita AB ad aliam DH; qua tanquam radio, centroque D, deſcribatur Circuli circumferentia HC; ac præterea applicetur ad Logarithmicam recta JG aſymptoto perpendicularis, ipſique DH æqualis. Jam ſicut L ad duplum C, ita fiat IE ad EK, ſumendam in aſymptoto in partem alterutram, nihil enim refert, &

 appli-

Act.Erud. An. 1694. M. Sept. applicetur rurſus ad Logarithmicam recta KL. Utque duæ ſimul KL, EF ad earum differentiam, ita ſit DH ad DB; quæ ſumenda verſus A punctum, ſi AD major ſit quam AE; at in contrariam, ſi minor. Denique erigatur ad aſymptoton perpendicularis BC; ea ſecabit circumferentiam HC in puncto C, quod erit in curva quæſita AFC. Tangit autem hanc recta EF in F.

Porro animadverſione dignum eſt, non ſimplicem eſſe curvaturam lineæ hujus cum C major eſt quam L, ſed ex duabus eam tunc componi, ex uno quodam puncto exeuntibus, ut CFA, CM; quarum hæc in infinitum progreditur. In puncto autem extremo C, recta ex A educta occurrit curvæ utrique ad angulos rectos, ac proportionales ſunt DA, DC, DB.

EXCERPTA EX EPISTOLA C. H. Z.

AD G. G. L.

Pag. 340. PRincipium quo uſus eſt *Clariſſimus Matheſeos Profeſſor Bernoullius* verum puto, & bene adhibitum, quod radii qui curvedinem metiuntur, ſint in ratione contraria virium rem elaſticam flectentium. Puto tamen, non tantum ſuperficiem externam extendi, ſed & internam contrahi. Magnum admodum poſtulatum eſt, figurarum curvilinearum quadraturas tanquam datas aſſumere. Ego me nihil admodum egiſſe putarem, ſi problema aliquod huc tantum reduxiſſem, excepta tamen Circuli & Hyperbolæ Quadratura. Præſtat Linearum Curvarum Rectificationes tanquam ſemper in poteſtate exiſtentes aſſumere, quod etiam Tibi probari video.

TAB. VII. Fig. 2. De reliquo *Clariſſimus Bernoullius* videtur mihi tantum (*fig.* 2.) determinaſſe figuram, ubi tangentes extremitatum ſunt parallelæ, cum arcus Elaſtici A termini per chordam EF junguntur. Sed ſi arcus ſit ut in B vel C vel D, aut extremitates non chorda ſed recta rigida HI jungantur, figuræ determinandæ ſuperſunt. Subtile etiam fatebor inventum conſenſus inter figuram elaſticam & lintei vel veli a liquoris pondere preſſi, ſi modo demonſtratum videam. Alioqui cogor ſuſtinere aſſenſum, quia & ipſum Autorem circa figuram veli ſententiam mutaſſe video, & demonſtrare poſſum, velum ex numero finito rectarum æqualium compoſitum (ut *in fig.* 3.) aliam a vento quam a pondere figuram accepturum, cum tamen *Bernoulliana* ſententia ſit, eandem eſſe velariam cum catenaria: Oporteret ergo diſcrimen

Fig. 3.

eva-

evaneſcere in caſu infiniti. Præſtat haud dubie Iſochronam tuam Paracentricam conſtrui, ut a Te fieri ſcribis, rectificatione lineæ ordinariæ, vel ſaltem talis cujus puncta poſſint conſtrui, quam per lineæ Elaſticæ extenſionem, quæ ipſamet nondum eſt conſtructa. Act. Erud. An. 1694. M. Sept.

Quod ait *Clariſſimus Bernoullius* unicam tantum eſſe paracentricam ut Axων (*fig.* 4.) reſpectu ejusdem puncti vel centri A, poſt deſcenſum ex TA, ejus contrarium manifeſte video, Tibique aſſentior dari infinitas, ut Aβζ, Aδγ, &c. easque ſumo uſque ad rectam Aν incluſive. Quin imo ſuperſunt adhuc aliæ Curvæ determinandæ, ſi ſcilicet æqualiter accedendum ſit ad punctum C, linea autem incipiat vel ab A, directe ſupra C, vel ad latus a D. Quo caſu lineæ ut ABC, AEC infinitos facient gyros circa C. Fig. 4.

G. G. L. Additio: Puto in *fig.* 2., ex *Bernoulliana* determinatione arcus A (*fig.* 1.) etiam duci poſſe determinationem arcuum B, C, D, G, aſſumendo lineæ partem aut eam producendo, ſed hoc tamen diſtincte admoneri operæ pretium fuit. Rationi conſentaneum eſt principium determinandæ figuræ Elaſticæ, quod vires flectentes ſint curvedinibus proportionales; poteſtque ad Hypotheſeos aptæ modum aſſumi, tametſi non prorſus ſit exploratum, quousque natura eo utatur, cum fingi poſſint conſtitutiones corporum, ubi res aliter procedat. Præclara ſunt monita de diverſis Iſochronarum paracentricarum ſpeciebus & conſtitutionibus; omnes tamen mea conſtructione comprehenduntur. Et licet ipſam lineam rectam AD viſus ſim excludere, quia in ea nullus revera ſit deſcenſus vel aſcenſus; quia tamen concipi poteſt in ea deſcenſus vel aſcenſus, ut infinite parvus ſeu evaneſcens, haberi poteſt pro limite ſeu ultima harum linearum. Problemata curvarum tranſcendentium ad quadraturas reducere magna quidem ad ſolutionem præparatio eſt; fateor tamen (ſepoſita mea generali conſtructione tractoria) præſtare rem reduci ad linearum jam conſtructarum reductiones; quod & ego quoties opus, feci faciamque. Pag. 341.

EX-

Digitized by Google

Act. Erud. An. 1694. M. Sept.

EXCERPTA

ex Commentariis Mathematico-Phyſicis Academiæ Regiæ Scientiarum Pariſienſis.

A. 1693. d. 31. Jan. uſque ad 15. Maii.

Dominus *Caſſinus* præter obſervationem Pareliorum a nobis nuper menſe Julio pag. 45. ſeqq. commemoratam, *Eclipſin Lunæ* d. 22. Jan. 1694. Maſſiliæ a Domino Chazelles obſervatam, ſed quam ipſi ob tempus obſcurum ſpectare Pariſiis non licuit, examinat, oſtenditque phaſes omnes ad meridianum Pariſienſem reductas probe congruere cum calculo a Dn. le Fevre ante Eclipſin ſubducto. Dominus *Charas* cum *vipera* digitum ejus medium inter primam & ſecundam articulationem momordiſſet, nullum equidem ſingularem ſenſit dolorem, ſed ſtatim venenum exſugens, & denſiori filo digitum prope articulationem primam arcte circum ligans, domum abiit, factaque alia ligatura infra pugni brachiique commiſſuram, in lectum ſe contulit, ubi ſumtis duabus vicibus 24. granis ſalis volatilis viperarum, ut ſudorem proliceret, & ſolutis poſt ſudorem ligaturis, poſtero die perfecte convaluit, ita ut nullum malignitatis
Pag. 342. adeſſet in vulnere veſtigium. Quod ultimum phænomenon clariſſimi Redi hypotheſin haud parum labefactare exiſtimat. Dominus de la *Hire* tabulam dedit, in qua conſignata eſt *pluviæ* quantitas quatuor annis ex nubibus Pariſiis delapſæ. Ea vero Anno 1689. fuit 18. dig. 11½ lin., A. 1690., 23. dig. 3¼ lin. A. 1691., 14. dig. 5¼ lin. A. 1692., 22. dig. 7½ lin. Idem quoque experimento indagavit, an eadem *glaciei & aquæ ſit refractio*, cognovitque glaciei refractionem paulo eſſe minorem refractione aquæ, ex qua concrevit. Dominus *Homberg aquam* exactiſſime ab aere purgatam *in vaſe vacuo frigori* expoſuit, comperitque, cum tota eſſet congelata, glaciem hinc ortam non majus ſed minus potius occupare ſpatium, quippe cum in medio cylindri glacialis ejusdem altitudinis cum aqua, & cætera perfecte diaphani, circulus adpareret obliquus, craſſus 2. lin. albus, nivique ſimilis, hinc fortaſſis ortus, quod, cum congelatio in ſumma & ima parte fieret eodem tempore, nec, cum ad medium deveniret, poſſent ſuperior inferiorque cylindrus glacialis ad ſe accedere, propter vaſis inæqualitatem, id quod reſtabat aquæ in plures lamellas materiæ nivis ſimiles concreverit. Hinc quoque colli-

Digitized by Google

colligit, expanſionem, quæ alias in glacie obſervatur, aeri incluſo eſſe tribuendam. Hunc enim, quando materia ſubtilis aquæ partes minimas agitare deſinit, extrudi verſus ſuperficiem ab illis moleculis ad quietem ſeſe immediato contactu componentibus & aere ſpecie gravioribus; ſed ſi cruſta obductam eam offendat, particulas ejus minimas ſibi invicem adhæreſcere, & in bullas majores coire, quæ cum minus obnoxiæ ſint preſſioni quam minores, ex quibus coaluerunt, elatere ſuo disjungant glaciei partes, & vaſa expanſioni glaciei obſtantia diffringant. Idem animadvertit in vacuo citius ſolvi glaciem, quam aeri expoſitam, quia major ibi copia materiæ ſubtilis præſto eſt; nivemque cito colliqueſcere, quia materia ſubtilis efficacius agit in corpus multa ſuperficie præditum. *Oppoſitio Jovis & Solis* obſervata fuit a Dn. *Sedileau* Pariſiis contigiſſe in longitudine d. 7. Decembr. mane hora 8., min. 26., cum Sol eſſet in 16°. 16′. 26″. ♐, Jupiter vero in 16°. 16′. 26″. ♊. Aberrat ergo a vero tempore calculus ſecundum Rudolphinas tabulas inſtitutus 20′., ſed ephemerides Argoli hora integra. Dominus *Marchand* in *fraxinella extraordinariam* obſervavit *productionem*, cujus cauſam partim frigidiori tempeſtati ſuperioris anni, partim irregulari ſtyli conformationi tribuit. Flores enim rubri partim, partim erant virides, ſtylus in quinque dividebatur partes, quot ſcilicet erant ſiliquæ, quæ ipſæ tandem in folia mutabantur. Dominus *Merry*, quoniam obſervarat in puerperiis, cum funiculus umbilicalis ita comprimitur, ut ſanguis a matre ad fœtum commeare non poſſit, fœtum confeſtim ſuffocari, ſi in utero aut ejus vagina hæreat ut reſpirare non poſſit, non vero mori, ſi caput exſeruerit libereque reſpiret: hinc concludit, *fœtum* in utero matris concluſum non ideo *reſpiratione non egere*, quia foramen ovale cum canali communicationis ſit apertum, ſed quia cum matre idem quaſi corpus conſtituit, & particeps ſit reſpirationis ſuæ matris, qua carere nequit, quia cor ejus nondum illa vi inſtructum eſt, ut circulationem poſſit promovere ſine aeris ſubſidio. *Teſtudinem* autem, licet omnis reſpirandi facultas ipſi demta, ſcutumque quod ſterni vicem gerit, ſeparatum fuerit, 7. dies vixiſſe teſtatur, ideo forſan, quod cor ejus ſat virium habuit ſine aeris ope circulationem ſanguinis efficiendi. Dominus de la *Hire* & Dominus *Sedileau* in obſervatorio Regio d. 12. Martii *tranſitum Lunæ per Plejades* obſervarunt, monetque prior ex illis ſitum ſtellarum iſtarum, prout a P. Ricciolo determinatur, non convenire cum obſervationibus, & diſtantias illarum eſſe majores: fortaſſis etiam fixas motu quodam ſingulari cieri, ut non eandem ſemper obſervent inter ſe poſitionem. Dominus *Homberg* experimen-

Act. Erud. An. 1694. M. Sept.

Pag. 343.

Act. Erud. An. 1694. M. Sept.

menta nonnulla cepit *de aeris elatere in vacuo*, quæ ad preſſionem aeris in aqua incluſi declarandam ſpectant. Dominus *Varignon* omnes *Cycloides*, quæ ex translatione curvæ per lineam rectam motuque puncti in illa curva ortæ concipi poſſunt, quæcunque ſit ratio velocitatis motus curvæ ad velocitatem motus puncti in curva, æquatione generali comprehendit, & ex Regula Barroviana tangentes earum & quadraturas determinavit. Dominus *Charas* ſuſpicatur *frigus* nonnullorum *fontium* Solis radiis expoſitorum a nitro admiſto, vel hinc etiam oriri, quod rapido admodum curſu aquæ ex illis profluunt, ut calefieri a Sole nequeant. *Ingreſſus Mercurii in diſcum Solarem*, quem in urbe Chinenſi Canton obſervavit P. Fontanay cum obſervatione Noribergenſi comparatur a Domino *Caſſino*, qui nonnulla in tabulis Hal-

Pag. 344. lejanis deſiderat, confirmatque latitudinem Mercurii ex Terra viſi, poſtquam tranſiit nodum borealem in conjunctione cum Sole, non creſcere, ut hypotheſis fert tabularum Rudolphinarum, in ratione 20. minutorum quotidie, ſed tantum 16. min. Conjicit quoque, quamvis retrogradatio nodorum Mercurii bene ſatis ſtabilita videatur, poſſibile tamen eſſe, ut non ſecus ac in Lunæ hypotheſi Tychonica, aliquando fiant retrogradi. Imo incertum plane eſſe dicit, utrum hic nodorum motus ad certas regulas revocari poſſit, quamvis Aſtronomi vulgo ſupponant, motus cœleſtes omnes reduci poſſe ad regulas ab humano intellectu comprehenſibiles, neque tamen hanc hypotheſin eripiendam ipſis, ſed relinquendam, ut eo diligentius obſervent ſidera, & hinc magis magisque accedant ad veritatem motuum, quam aſſequi forſan ſit impoſſibile. Illud quoque notatu dignum judicat, quod cum eadem differentia inter Canton & Noribergam inventa ſit per egreſſum Mercurii & per Eclipſes Satellitum & Lunæ, parallaxis Mercurii per has obſervationes non ſit evidenter ſenſibilis. Dominus de la *Hire*, cum in ea ſit ſententia, *ſuccum nutritium in plantis* ſolo elevari poſſe mechaniſmo, qui in fibris cavis plantarum & arborum reperitur, contra vero plurimi ſtatuant, carnoſæ & ſpongioſæ parti fibras involventi hoc munus eſſe tribuendum, experimentis factis demonſtravit, poſterius non procedere niſi in plantis mediocris altitudinis, cum aqua in charta bibula tubulis immiſſa ultra 171. lineas non adſcenderit. Dominus *Homberg* in vacuo etiam *evaporationem* fieri comperit, quam veroſimile eſt oriri a motu, quem mareria ſubtilis imprimit parvis aquæ guttis, quas projicit verſus latera recipientis: exinde autem arguit, non ſufficere ad evaporationem alicujus liquoris, ut admiſtione materiæ ethereæ reddatur aere circumfuſo levior, atque ab eo extrudatur, ſed neceſſe quoque eſſe, ut motus ma-

teriæ

teriæ æthereæ ſeparet minimas liquoris partes, ut ab aere eos involvente in altum impelli poſſint. Dominus *Merry gemellos* ab ortu ejectos, qui *eidem* erant *tunicæ involuti*, affixique duplici funiculo eidem placentæ uterinæ, Academiæ Regiæ oſtendit, providamque naturæ curam laudavit, quæ ſingulos fœtus ſingulis membranis ordinarie ſolet includere, ne dum ſe commovent, funiculos implicent ſuos & ſe invicem ſuffocent, id quod contigerat gemellis, quorum funiculi umbilicales nodo quodam ſe impediverant, qui circulationem ſanguinis per ipſorum vaſa & placentam prohibebat. Ed.Erud. An.1694. M.Octob.

MARCHIONIS HOSPITALII

Enodatio difficultatis propoſitæ in Actis Eruditorum hujus anni pag. 12. ſuper ſolutione Problematis Bernoulliani, quæ habetur in Commentariis Mathematico-Phyſicis Pariſienſibus.

SCire Lectorem volo, eandem hanc difficultatem jam contineri in 13. *Diario Pariſienſi*, & ad eam reſponſionem exhiberi in ſubſequenti 16. quæ procul dubio Auctoris difficultati nondum ſatisfecit: quod vel exinde conjicere licet, quoniam eadem, aucta tamen inſigni additamento, in Actis Lipſienſibus de novo apparet, quod in eum duntaxat finem videtur factum, ut ſit loco inſtantiæ ad reſponſionem. Credendum itaque, additamentum hoc eundem Auctorem agnoſcere; quod indicio eſt, veritatem ſolutionis meæ nondum recte eum percepiſſe. Quo autem melius Lector decidere queat noſtram controverſiam, haud gravatim legat difficultatem ſine additamento, uti reperitur pag. 198. *Diarii Pariſ. a linea* 13. *uſque ad* 30. Hic enim Latinis verbis præliminabo enodationem, quæ jam Gallice impreſſa fuit. Lector dein examinabit additamentum meamque reſponſionem, quam reperiet ad calcem hujus enodationis, quæ hæc eſt: Pag. 387.

Excerpt. ex XVI. Diario Erud. Pariſ. anni 1694.

Optandum fuiſſet, ut Auctor difficultatis novam dediſſet ſolutionem Problematis Bernoulliani, *aut ſaltem ut detexiſſet meam methodum. Ex quo forte anſam arripuiſſem, accuratius inquirendi in materiam, quam in tota Matheſi ſummi momenti judico; ſed quia in*

Digitized by Google

Act. Erud. An. 1694. M. Octob. *ſpeciali exemplo examen per calculum inſtituiſſe acquievit, num ſcilicet tangens conditionem requiſitam haberet; ipſiusmet calculi, quem imperfectum reliquit, veſtigia ſequar, quippe quem falſis indiciis inductus ſolutionem meam ſubvertere credidit: præſertim cum ſubtiliſſimi Geometræ obnoxii ſint erroribus, qui ſecundum apparentes ſpecies, & antequam evidentia cogit, judicium ferunt.*

Author aſſumit æquationem, quam dedi $y^4 + xxyy + 18bxyy + 16bx^3 = 27bbyy$, *quæ exprimit naturam certæ cujusdam curvæ CMm, cujus tangentes MT, duplas eſſe dixi portionum CT axis a mutuo occurſu T factarum: & pervenit ad hanc alteram æquationem*

Pag. 388. $\overline{24bxx + 9byy + xyy}\sqrt{\overline{4xx + 3yy}} = 81bbyy - 6y^4 - 7xxyy - 90bxyy - 96bx^3$, *quam fateor reduci debere ad eam quam dedi* y^4 *&c. poſito jus a mea ſtare parte. Poſtea quadrata ſumit membrorum utriusque æquationis: Ex eo autem quod adverit differentiam ſenſibilem non evaneſcere, concludit reductionem non eſſe poſſibilem. Interim quadrando membra ſecundæ æquationis & transponendo reperitur* $4y^8 + 9xxy^6 + 114bxy^6 - 135bby^6 + 5x^4y^4 + 244bx^3y^4 + 594bbxxy^4 - 1620b^3xy^4 + 729b^4y^4 + 128bx^5yy + 1536bbx^4yy - 1728b^3x^3yy + 768bbx^6 = 0$, *quæ diviſa per primam* $y^4 + xxyy + 18bxyy + 16bx^3 - 27bbyy = 0$ *dat pro quotiente* $4y^4 + 5xxyy + 42bxyy - 27bbyy + 48bx^3$: *Diviſio vero abſque reſiduo peragitur. Unde inferendum, æquationem* $4y^4$ *&c. ope diviſionis reduci ad propoſitam* y^4 *&c. Si quidem nullas alias adhibeo regulas reductionis niſi ordinarias & ab omnibus Algebriſtis hucuſque receptas. Ex ipſo igitur calculo Auctoris continuato quantum opus, manifeſtum eſt, curvam CMm, cujus natura exprimitur per æquationem datam* y^4 *&c. tangentes ſuas habere duplas portionum CT axis inter verticem & occurſum interceptarum; id quod aſſerueram in Commentariis.*

Hoc addere inſuper liceat, quod D. Bernoulli *Profeſſor exhibuit in* Actis Lipſienſibus *ſolutionem longe differentem a mea, quæ tamen debite applicata in caſu propoſito eandem æquationem profert.*

Non magis mihi arduum erit deſtruere additamentum, utpote quod etiam nititur duobus principiis æqualiter falſis: Prius conſiſtit in hoc, quod Auctor ſine ulla adducta ratione ſupponit quantitatem $4y^8 + 9xxy^6$ &c. quæ eſt æqualis nihilo diviſam per aliam quantitatem $y^4 + xxyy$ &c. quæ etiam nihilo æquatur, neceſſario pro quotiente dare tertiam quantitatem $y^4 + \frac{1}{4}xxyy$ &c. quæ etiam debeat æquari nihilo. In hoc enim præcipue conſiſtit vis ejus concluſionis, nempe loco lineæ curvæ me nihil aliud dare quam aliqua tantum puncta loci quæſiti. Sed qui venit, ut non attenderit, quod omnis quantitas finita multiplicans nihilum producat nihilum? Alterum principium non ſolidius eſt, quod ita ſe habet: *Æqualitas duarum*

diver-

diverſarum expreſſionum ejuſdem ſubtangentialis ſemper reſtituit æquationem loci geometrici : ut hoc principium verum fiat, addatur oportet, *vel æquationem magis compoſitam, quæ ſit diviſibilis per æquationem loci Geometrici*. Uti modo oſtendi accidere in æquatione curvæ Geometricæ quam dedi. Hoc adeo verum eſt, ut ad convincendum Auctorem aliud nihil requiratur, quam ut clarius explicetur exemplum poſterius quod proponit modo ſatis obſcuro: Eſto curva quæcunque AMB, habens pro axe lineam AB, & pro tangente in vertice A perpendicularem AD ad axem; ſit etiam alia curva ANO talis, ut libere ducta tangente MT & parallela MPN ad AD, applicata PN ſit ubique æqualis interceptæ AT inter verticem A & occurſum T tangentis. Quo facto clarum eſt ſpatium APN ubique duplum eſſe ſegmenti correſpondentis AM: ducta enim AF perpendiculari ad MT, & MK parallela ipſi AB, & intellecta parallela *mpn* ipſi AD, ſecante MK in R, quæ elementaliter diſtet a MPN, habebitur ob ſimil. triangula AFT, MR*m*, AF. AT :: MR. M*m*, ideoque rectangulum ſub AT & MR id eſt ſpatium indefinite exiguum NP*pn* æquale rectangulo ſub AF & M*m* i.e. duplo triangulo AM*m*. Verum Auctor prætendit, quod dato loco quadratricis ANO cum expreſſione ſubtangentis KT loci quæſiti reperiatur ſemper idem hic locus & non multiplum loci, ut ego ſæpiſſime accidere contendo. Ad cujus demonſtrationem ſupponit locum quæſitum AMB eſſe ſemicirculum, erit poſitis AP, x; PM u; PN vel AT, y; TK, t; AB, $2d$; ejus æquatio $uu = 2dx - xx$, unde per vulgares methodos habetur ſubtangens $t = \frac{dx - xx}{u} = u - y$, & conſequenter $y = \frac{uu - dx + xx}{u} = \sqrt{\frac{ddx}{2d - x}}$ ſubſtituendo loco u & uu eorum valores $\sqrt{2dx - xx}$ & $2dx - xx$; & hæc æquatio exprimit naturam quadratricis circularis *Leibnitianæ* ANO. Sunt itaque duæ diverſæ expreſſiones ſubtangentis KT, nimirum $u - \sqrt{\frac{ddx}{2d - x}}$ & $\frac{dx - xx}{u}$, atque ſi in poſteriori loco xx ſubrogatur ejus valor $2dx - uu$, tertia reſultabit expreſſio $u - \frac{dx}{u}$ ejuſdem ſubtangentis. Auctor ſupponit tertiam hanc expreſſionem datam eſſe cum prima, quæ dicitur ex æquatione ad quadratricem datam, illaſque comparando format æqualitatem $u - \sqrt{\frac{ddx}{2d - x}} = u - \frac{dx}{u}$ *quæ reſtituit* locum ad circulum $uu = 2dx - xx$. Quod erat inveniendum. hactenus

Act. Erud. An. 1694. M. Octob. Pag. 389.

TAB. VIII. Fig. 1.

Pag. 390.

Digitized by Google

Act.Erud. An. 1694. M. Octob.

ctenus hæc Auctori bene cedunt. Verum ſi loco tertiæ expreſſionis $u - \frac{dx}{u}$ ſumatur ſecunda $\frac{dx - xx}{u}$ quæ immediate ex loco ad circulum producitur, formabitur æqualitas $u - \sqrt{\frac{ddx}{2d - x}} = \frac{dx - xx}{u}$ quæ diverſiſſima eſt a loco ad circulum, quæque eum neutiquam reſtituit: ſublatis enim fractionibus & irrationalitate, reperietur $x^5 + 4dx^4 + 5ddx^3 + 2uux^3 - 6duuxx - 2d^3xx + 5dduux + u^4x - 2du^4 = 0$, non autem locus ad circulum $xx - 2dx - uu = 0$, id quod evenire deberet ſecundum Auctorem. Sed ſi dividatur ultima æquatio per locum ad circulum, nihil remanebit, & pro quotiente habebitur $x^3 - 2dxx + ddx + uux - 2duu$. Et hoc prorſus idem eſt quod accidit in mea curva. Ecce interim, ut Auctor ratiocinetur, *æquatio localis* $u - \sqrt{\frac{ddx}{2d - x}} = \frac{dx - xx}{u}$ *diverſa eſt a propoſita* $xx - dx = uu$. *inutile autem foret illas elevare ad altiorem gradum quadrate multiplicando membra ſingularum, neque enim id faceret evaneſcere illarum differentias: Evidens quoque differentia reperiretur, ſi aſymmetria unius ſublata per multiplicationem quadratam factis ambobus membris æqualibus nihilo per tranſpoſitionem (unde reſultat* $x^5 - 4dx^4 + 5ddx^3$ *&c.* $= 0$) *& quadrato alterius poſitæ æqualis nihilo multiplicato per* x, (*unde fit* $x^5 - 4dx^4 + 4ddx^3 + 2uux^3 - 4duuxx - u^4x = 0$) *ſi, inquam æquationum ortarum ſinguli termini inter ſe compararentur. Denique ſi quis ſubire vellet laborem dividendi utramque æquationem*
Pag. 391. *per quantitatem* $xx - 2dx + uu = 0$ *datam in loco Geometrico propoſito, prior deprimeretur ad* $x^3 - 2dxx + ddx + uux - 2duu = 0$ (NB. facit hanc quantitatem æqualem nihilo ſine ulla probatione) *altera vero ad* $x^3 - 2dxx + uux = 0$, *qui ſunt duo loci Geometrici differenter, cum tamen ſecundum problematis naturam &c.*

Difficultatem nunc euſque explicatam ſpero, ut obſtinationi non minus quam impetuoſo contradicendi pruritui imputandum eſſet, ſi Auctor eidem diutius inhæreret.

JACO-

JACOBI BERNOULLI
DE METHODO TANGENTIUM INVERSA,

Act. Erud. An. 1694. M. Octob.

Quouſque tum in communis tum reconditioris Geometriæ poteſtate ſit & non ſit, conferenda cum Schediaſmate Leibnitiano Menſis Julii hujus Anni.

Elegantia ſunt, quæ hic dedit Vir eximius de Applicatione Calculi differentialis ad partem Methodi Tangentium inverſæ, quæ conſtitit in conſtructionibus Curvarum ex data relatione duarum *Functionum*, quas appellat, ad ſe invicem. Et cum ad profectum ſcientiæ conducat noſſe, quouſque hæc etiam per vulgarem Geometriam poſſint effici, obſervandum eſt, quod quotiescunque Functiones illæ, quas inter ratio data hoc eſt Algebraica, ſupponitur, tales ſunt, ut Curvam neceſſario poſcant Algebraicam (quod fit, ubi rectæ curvæve quæſitam tangentes ordinatim poſitione dantur, ut cum ex data relatione inter reſegmenta axium AT & Aθ, aut inter perpendicularem CP & reſegmentum AP, quæritur curva,) Problema quoque ſemper in poteſtate communis Geometriæ ſit futurum, ut non opus ſit differentialium calculo uti, niſi pro illis curvis, quas data relatio non ſemper Algebraicas arguit; quod ſpeciatim in ipſo exemplo *Cel. Auctoris* ita manifeſtum fit: Sit invenienda Curva CC, cujus perpendicularis PC ad reſegmentum ab axe AP habeat relationem datam, velut eam quam habent coordinatæ Parabolæ AE, hoc eſt (ob communem rationis terminum AP,) ut PC ſit æqualis PE. Intelligantur centris P & (P) radiis perpendicularium PC, (PC) duo circuli deſcribi interſecantes ſeſe citra curvam in F, erunt per hyp. PC, (PC,) hoc eſt PF, (P) F, ſingulæ reſpondentibus PE æquales; unde & reciproce, dato quovis citra curvam puncto F, (hoc eſt datis A (B,) (B) F, rectis,) duæ ex illo ſatisfacientes rectæ PF, (P) F, ad axem inflecti poſſunt, eo propiores futuræ ſibi & perpendicularibus PC, quo punctum F curvæ propius aſſumptum fuerit, adeo ut hoc in ipſamet curva accepto (rectis AB, BF, coordinatis ejus exiſtentibus) omnes PC, PF, in unam perpendicularem PC, ut & puncta P & (P) in unum P coalitura ſint, ipſaque æquatio ab AP denominata duos æquales valores acquiſitura: unde quæſitum vulgari arte conſequendi ratio conſtat; nempe poſitis A (B) $=x$, (B) F $=y$, AP$=b$, P (F) $=c=\sqrt{ab}=$PE, ut emergat æquatio $bb - 2bx + xx + yy = ab$, operatio ſic habebit:

Tab. VIII. Fig. 2.

Pag. 392

bb

Act.Erud. An. 1694. M. Octob.

$$bb - 2xb + xx + yy = ab \qquad bb - 2xb + xx + yy = ab$$
$$\begin{array}{ccccc} 2 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{ccccc} 1 & 0 & -1 & -1 & 0 \end{array}$$

$2bb - 2xb = ab$, ſeu $b = x + \frac{1}{2}a$ $\qquad$ $bb - xx - yy = 0$, ſive $b = \sqrt{yx + yy}$,

quare $x + \frac{1}{2}a = \sqrt{xx + yy}$, hoc eſt $ax + \frac{1}{4}aa = yy$, æquatio pro curva quæſita, eadem cum *Leibnitiana*. Et memini, cum *Frater* olim e Gallis redux ipſum hoc Problema, ut difficile quippiam ibi habitum, mihi propoſuiſſet, me conſtructionem ejus generalem e veſtigio hanc dediſſe: Super curva AE (cujus ordinatæ AP, PE, relationem datam exhibent) ſubtangentiali PD, ſeu diametro, deſcribatur ſemicirculus PCD, in qua adaptetur PC=PE, erit C punctum in optata curva CC, eique perpendicularis adaptata PC. Similiter etiam data relatione inter reſegmenta axium per tangentem AT, A*θ*, (hoc eſt data curva AQ, cujus in T applicata TQ ſit æqualis A*θ*) Curva CC generali conſtructione reperitur, ut ne calculo quidem opus ſit: Ducta enim tangente datæ curvæ QR, reperiatur ad AR & AT tertia proportionalis AB, abſcindenda in axe ad partes R, occurretque erecta ſuper ipſo perpendicularis BC poſitione datæ tangenti T*θ* in puncto quæſitæ curvæ C: ubi commodum recordor *fraterni Problematis in Jan.* 1692. p. 368. inſerti, quod noſtri tantum ſpecialis caſus eſt, in quo curva, cujus coordinatæ datam relationem exhibent, circulus exiſtit ſuper axium conjugatorum concurſu deſcriptus; unde facillima conſtructio emergit, quæ fit, abſcindendo tantum (vid. Tab. I. fig. 4. ibid.) in ſubtenſa anguli recti ED partem EB vel DB, quæ ſit tertia proportionalis ad ED & crus illi oppoſitum FD vel FE. Non ſecus vero etiam, datis poſitione curvis Lineam quæſitam tangentibus, ipſa communis Geometriæ ope reperitur. Sic aliquando ſolvi vulgari methodo *Problema Balliſticum* de definienda Curva, quam tangant omnes Parabolæ, a globo in ſingulis mortarii elevationibus conſtante vi exploſo, deſcriptæ. Sic etiam reperio lineam, quæ tangat ſeriem Paraboloidum ejusdem gradus, circa eundem axem conſtitutorum, at vertices diverſos, parametrumque intervallo verticis & extremitati axis æqualem habentium, perpetuo rectam eſſe. Porro, quo pacto communis Geometriæ beneficio ex data duarum Functionum relatione tertia ſit elicienda, & ſpeciatim ex data relatione coordinatarum, id eſt ex ipſa data curva, radius oſculi, (ſupponendo in æquatione duas vel tres radices æquales, prout oſculum ſpectatur ut concurſus vel duorum radiorum circulorum tangentium inæqualium, vel trium radiorum unius ſecantis circuli,) id jam in *Additamento cit. Problem. menſ. Jan.* 1692. pag. 370. & in *Lucubration. menſ. Mart.* 1692. &

Pag. 393.

& *Jun.* 1693. de *Natura Oſculorum* abunde oſtendimus: idemque etiam per præcedentem conſtructionem poteſt effici: cum enim detur Curva, punctumque in ea per hyp. adeoque ſubperpendicularis, adeoque poſitione radius oſculi, isque extremitate ſua tangat Curvam Evolutam, dabuntur quoque reſegmenta axium conjugatorum per hunc radium. Ergo per præcedentem dabitur Evoluta. Ergo & radius oſculi dabitur longitudine. Quomodo vero ex data coordinatarum una & radio oſculi ipſa viciſſim Curva indaganda ſit, hoc quidem communis Geometriæ vires tranſcendit; nec enim poſitione dantur oſculantes circuli. Dependet autem Problema a *conſtructionibus Elaſticarum*; deſcripta namque curva, cujus applicata reciproce proportionetur radio oſculi, ſi ad ipſam, ceu ad Lineam Tenſionum, conſtruatur Elaſtica, erit hæc quæſita, ut ex *nuperis m. Junio hujus Anni publicatis* colligere eſt. Sed tandem illud in genere tenendum (quod initio innui) omnia Problemata, quibus promiſcue Algebraicæ & Tranſcendentes Curvæ ſatisfaciunt, Geometriæ reconditiori propria eſſe, fruſtraque tentari per communem: eorum vero alia conſtrui per ſimplices *quadraturas* aut *rectificationes*; alia per *inflexiones Elaterum*, ut præcedens; alia ſaltem per *tractiones*, ut cum quærenda proponitur curva ex data relatione rectæ tangentis ad proprium ex axe reſegmentum; cujus conſtructionem in caſu relationis conſtantis (qualem *Frater* propoſuerat) *ſup. anno m. Junio* dedimus, facile tamen accommodandam ad caſum cujusvis relationis datæ variabilis, modo loco rectæ, ſuper qua fili deſcribentis extremitas protruditur, ſubſtituatur Curva, cujus ordinata æquetur exceſſui fili ſupra tangentem datam. Nemo vero hic exiſtimet, omnem Methodum tangentium inverſam his exhauſtam eſſe, utpote quæ non debet quieſcere in qualicunque curvarum conſtructione, ſed primario rimari quot quibusque in caſibus ſint futuræ Algebraicæ, aut ſecus; ac tum ad cujus gradus quadraturas referantur: quod in modo laudato Problemate *D. Marchio Hoſpitalius* & ego præſtitimus. Ad hoc vero præſtandum requiritur, ut in æquatione literæ indeterminatæ cum ſuis differentialibus a ſe mutuo ſeparentur, quod nec ſemper fieri poteſt, nec ſi poſſit, univerſali methodo conſequi licet: & quemadmodum datis Æquationibus Algebraicis quibusvis multiplicatione ex ipſis compoſita facile habetur, data vero compoſita invenire componentes difficillimum & ſæpe impoſſibile, ut nulla huic negotio univerſalis regula præſcribi poſſit, particulares vero infinitæ, quarum bonam partem collegit *Huddenius*: ita quoque Methodus directa tangentium ubique facilis, inverſa generalis nulla, ejusque loco tantum

[Margin: Act. Erud. An. 1694. M. Octob.]

[Margin: Pag. 394.]

tum

Act.Erud. An. 1694. M.Octob. TAB. VIII. Fig. 3.

tum particulares dari poſſunt regulæ, quarum qui plures collegerit, is optime de hac Methodo meruiſſe cenſebitur. Ad directam Methodum pertinet hoc Problema, quod tentari poteſt: Datis tribus Curvis Algebraicis G, H, I, & quarta K, quam formant interſectiones rectarum HK, IK, tangentium curvas H & I in iisdem punctis, in quibus tangens curvæ G ipſas ſecat, quærere tangentem quartæ K.

JOANNIS BERNOULLI

Conſtructio facilis Curvæ acceſſus æquabilis a puncto dato per Rectificationem curvæ Algebraicæ.

JAm olim mihi tentatum præſens problema lubens confiteor, levem autem ob ſcrupulum, qui feſtinanti & aliis tum temporis occupatiſſimo occurrebat, quemque adeo diluere non ſtatim vacabat, ab eo prorſus abſtinui. Cum vero *nuperum menſem Junium* pervolverem, inſcio mihi & inexpectanti ſeſe offerebat problematis hujus ſolutio *fraterna*, aliaque huic affinia. Ex quorum occaſione filum meæ ſolutionis imperfectæ & obiter olim tentatæ denuo aggreſſus & feliciter ſum proſecutus. Non multus in illo fui, ſed leve poſt conamen perveni ad conſtructionem quæ *fraterna* tanto præſtantior eſt, quod curvæ algebraicæ rectificatione idem præſto & faciliori modo, quam quod *Frater* præſtitit per rectificationem curvæ mechanicæ: Nec opus habeo radiis circulorum oſculantium in ſpiralibus, qui tamen & ipſi nullo labore inveniuntur.

Pag. 395.

Conſtructioni meæ præfigam calculum, qui me eo perduxit, partim ut eam ex *fraterna* deductam nemo exiſtimet, partim etiam, & quidem præcipue, ut publicum exinde emolumentum capiat, & non meris conſtructionibus (quibus intellectis non doctius evadit) paſcatur. Optandum ſane eſſet, ut idem Eruditi ſemper obſervarent, & hac in re *ſummum Geometram Leibnitium* imitarentur, qui egregia ſua inventa Orbi literato oſtendiſſe non contentus, viam inſuper analyticam ſingulari opere *ſcientiam infiniti* complectente propediem editurus eſt, de quo, ut de cæteris ejus conatibus, multum nobis pollicemur.

TAB. VIII. Fig. 4.

Anal. Ut ad inſtitutum redeam. Sit ABC curva quam quærimus, per quam nempe grave deſcendens (ex altitudine data PA prius delapſum) æqualibus temporibus æqualiter recedat a puncto

Digitized by Google

ſto dato A. Radio AP deſcripta peripheria PFH, ductæ intelligantur AB ſecans peripheriam in E, & BL, EG perpendiculares ad PA productam, itemque centro A arculus bb abſcindens ex AB particulam $B\beta$ æqualem receſſui momentaneo, & proinde æqualem ei particulæ curvæ quam grave primo momento percurrit. Eſto nunc EP$=a$, AB$=x$, AG$=y$, arc. HE$=z$, E$e=dz$, Act. Erud. An. 1694. M. Octob.

$B\beta=dx$, erit $bb=$ (quia Ae. Ab :: Ee. bb) $\frac{xdz}{a}$, ideoque $B b$ $=\frac{\sqrt{aadx^2+xxdz^2}}{a}$ quoniam autem Bb ſupponitur æqualis ei particulæ curvæ quam grave in A percurrit æquali momento quo percurrit bB, erit bB ad Bb ut celeritas in B ad celeritatem in A, ut (ex natura gravium deſcenſus) $\sqrt{}$ PL ad $\sqrt{}$ PA; ideoque $\frac{\sqrt{aadx^2+xxdz^2}}{a}.\ dx::\sqrt{\frac{xy}{a}+a}.\ a$, id eſt, ſumendo quadrata, $aadx^2+xxdz^2.\ aadx^2::xy+aa.\ aa$, & dividendo $xxdz^2.$ $aadx^2::xy.\ aa$; reducta proportione ad æqualitatem habetur Pag. 396.
$\frac{dx}{\sqrt{x}}=\frac{dz}{\sqrt{y}}$, ſed ex natura circuli invenitur $dz=\frac{ady}{\sqrt{aa-yy}}$, ergo $\frac{dx}{\sqrt{x}}=\frac{ady}{\sqrt{aay-y^3}}$ quæ eſt æquatio differentialis pro curva quæſita, ubi indeterminatæ x & y cum ſuis differentialibus dx & dy ſine ulteriori diſquiſitione ſponte ſeparantur, ſecus ac fit cum pro indeterminatis aliæ aſſumuntur lineæ; & hoc eſt in quo totum myſterium conſiſtit, quod ſi *Leibnitium* in hoc ſupputandi genere verſatiſſimum hucusque latuit, mirum non eſt, ſiquidem caſu potius quam induſtria eo pervenitur, utpote quod optioni fortuitæ & arbitrariæ indeterminatarum unice eſt tribuendum. Præcipuum autem quod agendum reſtat eſt, ut ex jam inventa æquatione differentiali problema quam commodiſſime conſtruatur: Per quadraturam ſpatii curvilinei (cujus abſciſſa exiſtente y, applicata ſit $\frac{aa\sqrt{a}}{\sqrt{aay-y^3}}$) conſtrui poſſe nemo non videt, ſed quia in praxi non facile quadrantur ſpatia, tentandum illud eſt per rectificationem curvæ alicujus; quæ ſi poteſt eſſe algebraica, in leges Geometriæ cenſendus eſt peccare qui recurrit ad Mechanicam, præſertim ſi hæc ipſa mechanica non minus operoſe per quadraturas ſpatiorum deſcribatur. Heic igitur meum, de quo nec *Fratri* adhuc conſtat, oſtendam modum, quo ad curvam algebraicam pervenitur, per cujus rectificationem problema con-

Act. Erud. An. 1694. M. Octob. ſtruitur: Æquationis differentialis inventæ $\frac{dx}{\sqrt{x}} = \frac{ady}{\sqrt{aay - y^3}}$, membri non *integrabilis* $\frac{ady}{\sqrt{aay-y^3}}$ (quod ita appello, quia ejus integrale vel ſummatorium in quantitatibus algebraicis non habetur) ſumo quadratum $\frac{aady^2}{aay-y^3}$, illudque vel ejus multiplum ſubmul-

Pag. 397. tiplumve per methodum *Diophanteam* divido in duo alia quadrata, quorum latera, ſi fieri poteſt, ſint integrabilia, ſecus enim orietur tantum curva mechanica: hic itaque multiplum quadratum $\frac{a^3 dy^2}{2aay - y^3}$ dividitur in hæc duo alia $\frac{\overline{aa+4ay+4yy}\,dy^2}{4ay+4yy}$ & $\frac{\overline{aa-4ay+4yy}\,dy^2}{4ay-4yy}$, quorum latera ſunt $\frac{ady+2ydy}{2\sqrt{ay+yy}}$ & $\frac{ady-2ydy}{2\sqrt{ay-yy}}$, horumque integralia $\sqrt{ay+yy}$ & $\sqrt{ay-yy}$. Ideoque conſtructa Curva AMONA, cujus abſciſſa AR $= \sqrt{ay+yy}$, & applicata MR $= \sqrt{ay-yy}$ (id eſt cujus abſciſſæ & applicatæ reſpondeant applicatis Hyperboles æquilateræ & circuli eandem diametrum a & easdem abſciſſas y habentium) erit elementum hujus curvæ

$$= dy\sqrt{\frac{aa+4ay+4yy}{4ay+4yy} + \frac{aa-4ay+4yy}{4ay-4yy}} = \frac{dy\sqrt{a^3}}{\sqrt{2ay-2y^3}} = \frac{dx\sqrt{a}}{\sqrt{2x}},$$

ideoque integrale primi eſt æquale integrali ultimi i. e. portio curvæ AM $= \sqrt{2ax}$, proindeque $x = \frac{AMq}{2a}$.

Conſtr. Ex his ſequitur conſtructio facillima problematis. Factis enim & poſitis quæ prius, producatur ſi opus AE ad B, ita ut AB ſit tertia proportionalis ad HP & AM; erit B in curva optata ABC, per quam grave deſcendens ſi ex P ceciderit æqualibus temporibus æqualiter a puncto A recedet. Demonſtrationem ſyntheticam, quam quivis ex analyſi præmiſſa ſtatim contexere poterit, omittimus. Primariæ etiam proprietates hinc facile deducuntur, quas recenſere animus non eſt; id unicum monuiſſe ſufficiat non laminam ſed tubum ſecundum lineam ABC incurvatum adhibendum eſſe, nam globulus deſcendendo non ubique inſiſtit convexitati curvæ. Cæterum diſtantia puncti C in

Pag. 398. quo curva ſemet ipſam ſecat a vertice A plus quam duplo major eſt AH, ſecus quam in ſchemate nupero repræſentatur. Curva AMON eſt quatuor dimenſionum, quæ etiam ſemet ipſa ſecat in A,

in A, & quæ continuata producit partem inferiorem ſimilem & æqualem ſuperiori, faciens angulum MAN ejusque oppoſitum rectum. Peripheria HQP tranſit per ejus punctum S remotiſſimum ab axe AO. Act. Erud. An. 1694. M. Octob.

Opportune hic incidit modus conſtruendi curvam Elaſticam, qui etiam per ſolas rectificationes curvæ AMO & Ellipticæ cujusdam peragitur, & proinde in praxi longe facilior quam is qui quadraturas ſpatiorum ſupponit: Semiaxibus AO & radio circuli AF perpendiculari ad AO conſtruatur quadrans ellipticus FTO, & ducta quavis in eo applicata TQ ſumatur $AR = \frac{AQ}{AF}\sqrt{AFq + AQq}$, appliceturque $QZ =$ arcui elliptico TO mulctato quarta proportionali ad AO, AF & AM; quo facto erit punctum Z in curva Elaſtica. Demonſtratio non minus facilis eſt quam conſtructio: Sit enim $AQ = x$, $QZ = y$, erit elementum arcus TO (ex natura ellipſis) $= \frac{aadx + xxdx}{\sqrt{a^4 - x^4}}$, & elementum curvæ AM (ex ejus natura & conſtr.) $= \frac{aadx\sqrt{2}}{\sqrt{a^4 - x^4}}$, ideoque elementum quartæ proportionalis ad AO, AF & AM erit $= \frac{aadx}{\sqrt{a^4 - x^4}}$, ergo elem. TO — elem. $\frac{AF,\ AM}{AO}$, id eſt elem. $QZ = \frac{xxdx}{\sqrt{a^4 - x^4}} = dy$, quæ eſt eadem æquatio quam *Frater* exhibuit pro conſtruenda Elaſtica, quamque ſuſpicatus eſt, ſed perperam, nullatenus a cujusdam ſectionis conicæ rectificatione dependere: dependet enim ex parte ſaltem a rectificatione curvæ Ellipticæ.

Lectorem Benevolum monitum cupimus, ſchediaſma hoc Bernoullianum ad manus noſtras perveniſſe, antequam menſis Auguſtus anni præſentis Actorum horum, in quo Viri illuſtris G. G. L. Conſtructio Problematis, de Curva Iſochrona Paracentrica, pag. 50. & ſeq. continetur, clariſſimo Bernoullio viſus fuit, aut videri potuit. Pag. 399.

Act.Erud. An. 1694. M. Nov.

MODUS GENERALIS
conſtruendi omnes æquationes differentiales primi gradus.

Auctore JOHANNE BERNOULLI.

UNicum potiſſimum eſt, quod adhuc deſideratur ad perficiendam methodum tangentium inverſam, ſeparatio nempe quantitatum indeterminatarum in æquationibus differentialibus primi gradus, pro qua plurimas regulas ſpeciales jam dudum inveni, generalis autem, per quam in quavis æquatione differentiali propoſita procedat ſeparatio indeterminatarum, vix ſperanda eſt. Quod cum jam ab aliquo tempore perpendiſſem, mentem ſubiit an non poſſibile eſſet, æquationem differentialem conſtruere non adhibita ſeparatione iſta; quod tandem etiam ex voto ſucceſſit. Inter plures autem quos detexi modos, præſens commodior videtur, qui dum melior prodeat in lucem, ſacra quaſi erit anchora ad quam recurrendum, cum omnes regulæ pro ſeparatione indeterminatarum inſtitutæ naufragium faciunt.

Pag. 435.

Omnis æquatio differentialis primi gradus exprimi poteſt per hanc $sdx = zdy$; poſito literas s & z denotare quantitates formatas ex x, y & conſtantibus: ponatur nunc dy ad dx habere rationem ut m ad a, quæ utique in quolibet curvæ puncto variatur, æquatio differentialis mutabitur in hanc $as = mz$, quæ tres indeterminatas continet s, z & m, ſeu x, y & m; ejus itaque locus eſt ad infinitas curvas algebraicas (quas *directrices* appellare liceat) quæ conſtruuntur ponendo unam trium indeterminatarum, ſi vis m, conſtantem, inde enim emerget æquatio duarum duntaxat indeterminatarum, quæ format unam ex infinitis curvis directricibus; ponendo nunc hanc eandem m conſtantem majorem vel minorem, habebitur alia directrix, & continuando hoc in infinitum, infinitæ conſtruentur curvæ directrices ſuper eodem axe; ſic itaque m ad a id eſt dy ad dx omnes habebit poſſibiles rationes. Quo facto inter duas quaslibet directrices elementaliter diſtantes duco lineolam, ita ut ſinus inclinationis ad axem ſit ad ſinum complementi ut m in his directricibus elementaliter diſtantibus ſumta ad a; Hoc ſi ubique fiat & tandem omnes ductæ lineolæ (manente una immobili) parallelo motu deprimantur vel eleventur ſuis directricibus ſemper adhærentes, donec omnes ſibi invicem connectantur; orietur curva quæſita.

Pag. 436.

Hinc liquet uni eidemque æquationi differentiali infinitas curvas ſatisfacere, prout enim lineola immobilis altius vel humilius ſumitur ſemper alia prodibit curva. Hic notandum venit, ubi lineo-

Digitized by Google

Act. Erud. An. 1694. M. Nov.

lineola ſuam reſpective directricem tangit, ibi curvam quæſitam habere punctum flexus contrarii, quod cuivis attendenti facile patebit. Hinc omnis æquatio differentialis, exceptis iis quarum directrices ſunt lineæ rectæ, exhibet curvas infinitas quæ gaudent puncto flexus contrarii, inter quas unica poteſt eſſe cujus punctum flexus confunditur cum vertice vel cum alio puncto, ita ut evaneſcat: Ex. gr. æquationi differentiali $axdx = yydy$, certum eſt reſpondere parabolam cubicalem ſecundam $\frac{1}{2}axx = \frac{1}{3}y^3$, cujus quidem punctum flexus non exiſtit, infinitæ tamen aliæ dantur curvæ ejusdem ſpeciei $\frac{1}{2}axx = \frac{1}{3}y^3 \pm b^3$ eidem æquationi differentiali $axdx = yydy$ ſatisfacientes quæ omnes flexuras contrarias habent. Ex quibus perſpicuum eſt ipſa hæc puncta flexuum formare aliam curvam quæ etiamſi curvæ ipſæ cujus ſunt puncta flexus ſint mechanicæ, ſemper tamen (quod memorabile prorſus eſt) erit algebraica. Exemplo res patebit: Eſto propoſita æquatio differentialis hæc $xxdx + yydx = aady$, quæ an per ſeparationem indeterminatarum conſtrui poſſit nondum tentavi; verum per generalem methodum præſcriptam ſi reſolvatur, prodibit hæc æquatio $xx + yy = am$ oſtendens omnes curvas directrices eſſe circulos concentricos, quorum centrum commune eſt in ipſo initio abſciſſarum x; ſic itaque infinitæ conſtruentur curvæ quæ omnes æquationem differentialem propoſitam includunt; quarumque puncta flexus exiſtunt in curva algebraica quæ ita determinatur: Ex centro circulorum concentricorum ducatur perpendicularis ad axem, in eaque ſumatur punctum diſtans a centro Pag. 437.
a $\sqrt{\frac{am}{aa + mm}}$, per quod ducta axi parallela ſecabit circulum cujus radius eſt $\sqrt{am}$ in puncto quod erit ad curvam optatam; vel ſi mavis conſtruatur ad axem curva cujus æquatio ſit (poſitis abſciſſa r, & applicata s) $s^3 + rrs = aar$, tranſibit hæc ipſa curva per puncta flexus omnium curvarum æquationis $xxdx + yydx = aady$ competentium.

Cæterum idea iſta conſtructionis univerſalis æquationum differentialium primi gradus poterit etiam extendi ad differentiales ſecundi altiorisque gradus; aliis autem quibus plus vacat perfectionis honorem relinquo.

AD-

Act. Erud. An. 1694. M. Nov.

ADDITAMENTUM EFFECTIONIS

Omnium quadraturarum & rectificationum curvarum per ſeriem quandam generaliſſimam.

Generali quem præmiſi modo conſtruendi curvas ex æquatione data differentiali, ob multam affinitatem adnecto dimenſionem generalem ſpatiorum & curvarum: Qualem quidem etiam exhibuit *Celeberrimus Leibnitius* in *Actis Erud. Menſ. April.* 1693., cujus methodus ingenioſe ſane excogitata multum placuit, eo quod ſeſe univerſaliter extendat ad quamcunque propoſitam curvam. Cum autem in quovis exemplo ſingularis calculus inſtituendus ſit, quo non niſi ſingularis ſeries provenit quæſito reſpondens: placet hic apponere ſeriem univerſalem quæ omnes quadraturas, rectificationes, aliorumque differentialium integralia generaliter exprimit.

Elementum ſpatii, curvæ, vel quodvis aliud explicari poteſt per ndz (poſito n eſſe quantitatem quomodocunque formatam ex indeterminatis & conſtantibus;) ut itaque integrale ipſius ndz (quod per ſe ſolum ob inſufficientia data non eſt integrabile) ad ſeriem generalem revocatur, diſpiciendum eſt quid ipſi continuo addendum idemque ab eo ſubtrahendum ſit, ita ut ſic manente

Pag. 438. quantitate ndz ſemper eadem integralia additorum demtorumque ſumi poſſint: In hunc finem ſequentem formo ſeriem, quæ ponit dz conſtantem $ndz = + ndz + zdn - zdn - \frac{zzddn}{1.2\,dz} + \frac{zzddn}{1.2\,dz} + \frac{z^3dddn}{1.2.3\,dz^2} - \frac{z^3dddn}{1.2.3\,dz^2}$ &c. Ubi bini quilibet termini immediate ſe ſubſequentes ſignisque contrariis affecti ſe mutuo deſtruunt, ita ut ſeries in infinitum continuata efficiat tantum ndz; quorumlibet vero etiam binorum terminorum immediate ſubſequentium & iisdem ſignis affectorum ſumi poſſunt integralia. Hoc igitur modo habetur hæc ſeries univerſaliſſima integr. $ndz =$

$$+ nz - \frac{1}{1.2} zz \frac{dn}{dz} + \frac{1}{1.2.3} \frac{z^3ddn}{dz^2} - \frac{1}{1.2.3.4} \frac{z^4dddn}{dz^3} \text{ \&c.}$$

Quæ ſi in quocunque caſu applicetur, evaneſcent ſemper dn, ddn, $dddn$ &c. ut & dz, dz^2, dz^3 &c. quia earum relatio in dato caſu datur in quantitatibus algebraicis; & ſic tota ſeries conſtabit terminis pure algebraicis.

Exempla ſumamus *Dn. Leibnitii:* Quærendus eſto logarithmus ex numero: Sit ratio vel numerus $a + x$ qui brevitatis ergo appelletur r, & logarithmus ſit y; habebitur pro æquatione differen-

rentiali $dy = \frac{adx}{r}$, id eſt logarithmus ſeu $y = \text{int.}\ \frac{adx}{r}$; hoc Act. Erud. An. 1694. M. Nov.
autem integrale ad ſeriem facile revocabitur; factis enim in ſerie univerſali $z=x$, $dz=dx$, $n=\frac{a}{r}$, $dn=$(ob $dr=dx$)$\frac{-adx}{rr}$, $ddn=\frac{+1.2adx^2}{r^3}$, $dddn=\frac{-1.2.3adx^3}{r^4}$ &c. convertetur illa in hanc ſpecialem $y=\frac{ax}{1r}+\frac{axx}{2rr}+\frac{ax^3}{3r^3}+\frac{ax^4}{4r^4}$ &c. quæ quamvis diverſa a *Domini Leibnitii*, ejuſdem tamen eſt valoris.

Contra ſi dato logarithmo numerus ſit inveniendus, habebitur pro æquatione differentiali $dx=\frac{rdy}{a}$, factis ergo in ſerie univerſali $z=y$, $dz=dy$, $n=\frac{r}{a}$, $dn=$(ob $dr=dx$) $\frac{rdy}{aa}$, $dddn=\frac{rdy^2}{a^3}$, $ddn=\frac{rdy^3}{a^4}$ &c. orietur $x=\frac{ry}{a}-\frac{ryy}{1.2aa}+\frac{ry^3}{1.2.3a^3}-\frac{ry^4}{1.2.3.4a^4}$ &c. ergo $\frac{x}{r}$ id eſt $\frac{x}{a+x}=\frac{y}{a}-\frac{yy}{1.2aa}+\frac{y^3}{1.2.3a^3}-\frac{y^4}{1.2.3.4a^4}$ &c. cognita itaque $\frac{x}{a+x}$ cognoſcetur etiam x. Pag. 439.

Problema de inveniendo ſinu recto ex dato arcu & radio non minus facile expeditur: Sit enim arcus circuli y, ſinus rectus x, & radius a, & ponatur brevitatis gratia $\sqrt{aa-xx}$ ſeu ſinus complementi $=r$; erit æquatio differentialis $dx=\frac{rdy}{a}$, poſitis ergo in ſerie univerſali $z=y$, $dz=dy$, $n=\frac{r}{a}$, $dn=$(ob $dr=\frac{-xdx}{r}$) $\frac{-xdy}{aa}$, $ddn=\frac{-rdy^2}{a^3}$, $dddn=\frac{+xdy^3}{a^4}$, $ddddn=\frac{+rdy^4}{a^5}$ &c. reperietur $x=\frac{ry}{a}+\frac{xyy}{1.2aa}-\frac{ry^3}{1.2.3a^3}-\frac{xy^4}{1.2.3.4a^4}+\frac{ry^5}{1.2.3.4.5a^5}$ &c. poſitis terminis cum x multiplicatis ad alteram partem, diviſisque ſeriebus, habebitur $\frac{x}{r}$ id eſt

$$\frac{x}{\sqrt{aa-xx}}=\frac{y-\frac{y^3}{1.2.3a^2}+\frac{y^5}{1.2.3.4.5a^4}\ \text{\&c.}}{a-\frac{yy}{1.2a}+\frac{y^4}{1.2.3.4a^3}\ \text{\&c.}},$$

co-

Act.Erud. An. 1694. M. Nov. Pag. 440.

cognita itaque $\frac{x}{\sqrt{aa-xx}}$, cognoſcetur etiam x: Ubi hoc notatu dignum venit, quod ſeries denominatoris ſit = ſinui complementi, quia ſecundum *Dn. Leibnitium* invenitur ſeries numeratoris = ſinui recto.

Ultimum exemplum in Actis allatum, eſt problema quod *De Beaune Carteſio* propoſuit, cujusque conſtructionem jam olim in Actis dedi: Quæritur curva in qua ſi coordinatæ ſunt s & y, ſubtangens ſit $= \frac{yy-sy}{a}$, id eſt cujus æquatio differentialis ſit $ds = \frac{ydy-sdy}{a}$. Si libeat data abſciſſa y exprimere ordinatam s per ſeriem, ponatur $y-s=r$; & fiat in ſerie univerſali $z=y$, $dz=dy$, $n=\frac{r}{a}$, $dn = (\text{ob } dr = \frac{ady-ydy+sdy}{a})\ \frac{ady-rdy}{aa}$, $ddn = \frac{-ady^2+rdy^2}{a^3}$, $dddn = \frac{ady^3-rdy^3}{a^4}$ &c. quo facto obtinebitur $s = \frac{ry}{a}\ \frac{-a+r.yy}{1.2aa}\ \frac{-a+r.y^3}{1.2.3a^3}\ \frac{-a+r.y^4}{1.2.3.4a^4}$ &c. ideoque $\frac{s-\frac{ry}{a}}{-a+r}$ id eſt $\frac{as-yy+sy}{-aa+ay-as} = \frac{yy}{1.2aa} + \frac{y^3}{1.2.3a^3} + \frac{y^4}{1.2.3.4a^4}$ &c. hinc data $\frac{as-yy+sy}{-aa+ay-as}$ dabitur etiam s.

Hoc in honorem *Incomparabilis Leibnitii* monendum, quod per ejus methodum quæſita ſtatim ſola nec aliis quantitatibus implicita proveniat: meam autem ab univerſalitate ſua multum commendabilem pariter non negabit.

EX-

EXCERPTA
EX ACTIS ERUDITORUM
LIPSIENSIBUS
ANNI 1695.

COLLECTIO OBSERVATIONUM

Factarum in multis peregrinationibus juſſu Regis Galliæ,

Ad Aſtronomiam & Geographiam reddendam perfectiorem, cum diverſis tractatibus Aſtronomicis, editis ab Academiæ Regiæ Scientiarum Sociis.

LINGUA GALLICA.

Pariſ. ex Typographia Regia Ann. 1693. *fol. plag.* 150. *cum duabus tabulis æneis.*

Comprehendit hoc Volumen, ut vel ex titulo patet, varios libros partim nunc in lucem emiſſos, partim ſuperioribus annis editos. Ac *primo* quidem loco Illuſtr. *Caſſini* extat *Diſſertatio* doctiſſima, in qua Originem Aſtronomiæ, Geographiæ artisque Navigandi, ab ultimis arceſſit temporibus, accurateque deſignat, quorum cura ſenſim fuerint promotæ illæ diſciplinæ, ut jam in eo, quem obtinent, perfectionis gradu conſiſtant.

Act.Erud. An. 1695. M.Januar. Pag. 27.

Act.Erud. An.1695. M. Jan. Pag. 28. ſiſtant. Inprimis vero commemorat, quænam Academiæ Regiæ Gallicæ ſolertia ad augendas illas ſcientias contulerit. Neque enim, ut *Caſſiniana* ſequamur veſtigia, multa ſolum invenit, quæ ad obſervationes accuratius inſtituendas conducunt, qualia ſunt exacta menſura temporis mediante *pendulo Cycloidali*, modus *lentes teleſcopicas* æque promte atque accurate elaborandi, *ratio adhibendi lentes*, quarum Radius 200 a 300 ped. *ſine tubo* ad obſervationes, dum machinæ adplicantur, quæ ex ſphæræ circulis compoſita, & ab automato in motum concitata efficit, ut vitrum eadem ratione moveatur, qua aſtrum, ipſique ſemper directe maneat expoſitum; *pinnacidia teleſcopica*; *Machinula Micrometra* &c. Sed etiam præclara multa inveſtigavit, quæ ad ipſam ſcientiam ſiderum pertinent. Ex repetitis enim quam plurimis obſervationibus, easdem eſſe Fixarum & Solis *refractiones*, diurnas nocturnis eſſe æquales, ſenſibiles quoque eſſe ultra gradum 45. & in Zenith tantum evaneſcere cognovit, accurateque ipſas refractiones determinavit. Acceſſit porro ad parallaxes Solis & *Obliquitatem Eclipticæ* indagandas, quam $2\frac{1}{2}$ minutis deprehendit minorem illa, quæ vulgo aſſumitur. *Eccentricitatem* quoque *Solis* Keplerianam decima octava ſui parte minuendam eſſe, & *Æquinoctium* Vernum 3. hor. tardius, autumnale 3. h. celerius quam par eſt, a tabulis recentibus, deſignari, ex Obſervationibus accuratis comprobavit. Ad *Lunam* quod attinet, animadvertit, ejus diametrum augeri, quo magis ab Horizonte verſus Zenith removetur; eandem minui a Conjunctionibus uſque ad quadraturas, quando eſt circa Perigæum, non vero quando eſt circa apogæum, ejusque variationis cauſam ex certo Æquilibrio, quod Luna cum terra ſervare debet in revolutione annua, explicavit. Nova quoque methodo *Lunæ parallaxes* inquiſivit in diverſis ab Apogæo diſtantiis, & ex apparente variatione motus diurni Lunæ verſus occaſum ejus diſtantiam a terra definivit. Reperit etiam, proportionem diametri apparentis Lunæ ad parallaxin ejus horizontalem eſſe ut 15. ad 56. ut jam ex obſervata Lunæ diametro certo ejus parallaxis poſſit colligi, locusque apparens ad verum reduci. Ad eclipſes Lunares accuratius obſervandas *maculas Lunares* adhibuit, ſoliciteque omnes deſcribi fecit, ut ſucceſſu temporis conſtare poſſit, num aliqua in illis contingat mutatio, quæ huc usque nulla animadverſa fuit. *Librationem Lunæ* nova explicuit methodo, ex complicatione duplicis motus, quorum uno $27\frac{1}{3}$ diebus Luna appareat converti ab Oriente verſus Occidentem circa axem parallelum axi ſuæ Orbitæ; Pag. 29. alter vero realiter fiat ab Occidente verſus Orientem cirta axem,

axem,

xem, cujus poli ſint remoti a polis Orbitæ Lunæ translatis in globum ejus $7\frac{1}{2}$ grad. & a polis Eclipticæ $2\frac{1}{2}$ gr. habeatque pro Coluro ſeu primo Meridiano circulum maximæ latitudinis Lunaris in Lunæ quoque globum translatum. *Reliquorum Planetarum* varias obſervavit *phaſes*, quæ parum tamen ſunt ſenſibiles in ſuperioribus, novoque modo ipſorum Eccentricitates, Apogæa, & epochas mediorum motuum, determinavit. *Novam* quoque *Curvam Orbitis Planetariis* aſſignavit, certam nimirum ellipſis ſpeciem, in qua rectangula linearum, quæ ex quovis circumferentiæ puncto verſus utrumque focum ducuntur, ſemper ſunt æqualia. *Maculas* quæ in *Jove* comparent accurate notavit, animadvertitque eas converti in orbem 9. hor. 56. min. & modo augeri modo minui durantes unum duosve annos, donec tandem diſpareant, in conſpectum denuo venturæ elapſis 2. aut 3. annis, in eodem loco, ubi antea extiterant. In *Marte* quoque & *Venere* detexit *maculas*, quarum illæ 24. h. 40′, hæ 23. hor. periodum ſuam abſolvunt. *Saturnum annulo* cinctum & *quinque Comitibus* ſtipatum invenit. Jovis Satellitum motus eorumque eclipſes cum cura determinavit, *novamque eclipſis ſpeciem in Jovis* corpore deprehendit, cum inter Solem & Jovem tranſeuntes Comites efficiunt, ut parvæ umbræ diſcum Jovis percurrant. Sed cum illuſtri huic Academiæ præcipuus obſervationum Aſtronomicarum finis fuerit, ut ad Georaphiam & Navigationem perficiendam illas referret, primo *Magnitudinem gradus circuli magni terræ* indagavit, menſuratoque ſpatio 68430. hexapod. comperit, gradum circuli eſſe 57060. hexapod. Verum quoniam in inſtrumento cujus radius 10. ped. quale adhibitum fuit ad elevationes poli indagandas, vix tamen 5. aut 6. ſecundorum error, caveri poteſt, cui 95. hexap. reſpondent, continuandam utrinque cenſuit hanc lineam uſque ad extremas Galliæ oras, ſeu ad longitudinem 8. graduum, dimidiumque fere hujus ſpatii eſt dimenſa. Emiſit quoque viros, arte obſervandi inſtructos, in varias regiones, ad *longitudines locorum* perquirendas, novamque ex obſervationibus illis terræ habitabilis Chartam conſtruxit, idemque juſſu Regis ſui, inprimis quoque quoad Galliæ regnum præſtitit.

Act. Erud. An. 1695. M. Jan.

Pag. 30.

Excipiunt hanc Diſſertationem *Obſervationes Aſtronomicæ & Phyſicæ in inſula Cayenne habitæ a Dn. Richer*, impreſſæ jam antea Pariſ. 1679. in quibus præter illa, quæ Caſſinus ad elementa Aſtronomica comprobanda adhibet, id quoque memorabile occurrit, quod ibi *longitudo penduli* minuta ſecunda monſtrantis *minor* fuit $1\frac{1}{4}$ lin. quam Pariſiis, ubi eſt 3. ped. $8\frac{1}{2}$ lin. & manifeſte conſtitit Richerio, *acum Magneticam* non inclinari in proportione elevationum Poli, & *refractiones* luminis Solaris æquales eſſe illis, quæ in Gallia contingunt.

M 2 Ter-

Act.Erud. An. 1695. M. Jan. *Tertio* loco ſequitur *Dn. Piccarti Iter Uraniburgicum*, editum alias An. 1680. Miſſus ille fuerat ab Academia Regia in Huennam inſulam, ubi Uraniburgum in Uraniburgo quæſivit, nec ſine indignatione deprehendit, locum omnium ſeculorum memoria digniſſimum cadaveribus repletum. Obſervavit autem *altitudinem Poli Uraniburgi* eſſe 55°. 54'. 15". quam Tycho 55°. 54'. 45". ultimis temporibus definiverat. *Differentiam* quoque *longitudinis* Uraniburgi & Lutetiæ conſtituit 42'. 10". Inter præcipuos itineris ſui fructus commemorat, quod procurante Eraſmo Bartholino a Rege Daniæ *genuina Tychonis Manuſcripta*, in quibus multæ habentur obſervationes ineditæ, obtinuit ſecumque in Galliam aſportavit. Junguntur huic libro obſervationes partim a Dn. *Piccarto*, partim a *Dno. de la Hire* in variis Galliæ locis, præcipue maritimis, habitæ, ut longitudines eorum Geographicæ innoteſcerent. Ex quibus collectis *Charta* concinnata fuit *Galliæ*, quæ hic quoque habetur comparata cum Sanſoniana.

Succedunt his *Obſervationes Caſſinianæ* An. 1672. inſtitutæ, ex quarum nonnullis *Martis parallaxin* non majorem eſſe ejusdem diametro apparenti aſtruitur, nec improbabile cenſetur, ipſum atmoſphæra quadam circumdari. Conjectura quoque affertur, non omnem illum aerem, qui liquores premit, eſſe *cauſam refractionis* luminis, ſed aliam quandam ſubſtantiam fluidam inferiori aeris parti admiſtam, & ſuperficie terræ concentrica terminatam. Satis enim bene refractiones repræſentari, ſi ponatur altitudo ejus 2000. hexap. & ratio denſitatis ætheris ad fluidi refractivi denſitatem, ut 1000, 000 ad 1000, 184. Pag. 31.

Quartum occupant locum *elementa Aſtronomica comprobata per Dn. Caſſini*, qui cum ſuis tabulis Obſervationes a Dn. Richer in inſula Cayenna habitas comparavit. Quæ licet edita jam fuerint Pariſiis An. 1684. non pigebit tamen brevem eorum ſummam afferre. Quandoquidem ſecundum Caſſinianas Obſervationes *Rudolphinæ tabulæ* Solares ita aberrent a cœlo, ut 3. hor. anticipent Æquinoctia verna, poſtponant autumnalia, atque æſtatis adeo tempus augeant horis ſex, deminuant totidem horis tempus hyemis; hic vero error tabularum Solarium irrepat quoque in tabulas Planetarum reliquorum, præcipuam hujus *defectus cauſam* Caſſinus cenſet fuiſſe refractiones radiorum luminis parum ante hæc tempora exploratas, quaſque Solis reſpectu Tycho in altitudine 45° nullas fieri perperam putavit. Id quod non potuit non magnorum errorum eſſe origo. Nam variantur hinc altitudines poli, quibus utimur in plerisque obſervationibus ſupputandis, mutantur altitudines meridianæ, quæ inſerviunt theoriæ Solis ſtabiliendæ, & inprimis altitudines ſolſtitia-

ſtitiales, ex quibus obliquitas Eclipticæ deduci ſolet, cujus cognitio maximi in Aſtronomia eſt momenti. Quamvis autem ex genuinis Dioptricæ principiis pariter atque experimentis variis certior fuiſſet facta Academia Regia, non deſinere refractiones niſi in Zenith, atque ſecundum hypoteſes ſuas Obliquitatem Eclipticæ $2\frac{1}{2}$ minut. Tychonica minorem eſſe definiiſſet; placuit tamen hanc ſententiam examini ſubjicere in loco Zonæ torridæ, cui bis in anno Sol verticalis fit, nullique refractioni obnoxium eſt ejus lumen. Acceſſit cupiditas explorandi, utrum Solis parallaxis horizontalis ſit inſenſibilis, vel ſaltem minor 12. ſecundis, an vero unius minuti, uti Keplerus cenſuit. Electa ergo fuit Cayenna inſula, 5. grad. ab Æquatore verſus polum ſeptentrionalem remota, variæque obſervationes ibi fuere inſtitutæ, ex quibus ſequentia colligit Caſſinus. (1) *Obliquitatem Eclipticæ* veram eſſe 23°. 28′. $54''\frac{1}{2}$ vel rotundo numero 23°. 29′. (2) *Intervallum inter Æquinoctium autumnale & vernale* ſequens eſſe 178. D. 17. Hor. 43′. *inter vernum* vero *& autumnale* ſequens 186. D. 12. Hor. 6′. (3) *Obſervationes Solis* conſpirare cum ephemeridibus Solaribus ſecundum principia Caſſiniana ſupputatis, nec in ſecundis nimiam ſubtilitatem quærendam, cum pili, ex quo plumbum dependet, craſſities decem ſecunda in limbo inſtrumenti, cujus radius 6. pedum, tegat, ita ut requiratur machina, cujus radius 6. pedum, ſi ſecunda minuta in limbo æquare debeant pili diametrum. (4) Ad obſervationes Solares rite per tabulas repræſentandas, diminuendam eſſe *Eccentricitatem* ejus, ut fiat $\frac{17}{1000}$ mediæ inter Solem & terram diſtantiæ. (5) *Semidiametros Solis* in Cayenna obſervatas eaſdem fere cum illis fuiſſe, quæ habentur in Caſſiniana tabula. (6) *Parallaxin Martis* horizontalem fuiſſe $25\frac{1}{2}$ ſecund. (7) *Parallaxin Solis* ſemidiametro terræ reſpondentem eſſe $9\frac{1}{2}$ ſecund. (8) *Martis*, tempore obſervationis, *diſtantiam a terra* fuiſſe 8100. ſemidiamet. terræ. *Solis* vero *diſtantiam* 21600. ſemidiamet. terræ, ſuppoſitis parallaxibus dictis; alias enim trium ſecundorum variatio in Marte 1000. ſemidiamet. terræ, in Sole 3000. ſemid. terræ diſtantiam immutat. (9) *Solis diametrum* eſſe *ad diametrum terræ*, ut 100. ad 1. adeoque *globum Solis ad globum terræ*, ut 1000. 000 ad 1. Appendix hujus libri complectitur tum *Inſtructionem*, quæ data fuit iter facientibus ad legitime peragendas obſervationes, tum ipſas quoque *obſervationes habitas a Dn. Varin, des Hayes & de Clos in Africa & America*, nimirum in Inſula Goree prope promontorium viride, ubi *longit. penduli* inventa ſuit 3. ped. $6\frac{5}{9}$ lin. breviorque adhuc illa, quæ in inſula Cayenna obtinet; in Martinique & Guadaloupe, ubi *longitudo penduli* reperta 3. ped. $6\frac{1}{2}$ lin. ut adeo inter

tro-

Act. Erud. An. 1695. M. Jan.

Pag. 32.

tropicos longitudo penduli admodum ſit diverſa in diverſis locis, quamvis in Europa inter parallelos 43° & 56° nulla ſenſibilis differentia obſervari potuerit. Obſervationes autem prædictæ inter ſe comparatæ præluxerunt Academiæ Regiæ in nova Charta Geographica deſcribenda, in qua differentiæ longitudinum longe ſunt breviores, quam in chartis vulgaribus notantur. *Sextus* hoc volumine comprehenſus liber eſt *Detectio luminis cœleſtis quod in Zodiaco apparet, auctore Dn. Caſſini*; qui imprimi cœptus jam Ann. 1685. continet tum Commentarium quaſi in recenſionem hujus phænomeni, quæ extat in Diario eruditorum Pariſienſi, & in Act. Erud. Lipſ. An. 1683. p. 139.

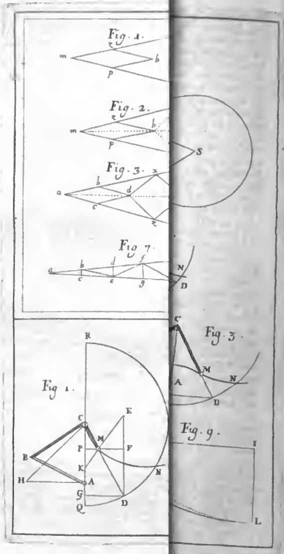
Pag. 33. Tum etiam obſervationes uſque ad Ann. 1693. partim a Caſſino partim ab aliis factas. In quibus id quoque ſingulare occurrit, quod Ann. 1686. d. 28. Auguſt. 4. h. 15'. cum inſpiceret Caſſinus Venerem tubo 34. ped. *lumen* quoddam informe ipſi adparuit *Veneris phaſin æmulans*, cujus rotunditas imminuta erat ex parte occidentis, diſtansque a Venere $\frac{3}{5}$ ejus diametri. Diameter phænomeni æqualis erat ferme $\frac{1}{4}$ diametri Veneris, illudque obverſabatur oculis Caſſini ſpatio quadrantis horæ, ſed cum ad omiſſam obſervationem poſt 4. aut 5. minuta rediret, non comparebat amplius, quia multa jam lux erat. Simile phænomenon quoque vidit d. 25. Jan. 1692. mane ab hor. 6. 52'. uſque ad hor. 7. 2' cum ob claritatem crepuſculi evanuit. Veneris quoque referebat formam, & quartam Veneris diametri partem æquans, a cornu auſtrali Veneris verſus occidentem diametro Veneris erat remotum. Unde ſuſpicio orta fuit Caſſino (*Satellitem* fortaſſis eſſe *Veneris*, ex materia conſtantem non admodum idonea ad lumen Solare reflectendum, necquidquam tamen eum aliis temporibus inquiſivit. Illud quoque non omittendum, Lumen de quo agitur, Ann. 1688. apparuiſſe ſolito debilius, veroque eſſe ſimile, fore ut aliquando evaneſcat, ac denuo poſt aliquod intervallum fiat conſpicuum, quemadmodum antea quoque viſum fuit, ut manifeſte conſtat ex Domini Childrey hiſtoria naturali Angliæ ſcripta circa An. 1659.

Septimo loco occurrunt regulæ Aſtronomiæ Indicæ, ad ſupputandos motus Solis & Lunæ, explicatæ & examinatæ a Dn. Caſſini, de quibus cum jam alibi dictum a nobis fuerit in Actis Eruditorum, nihil in præſenti addimus.

Agmen claudunt *hypotheſes & tabulæ Satellitum Jovis reformatæ ſecundum novas obſervationes a Dn. Caſſini*. Ediderat enim ille jam A. 1668. tabulas Comitum Jovialium, poſtquam Marii & Hodiernæ calculos manifeſte a cœlo diſſentire deprehenderat, ſed nec dum ſatis inſtructus ab obſervationibus, quot requirun-

tur

1.5.110 26


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 7.
Fig 1.
Fig. 3.
Fig. 9.

tur ad accurate determinandos ſitûs orbium, loca nodorum, latitudinesque veras & apparentes, in quibus definiendis celeberrimi Aſtronomi, Marius, Galilæus, Gaſſendus, Hodierna, Ricciolus, Hevelius non fuere ſatis felices. Poſtquam vero per 40. *annos* obſervationes ipſe inſtituit horum ſiderum, ſub incudem omnia revocavit, atque novam theoriam Satellitum Jovialium conſtruxit. Verbi gratia: *Orbitas* Satellitum in eodem circiter eſſe plano, quod *inclinatum* ad orbitam Jovis 2°. 55'.; *Nodos* ſatellitum in orbita Jovis eſſe in 14°. Aquarii & Leonis, neque ullo præditos motu, ex Sole autem viſos apparenter 12. annis revolvi in orbita Jovis, repræſentata Soli in orbibus Satellitum inſtar lineæ rectæ per centrum Jovis tranſeuntis; ex terra quoque ſpectatos 12. annis apparentem conficere periodum in ellipſi variabili, quæ repræſentat terræ orbitam Jovis in orbibus Satellitum: *Digreſſionem maximam* primi Satellitis eſſe $5\frac{2}{3}$ Semidiam. Jovialium; ſecundi 9. Semid. tertii $14\frac{1}{3}$ Semid.; quarti $25\frac{1}{4}$ Semid. *Medium motum horarium* Satellitis, Act. Erud. An. 1695. M. Jan. Pag. 34.

I.	8°. 28'. 43"
II.	4. 13. 26
III.	2. 5. 48
IV.	0. 53. 56.

Fatetur tamen ſummus ille Vir, pro ea qua eſt ingenuitate, non in omnibus ſe ſibi ſatisfeciſſe, & ſupereſſe adhuc inæqualitates ſibi animadverſas, quas poſt tot annorum vigilias non potuerit certis conſtringere legibus. In tabulis conſtruendis id egit, ut ſatellitis primi eclipſes præcipue magna facilitate poſſent ſupputari; reliquis aliam formam accommodavit, quæ præſidio aliarum tabularum Aſtronomicarum magis indiget, monens hac in re Danicas, Philolaicas & Ricciolanas, Rudolphinis & Landsbergianis, ad hoc & ſequens ſeculum, eſſe præferendas.

ILLUSTRIS MARCHIONIS HOSPITALII
Solutio Problematis Phyſico-Mathematici
ab erudito quodam Geometra propoſiti.

PRobl. *Sit pons ſublicius AB* (vid. *fig.* 1. 2. 3.) *convertibilis circa axem A, ſitque trochleæ C circumductus funis BCM, cujus una extremitas ſuſtinet pontem, altera pondus vel ſacoma M. Quæritur qualis debeat eſſe curva CMN aut LMN, ſic ut ubicunque exiſtens pondus M in curva, ſemper æquilibrium faciat cum ponte AB.* TAB. I. Pag. 56.

Sol.

Act.Erud. An. 1695. M. Febr. *Sol.* Supponendo gravitatem pontis AB quam conſidero collectam in puncto B, exprimi per verticalem AC, tres habentur differentes caſus: primus cum linea exprimens pondus M æquatur longitudini funis BCM, ſecundus cum ſuperat, tertius cum ſuperatur.

Conſtructio generalis pro omni caſu.

A quolibet puncto D peripheriæ QDN deſcriptæ centro C & radio CQ æquali funi BCM, ducantur ſinus DG & radius CD. Et poſitis, longitudine funis BCM vel radio $CQ = a$; linea exprimente pondus $M = b$; abſciſſa $CG = z$; ſumatur $CM = 2a - \frac{2bz}{a}$: dico punctum M fore in curva quæ ſita. Hinc manifeſtum eſt, conſtructionem primi caſus ubi $a = b$, evadere valde ſimplicem; etenim CM tantum ſumenda eſt dupla ipſius GQ. Sequuntur nunc quædam harum curvarum determinationes.

1. Accepta $z = \frac{aa}{2b}$, tanget ducta perpendicularis ad AC curvam CMN aut LMN in puncto N, in quo peripheriam ſecat, & quod eſt horizonti proximum, ſic ut ſola portio CMN, aut LMN, ſerviat pro effectu qui proponitur.

2. Ducta horizontali AH æquali longitudini pontis, & poſita hypotenuſa $CH = c$, ſi accidit in duobus primis caſibus, ut a ſit Pag. 57. $= c$, tota portio CMN utilis erit: ſin autem a excedit c, pars tantum MN ſatisfaciet, quæ determinatur ſumendo $CG = \frac{aa + ac}{2b}$.

3. Curva in utroque priorum caſuum tranſit per centrum C, hoc cum diſcrimine, quod illa in primo caſu pro tangente habeat verticalem AC, in altero autem ab eadem oblique ſecetur, faciens angulum qui determinatur ſumta $z = \frac{aa}{b}$. Curva tertii caſus non tranſit per centrum, ſed occurrit verticali AC ad angulum rectum infra centrum in puncto L, ita ut $CL = 2a - 2b$.

4. Curva cujusvis caſus in ſe ipſam redit cum hac differentia, quod in primo & tertio ſecet normaliter verticalem A C productam ſupra C in unico tantum puncto diſtante a centro $2a + 2b$, in ſecundo autem caſu eandem adhuc ſecet in alio puncto, quod a centro diſtat $2a - 2b$: id eſt quod hæ curvæ habeant formas quæ repræſentantur *fig.* 4. 5. 6.

5. Ut habeantur puncta maximæ latitudinis harum curvarum, accipienda eſt $z = \frac{aa + a\sqrt{aa + 8bb}}{4b}$; Unde liquet quod in primo

mo & tertio caſu nonniſi falſa radix ſervire poſſit, quoniam vera æqualis aut major eſt radio: loco quod in ſecundo utraque utpote minor radio utilis eſſe poteſt; Et reapſe *fig.* 5. ſatis oſtendit duas tunc maximas latitudines eſſe determinandas. Act. Erud. An. 1695. M. Febr.

6. Curva tertii caſus LMN gaudet puncto flexus contrarii inter puncta L & N, quod reperietur accipiendo $z = \frac{aa + 2bb}{3b}$, radius circuli oſculatoris in vertice $L = \frac{2aa - 4ab + 2bb}{2b - a}$; ſumenda autem eſt $b = \frac{a + c}{2}$, adeo ut pondus M hoc caſu ſit determinatum, licet in reliquis duobus omnino ſit arbitrarium.

7. Spatium integræ curvæ incluſum æquatur quatuor ſuis circulis generatoribus plus duobus circulis radio b deſcriptis, ita ut in primo caſu ubi $a = b$ hoc ſpatium contineat ſexies circulum ſuum generatorem. Pag. 58.

8. In primo caſu curva integra eſt æqualis ſexdecuplo radio circuli generatoris, & generatim quælibet portio CM æquatur quatuor diametris RQ, minus quatuor ſubtenſis DR.

Cæterum hoc problema ſuam applicationem & uſum obtinere poteſt in architectura militari. Mihi propoſitum fuit a Geometra quodam in analyſi *Carteſiana* exercitatiſſimo, qui aſſeveravit ſe quidem reperiſſe tandem viam perveniendi ad ſolutionem, ſed opus habere ut 27. analogias differentes inſtitueret, priusquam detegeret naturam curvæ, adeoque cum ob nimiam prolixitatem valde operoſi calculi ſolutionem imperfectam reliquiſſet, contentum fuiſſe determinatione approximante punctorum in curva, id quod ad praxin ſufficere credebat. Interim ex conſtructione præcedente ſatis colligere eſt, curvam hanc deſcriptu non minus facilem eſſe quam quamlibet ſectionum conicarum. Methodum qua uſus ſum, quæque eadem eſt cum *Leibnitiana*, nunc apponam, ut inde pateſcat quantum erudito ejus *Auctori* debeatur pro publicatione inventi adeo utilis, cujus beneficio fores ex matheſi in phyſicam tam feliciter effregit.

Ante omnia auferri debet, quod mechanicum eſt in quæſtione, ut pure Geometrica reddatur, quod ita facio: Conſidero gravitatem pontis AB tanquam pondus affixum in B & mobile juxta quadrantem peripheriæ centrum habentis in A, & radium lineam AB. Suppoſito autem gravitatem hujus ponderis exprimi per verticalem AC, ex Staticæ regulis certum eſt, lineam BC exprimere pondus quod requireretur ad ſuſtinendum pontem in hoc ſtatu: ſi itaque curva CMN aut LMN habeat proprieta-

Act. Erud. An. 1695. M. Febr. tem requiſitam, & ſi pondus quod cum ponte æquilibratur ſit in M, oportet ut ducta MK perpendiculari ad curvam in puncto M, & facto ut CK ad CM, ita pondus M, quod exprimo per rectam b, ad quartam quandam proportionalem, hæc quarta linea ſit æqualis ipſi BC. Quocirca deſcripto circulo centro C & radio CQ æquali longitudini funis BCM, ſecante CM in D, & ducta DE parallela AC & æquali b, recta EM debet normaliter inſiſtere curvæ CMN in puncto M: aut, quod eodem recidit, perpendicularis KM producta ſecabit parallelam DE in puncto E, tali ut intercepta DE ſit ſemper æqualis eidem lineæ b;
Pag. 59. nam ob ſimilia triangula CMK, DME, erit CK, CM: DE, DM; & ob radium CD æqualem BCM, quarta hæc proportionalis DM, quæ exprimit potentiam, qua pondus M trahit pontem AB, erit æqualis lineæ BC, quæ exprimit potentiam qua pons AB reſiſtit ponderi M: adeo ut in hoc rerum ſtatu ſemper æquilibrium fiat inter pontem AB & pondus M. Hoc igitur unicum in quæſtione eſt, ut inveniatur curva, cujus perpendiculares dictam habeant proprietatem. In hunc finem.

Ducta PMF normali ad AC, & poſitis indeterminatis $CP = x$ $PM = y$, & cognitis CQ vel $BCM = a$, $DE = b$, habebitur ob triangulum rectangulum CPM, $CM = \sqrt{xx+yy}$, & ob ſim. triangul. CMP, CDG; DG vel $PF = \frac{ay}{\sqrt{xx+yy}}$, & $CG = \frac{ax}{\sqrt{xx+yy}}$, ergo PF — PM vel $MF = \frac{ay}{\sqrt{xx+yy}} - y$ & DE + CP — CG vel $FE = b + x - \frac{x}{\sqrt{xx+yy}}$, verum ob ſim. triangula MPK, MFE, MF $\left(\frac{ay}{\sqrt{xx-yy}} - y\right)$ FE $\left(b + x - \frac{ax}{\sqrt{xx+yy}}\right)$ :: MP. PK :: $dx.\ dy$ ſiquidem recta KE debeat ſecare perpendiculariter curvam in puncto M. Ideoque $bdx + xdn - \frac{axdx}{\sqrt{xx+yy}} = \frac{aydy}{\sqrt{xx+yy}} - ydy$, quæ æquatio ſi integretur dabit hanc alteram $a\sqrt{xx+yy} = bx + \frac{1}{2}xx + \frac{1}{2}yy$ vel $bx + \frac{1}{2}xx + \frac{1}{2}yy \mp ff$, quæ eſt propria æquatio pro natura curvæ quæſitæ, ex qua nempe conſtructio & determinationes præcedentes ſunt deductæ.

JOH.

Ed.Erud. An.1695. M. Febr.

JOH. BERNOULLI

Animadverſio in præcedentem ſolutionem Illuſtris D. MARCHIONIS HOSPITALII.

Demonſtratio identitatis curvæ *æquilibrationis* cum cycloide deſcripta ex circumvolutione rotæ ſuper rota æquali. Conſtructio generalis ejusdem curvæ inventa per communem Geometriam.

Solutio problematis fraterni anno 1694. menſ. Octobr. propoſiti &c.

PRæſtantiam alicujus problematis non tam æſtimandam eſſe a difficultate, quam ab utilitate, ſatis oſtendit præſens; cujus ſuccinctam pariter & ingenioſam nobis tradit ſolutionem Illuſtris *Hoſpitalius*; Et quod practicum ſuum uſum non ſolum in architectura militari, ut ipſe ſolutionis Author animadvertit, ſed etiam in civili eumque ampliſſimum habere poteſt. Quanta e. gr. moleſtia nonnunquam ſuperanda eſt in aperiendis valvis cavarum, in attollendis alis officinarum, inque deducendis omnivarii generis portis. Quantacunque autem illa ſit, ita tamen temperari poteſt per ſacomata contraponderantia & laminas adaptatas, eam quam *Illuſtris Author* ipſis aſſignat habentes curvaturam, ut vel ab infante hujusmodi machinæ ſine periculo poſſint regi. Quot alii quotidiani uſus exinde emergant, quilibet ſecum reputet. Pag. 60.

Cum autem in reſolutione problematum id præcipue intendamus, ut peractis quæ ad theoriam ſpectant, via inveniatur facilis, quæ nos ad conſtructionem ſimpliciſſimam deducat: eum conſtruendi modum in praxi commodiſſimum cenſeo, qui peragitur vel per fluxionem puncti, vel per tractionem *Leibnitianam*: deſcriptio quippe per inventionem punctorum in curva non tam practica quam theoretica dicenda eſt; Ex hac tamen tanquam ex regula conditiones motus continui eliciuntur. Sic ex æquatione algebraica quam *Dn. Marchio* pro determinatione ſuæ curvæ, quam *æquilibrationis* appellare liceat, exhibuit, reperio ipſam hanc curvam, quod ſane notatu dignum eſt, eſſe ex *cycloidalium* genere; & proinde motu perquam ſimplici & ad praxin aptiſſimo deſcribi poſſe.

Rotetur enim (vid. *fig.* 7.) circulus SOT ſuper circulo æquali RVT, ſitque initium rotationis V, & punctum deſcribens M ſumtum vel in ipſa peripheria TO, vel extra vel intra eam- TAB. I. Fig. 7.

Act.Erud. An. 1695. M. Febr.

dem; dico cycloidem CMN hoc modo deſcriptam fore curvam æquilibrationis, quod ſic demonſtratur: connexis centris R, S, producatur SM, donec concurrat cum producta RV, in X, ſumtaque RC æquali PM, deſcribatur circulus CQD radio CQ, æquali radio genitoris, ex centro C per punctum M ducatur radius CMD, & ex D agatur perpendicularis DG. Quoniam nunc ex natura cycloidis arcus TV eſt æqualis arcui TO, erit angulus XRS = angulo XSR, ergo XR = XS, proindeque du-

Pag. 61.

cta perpendicularis XT tranſibit per punctum contactus T, & ob RC = SM erit CM parallela RS, ideoque ang. GCD = ang. XRT, hinc triangula CGD, RTX, itemque triangula XRS, XCM ſunt ſimilia. Eſto nunc RT vel ST vel CD = a, SM vel RC = b, CG = z, erit CG (z).CD (a) :: RT(a).RX = $\frac{aa}{z}$, ergo RX — RC id eſt XC = $\frac{aa}{z} - b$, & quoniam XR.RS :: XC.CM, invenietur CM = $2a - \frac{2bz}{a}$; quæ cum ſit eadem quantitas quam *Dn. Hoſpitalius* invenit, ſequitur & ipſam cycloidalem CMN eſſe curvam æquilibrationis *Hoſpitalianam*: ubi oppido patet, quod ſi punctum deſcribens M ſumatur in peripheria circuli genitoris TO, ſatisfaciet cyclois primo; ſi extra peripheriam, ſecundo; ſi intra eandem, tertio caſui: hinc præcipuæ proprietates in præcedenti ſolutione recenſitæ, quæ alias abſque prolixiori calculo non inveniuntur, ex ſola generatione cycloidis ſponte fluunt.

Placet nunc adnectere ſolutionem ejusdem problematis, ſed generaliter propoſiti, nempe ſic: *Data in plano verticali curva quavis AB (vid. fig. 8.) quæritur in eodem plano altera curva LM, ita ut duo pondera data B, M communi funiculo BCM, trochleam poſitione datam C ambienti, alligata & curvis ubicunque impoſita, ſemper ſibi mutuo æquilibrentur; vel quod tantundem eſt, minima vi moveri poſſint.*

TAB. I. Fig. 8.

Difficilius primo intuitu videtur hoc problema quam quod per communem Geometriam ſolvi poſſit, partim ex eo quod in ſpecialiſſimo caſu, cum ſc. curva data AB eſt peripheria circuli, ſolutio *Hoſpitaliana* involvit tangentium determinationem, partim etiam quod *celebris* ille, quiſquis ſit, *Analyſta Carteſianus* poſt 27. inſtitutas analogias labore calculandi omnino feſſus ab ulteriori diſquiſitione abſtinuit. Verumenimvero ſi rite tractetur, tanta cum ſimplicitate expeditur, ut ſatis mirari nequeam, *Geometram* iſtum per vigeſimam ſeptimam analogiam nondum eo perveniſſe, quo tamen & quidem longe ulterius per unicam ſolam

lam pervenitur, ceu ex jam dicendis patebit. Pro principio aſſumo notiſſimum illud axioma ſtaticum: *In omni motu gravium æquilibratorum commune centrum gravitatis neque aſcendit neque deſcendit, ſed perpetuo manet in eadem altitudine horizontali*. Ut hoc ad præſens negotium applicetur, curva quæſita debet habere proprietatem talem, ut duo pondera M, B habeant in quovis ſitu ſemper eundem horizontalem axem æquilibrii. Per ductam itaque verticalem CQ agatur utcunque horizontalis KIE (quæ conſtantem axem æquilibrii denotet) fiatque ut pondus datum M ad pondus datum B, ita diſtantia breviſſima IH (quæ data eſt ob curvam datam AB) ad quartam IP, quæ ad partem contrariam ſumenda eſt, & ducenda parallela PM, quæ ſecabit arculum centro C & radio CM (differentia funiculi totius & partis datæ CB) deſcriptum in puncto M, quod erit ad curvam optatam LM. Hoc enim modo fit, ut centrum gravitatis commune ponderum B, M ſemper exiſtat in linea horizontali KIE, quæ cum ſit ad arbitrium ducta, ita duci poteſt, ut curva optata tranſeat per quodlibet punctum datum. Act. Erud. An. 1695. M. Febr. Pag. 62.

Ad uberiorem confirmationem ſumatur pro curva data AB, circuli peripheria, quæraturque ex generali noſtra ſolutione æquatio analytica pro curva LM; quæ reperietur quam apprime conſpirare illi quam *Illuſtris Marchio* exhibuit, quæ tamen viis & principiis diverſiſſimis inventa ſunt, adeo ut vel maxime exinde conſpicere liceat, *Naturam* ceu immutabilium ſuarum legum perpetuo memorem, ſibi nunquam non conſtare.

Quod ſi principium ſupra allatum ad alia hujusmodi problemata applicare lubeat, videbitur fœcundiſſimum illud eſſe; ut ſi e. gr. funiculus non unam ſolam ſed plures alias trochleas ambit (quod in praxi ita fieri nonnunquam neceſſitas urget, quando nempe ob certas circumſtantias loci vel alia impedimenta, curva æquilibrationis ponti ſublicio non immediate adaptanda, ubi obſtaculo foret, ſed ab eodem longius removenda & in locum commodiorem quemcunque libuerit transferenda eſt), vel ſi plures dantur curvæ, in quibus plura pondera data uni vel pluribus funiculis in diverſis diſtantiis alligata, per unum vel plura ſacomata ſint æquilibranda; vel ſi loco trochlearum ſunt vectes in quorum extremitatibus funiculi cum ponderibus, curvis datis incumbentibus adnectuntur: vel qualiscunque demum machinatio & quantacunque compoſita ab Architecto excogitetur, curvæ Pag. 63. æquilibrationis ſemper pari facilitate & quaſi ludendo conſtruuntur, cum alias in prolixitatem calculi inſuperabilem incideremus, ſi ad imitationem ſolutionis præcedentis, auferendo quod mechanicum eſt, haſce quæſtiones in pure geometricas mutare vellemus.

Hic

Act. Erud. An. 1695. M. Febr.

Hic itaque penitioris Geometriæ peritiſſimum *Leibnitium* conſultum velim, an non certæ regulæ inveniri poſſint pro illis problematis, quæ in abſtracto propoſita communem Geometriam quidem reſpuunt, in concreto autem eandem admittunt, ita ut non opus ſit recurrere ad differentialium integraliumque calculum, cujus evidens exemplum habemus in curvis noſtris *æquilibrationis:* quod quodammodo confirmare poteſt, quod *Frater* in *nupero Actorum Octob.* aſſerit, problema nimirum implicans curvam quæ neceſſario ſit algebraica, etiam neceſſario reſolvi poſſe per vulgares algebræ regulas; cui generaliter dicto ego non aſſentior: ſi enim verbi gratia alicujus figuræ quadratura, vel ex tangentium ſubtangentiumve conditione aliqua curva (quam licet neceſſario algebraicam eſſe aliunde conſtaret) determinanda eſſet, id aliam per methodum quam differentialium huieve analogam effici poſſe vix putem. Equidem acutiſſimus *Craigius* in novi ſui tractatus de *quadraturis* anno *1693.* impreſſi prima parte proponit methodum pro dimetiendis figuris algebraicis, quarum quadratrices ſunt algebraicæ, quæ methodus beneficio æquationum quas *eminenter continentes* appellat, per communem Geometriam, nempe per comparationem terminorum more *Carteſiano* inſtitutam peragitur: tantum autem abeſt ut illa ſit generalis, ut infinita dentur exempla, ad quæ ſe non extendit; ratio eſt quia tacite ſupponit, quamlibet quantitatem differentialem affectam quantitate quadam irrationali habere (ſi quod habeat) pro integrali vel ſummatorio quantitatem aliam quæ neceſſario affecta ſit eadem quantitate irrationali; ex quo ingenioſus *Author* in ſubſequentibus figurarum quadrabilitatis conditiones deducere vult: In eundem adeo impingit errorem, quem in alio redarguit, *quod* (ut propriis verbis utar) *ex ſua methodo figuram aliquam, quadraturam indefinitam recuſare concluſit, priuſquam demonſtraſſet methodum ſuam ad omnes figuras indefinite quadrabiles extendere.*

Pag. 64. Subtilem etiam ſed pariter non generalem modum in *poſteriore parte* ſui *tractatus* tradit inveſtigandi quadratrices tranſcendentes, vel quod eodem recidit, reducendi quadraturas ſpatiorum ad extenſiones curvarum: ſed quam ingens ſupputandi labor requiratur etiam pro leviſſimis exemplis, qualia ſunt circuli & hyperbolæ, ex ipſo *Authoris* calculo, quem tamen non integrum appoſuit, videre licet; adeo ut hæc methodus in ſpeculatione quidem pereximia ſed ad praxin parum ſit idonea: ob hanc rationem opinor *Authorem* poſt adductum quartum exemplum quadrandæ figuræ cujus natura $z = \sqrt{y^4 + a^4}$ ſubſtitiſſe, quia haud dubie jam prævideret, quod in exemplis paulo difficilioribus calculus foret immenſæ prolixitatis, cui abſolvendo non una vel altera tantum hora ſufficeret.

Com-

Act. Erud. An. 1695. M. Febr.

Commodiorem ego puto viam, qua uſus ſum in conſtructione curvæ paracentricæ, per extenſionem curvæ algebraicæ, quæ via conſiſtit in diviſione quadrati differentialis propoſitæ in duo alia quadrata quorum latera ſint integrabilia; ſic abſque omni calculo ſtatim apparet, quadraturam dictæ figuræ $z=\sqrt{y^4+a^4}$, haberi per extenſionem curvæ parabolæ cubicalis primæ; quadratum enim elementi vel differentialis hujus figuræ $y^4dy^2+a^4dy^2$ dividitur in hæc duo quadrata y^4dy^2 & a^4dy^2, quorum latera $yydy$ & $aady$ ſunt integrabilia; conſtructa ergo curva cujus coordinatæ ſint ut integrabilia horum laterum, nempe ut $\frac{1}{3}y^3$ & aay (quæ utique eſt parabola cubicalis prima) & multiplicata per conſtantem dimetietur figuram propoſitam $z=\sqrt{y^4+a^4}$.

Scio quidem *celeberrimum Dn. Leibnitium* in ſua ſolutione Iſochronæ paracentricæ (*Act. m. Aug. 1694. pag.* 54.) eandem hanc quadraturam reducere ad extenſionem curvæ hyperbolicæ, cum ita loquitur: *ſane ſi quadranda eſſet figura ordinatarum* $\sqrt{a^4+x^4}$ *per extenſionem curvæ hyperbolicæ res præſtaretur*. Verum *Vir Celeb.* demonſtrationem hujus publicare haud gravabitur: oſtenderetur enim curvas parabolæ cubicalis primæ, & hyperbolæ ab invicem dependere, & unam alteram menſurare, id quod nobile prorſus & omnino novum eſſet inventum in Geometria.

Quantum ad ipſam paracentricæ ſolutionem *Leibnitianam*, multum gaudeo quod tam apte cum mea conveniat. Video exinde *celeberrimum* ejus *Autorem* uno tempore ſimiles fere meis hac ſuper re habuiſſe cogitationes. Pag. 65. Infinitas eſſe paracentricas reſpectu unius puncti vel centri poſt deſcenſum ex data altitudine, neminem vel tantillum in calculo differentialium verſatum latere poteſt, ſi modo conſideret (quod in *Actis* jam paſſim innui) quamlibet quantitatem differentialem infinita habere integralia, ſed non reciproce: quod tamen unicæ mentionem fecerim, id ideo factum, quia hæc omnium ſimpliciſſima eſt, quam in praxi præ cæteris adhiberi præſtat. Siquidem omnes iſochronarum paracentricarum ſpecies ſub una generali ſolutione comprehenduntur, facile ex conſtructione mea demonſtrare poſſem, nullas dari ſub forma ſpiralium, quas *Nob. Dn. Hugenius* (*Act. Menſ. Septemb.* 1694.) determinandas propoſuit. Coronidis loco adjiciam ſolutionem problematis a *Fratre* propoſiti in nupero *Actorum Octobri*. Quia curvæ H, I (vid. *fig. ib.*) datæ ſunt, erunt earum curvedines datæ; ſunto ergo radius circuli oſculantis in H $=r$, radius circuli oſculantis in I $=s$, HK $=m$, IK $=n$, GH $=p$, GI $=q$, HI $(q-p)$ $=t$. Abſcindatur ex HG ſi opus producta, quædam HL, quæ ſit

Act. Erud. An. 1695. M. Febr. ſit $= \frac{rspm^3}{rqn^3 - spm^3}$, dico ductam lineam LK contingere curvam K eodem puncto K. Quod erat faciendum.

SOLUTIONES SUPERIORIS PROBLEMATIS,

Auctore JACOBO BERNOULLIO.

TAB. I. Fig. 9. *Probl.* AB vel AC eſt pons arrectarius verſatilis circa A: BDH vel CDP funis extremo pontis alligatus, ambiens trochleam D, P pondus annexum funi & æquilibrium ubique cum ponte conſtituens, ut pons minima ſuperaccedente vi attolli demittique poſſit.

Quæritur, qua curva hoc liceat conſequi?

1. *Sol.* Ductæ intelligantur BK, CR, CF, AE, perpendiculares ipſis AB, AC, AD, & CD; & vocentur AB vel AC a, AD b, BD c, DH f; nec non applicata quæſitæ curvæ QM y, & portio funis SQ z; item P pondus p, & pondus pontis q: quo facto erit per princ. Statica vulgo nota, Potentia ſuſtinens pontem in K. Potent. ſuſt. in R :: AB (AC). CF: & Pot. in R. Pot. obliq. in D :: AE. AC; quare ex æqual. perturb. Pot. in K ($\frac{1}{2}q$) Pot. in D :: AE. CF :: (ob triangula ſimilia AED & CFD) AD CD :: $b . c - z$: unde Potentia ſuſtinens pontem AC in D $= \frac{cq - qz}{2b}$. Ex altera parte, dum grave P conatur deſcendere per Elem. curvæ PQ, velocitas ejus in perpendiculo eſt QN ſeu dy, & velocitas potentiæ ſuſtinentis grave QO ſeu dz; ideoque, $dz . dy :: p . \frac{pdy}{dz} =$ Pot. ſuſt. grave P. $=$ (per hyp.) Pot. ſuſt. pontem AC $= \frac{cq - qz}{2b}$, hoc eſt, $2bpdy = cqdz - qzdz$, integrataque æquatione, $4bpy = 2cqz - qzz$. Pag. 66.

2. *Aliter, ſine differentialium calculo*: $ACq + ADq - CDq = 2DAF$, id eſt, $aa + bb - cc + 2cz - zz = 2b$ in AF, id eſt (ob $cc = aa + bb$) AF $= \frac{2cz - zz}{2b}$. Ergo pondus pontis q in $\frac{1}{2}$ AF, ſive quantitas aſcenſus perpendicularis centri gravit. ejus $= \frac{2cqz - qzz}{4b}$. Quantitas vero deſcenſus iſochroni appoſiti gravis P eſt py; quare $py = \frac{2cqz - qzz}{4b}$, ſeu $4bpy = 2cqz - qzz$: ut antea.

Conſtr.

Conſtr. Factis angulis rectis AHI & HIL, ſic ut HI æquetur ipſi BD, IL vero ſit longitudinis arbitrariæ, modo non excedat alterius ſemiſſem, deſcribatur per puncta L & H Parabola LNH, cujus vertex L & axis IL. In hac ſumptum ſit quodvis punctum N, per quod tranſeant rectæ NM, NP, parallelæ ipſis HA, HI; factaque HG=HM, centro D radio DG arcus deſcribatur. GPO ſecans NP rectam in P. Erit punctum hoc in optata curva HQ. Grave P ei imponendum ad pontis pondus habet rationem compoſitam ex ratione DB ad duplam AD, & ejuſdem DB duplam IL. Hinc grave P ſemper excedere debet ſemiſſem ponderis ipſius pontis. Dimidio vero poteſt minui, ſi in extremitate pontis C alia intelligatur trochlea, quam funis CD amplectatur. Act.Erud. An. 1695. M. Mart.

VARIA OPERA MATHEMATICA ET PHYSICA Ab Academicis Regiis Scientiarum elaborata. Pag. 126.

Pariſiis ex Typographia Regia, 1693. *fol. plag.* 108.

LINGUA GALLICA.

MAximam hujus operis partem conſtituunt *Dn. Frenicle*, & *Dn. Roberval* Opera poſthuma, quorum editioni præfuit *Dn. de la Hire*, adjutus a *Dn. Sedileau* & *Dn. Potbenot*. Quandoquidem autem opera Dn. Frenicle junctim edita ſola ſpiſſum volumen complerent, ex omnibus quædam ſelegit, primoque loco poſuit *Tractatum de Excluſionibus*, quoniam methodus illo comprehenſa peculiaris fuit Freniclio, & ſolicite ab ipſo celata, quum ea uſus fuerit ad difficillima problemata Arithmetica ſolvenda. Summa hujus methodi ſequentibus ab ipſo traditur regulis, quas ipſas deinde pluribus exemplis illuſtrat. (1) Si id quod propoſitum eſt, generaliter quidem cognitum fuerit, non vero particulare quod proponitur inveniendum, oportet ope plurium particularium cognitorum invenire aliquam regulam omnibus convenientem, & hujus adminiculo indagare quæſitum. (2) Si id quod propoſitum eſt, nec in genere nec in ſpecie cognitum fuerit, proprietates ejus per id, quod cognitum eſt, ſunt inquirendæ. Et hunc in finem conſtruendi & efficiendi ſunt numeri ſimiles illi, qui quæritur, omnibus modis poſſibilibus, ita ut nullus omittatur incipiendo a minimo & continuando, donec numerus ſufficiens eorum habeatur, ex quibus comparatis proprietates elici poſſint. (3) Ne omittatur aliquis ex illis numeris, qui conſtruendi ſunt, ordo a- Pag. 127.

Act. Erud. An. 1695. M. Mart. liquis ſtabiliendus eſt, ne in hac perquiſitione aberremus. Et hic ordo debet eſſe maxime ſimplex & minime omnium perplexus, taliſque ut eo mediante poſſimus continuare numerorum conſtructionem, quantum lubet, ſine ulla confuſione. Oportet etiam, ut hæc diſquiſitio ſit maxime brevis & facilis, ad eamque obtinendam duobus uti poſſumus mediis principalibus. Brevis enim erit, ſi tam paucos conſideremus numeros, quam admittit natura quæſtionis; facilis vero, ſi utamur numeris omnium poſſibilium minimis. (4) Ad prius obtinendum ſervit *Excluſio*. Per hanc nimirum omittuntur numeri, quos inutiles cognovimus, quique nihil ad quæſtionem faciunt, quoſque adeo poſſumus omittere; quales ſunt plerumque multipli, qui tamen duobus præcipue in caſibus ſunt conſiderandi, quando ſcilicet nullam adhuc ſcientes proprietatem numeri quæſiti, omne id quærimus quod eidem competit, ſive primitivus ſive multiplus fuerit, ac deinde quando accidit, ut non repugnet quod quæritur factum eſſe, partim per primitivos, partim etiam ſimul per multiplos. (5) Excluſio hæc quoque fit conſiderando characteres finales numerorum. Accidit enim ſæpe, ut ex his intelligamus, plurimos numeros non poſſe habere qualitatem requiſitam. (6) Poſſumus etiam conſiderare qualitates particulares quaſdam rei quæſitæ, ad excluſionem illam faciendam. (7) Facilis redditur diſquiſitio *diminutione*, ad quam pluribus viis pervenitur. Nimirum quærendo aut eligendo aliquam proprietatem, quæ efficiat, ut id quod quæritur, poſſit per minores obtineri numeros quam ſunt illi, quos invenimus per aliam proprietatem. (8) Quandoque poſtquam via inventa eſt, qua poſſumus invenire numerum quæſitum, determinatumque fuit, quod alius quærendus ſit numerus, ut haberetur quæſitus, ſecundus hic invenietur adhuc per tertium, & hic tertius per quartum, id quod in problematis impoſſibilibus inſervit quandoque ad eorum impoſſibilitatem demonſtrandam. (9) Si quæſtio plures numeros inveniendos proponat, quærenda ſunt media, ut ſinguli ſeorſim conſtruantur. Deinceps conferendæ ſunt proprietates ſingulorum numerorum inventorum, notandumque eſt, utrum unius proprietates ſimul ſtare poſſint cum proprietatibus alterius. Si enim ſe invicem deſtruerent, quæſtio foret impoſſibilis. (10) Si in diſquiſitione inventi fuere plures tales numeri, quales quærebantur, notandæ ſunt particulares illorum qualitates, quibus ab aliis numeris diſtinguuntur, quæque communes ſunt omnibus ejuſdem ſpeciei numeris, conſiderando num omnis qui hanc habet proprietatem, habeat quoque alteram, quæ quærebatur. Nonnunquam etiam certæ exceptiones inveniuntur ad quas reſpiciendum eſt, & conſiderandum omne id quod his exceptionibus

Pag. 118.

nibus

nibus comprehenditur, annotando earum originem & unde proveniant. Act.Erud. An.1695. M. Mart.

Sequitur *Frenielii Compendium Combinationum*. Quatuor autem facit Auctor Combinationis ſpecies. Primam vocat combinationem *ordinis*, quando ſcilicet quæritur, quot modis diverſis aliquot res diſponi poſſint. Secundam combinationem *variationis* aut electionis dicit, quando quæritur, quot modis diverſis aggregata ejusdem magnitudinis ex quantitate propoſita deſumi poſſint, nullo ad ordinem reſpectu habito. Tertia *mixta & generalis* appellatur, quia tam ordinem quam variationem reſpicit: quarta tandem *multiplex*, quando combinatio ordinis aut variationis multiplicatur. Pro ſingulis autem ſpeciebus regulas tradit perſpicuis exemplis declaratas. Ad calcem voluminis rejectus eſt ejusdem auctoris tractatus *de Quadratis* aut tabulis *Magicis*, ubi regulas communes paribus & imparibus, tum cuilibet ſpeciei proprias tradit, erudite oſtendens variationem quadratorum, cujus ſpecimen exhibet in variatione quadrati paris ſedecim cellularum, quod 880. vicibus transmutavit.

Inter *Robervallii Opera* comparent (1) *Obſervationes* ſuper *compoſitionem motuum*, quam ad doctrinam de tangentibus ex geneſi curvarum per motuum compoſitionem facta inveniendis adplicat, & exemplis tangentium Sectionum Conicarum, Conchoidum, Spiralis, Quadratricis, Ciſſoidis, Trochoidis, Sociæ Trochoidis & Parabolæ Carteſii illuſtrat. (2) *Delineatio libri Mechanici* de Motu compoſito agentis. (3) *De Recognitione Æquationum* liber, in quo etiam de Geometrica planarum & cubicarum Æquationum Reſolutione agit, & locorum doctrinam explicans Dioptricas curvas ſeu ovales conſiderat, locos in diverſos gradus dividit, eosque ad Æquationem analyticam revocare, & conjungendo duos locos problemata ſolida docet conſtruere. (4) *Tractatus de indiviſibilibus*, in quo linea quidem in infinitas lineolas, ſuperficies in ſuperficieculas, & corpus in corpuſcula dividi poſſe concipitur. Sed quia lineæ punctis, ſuperficies lineis, corpora ſuperficiebus terminantur, loco quantitatum, ex quibus magnitudines componuntur, ipſarum termini aſſumuntur, ut hinc deducantur ſuperficierum corporum dimenſiones illa ratione, quæ ex Cavallerio & Walliſio paſſim jam nota eſt. (5) *Liber de Trochoide* ejuſque ſpatio, in quo oſtenditur, rationem Solidi Trochoidis, quam habet ad ſuum Cylindrum ſecundum Evangeliſtæ Torricellii opinionem ut 11. ad 18. vera eſſe minorem. (6) *Epiſtola ad Merſennum* de Torricellii quibusdam propoſitionibus. (7) *Toricellii Literæ* ad Robervallium miſſæ, occaſione præcedentis epiſtolæ. Pag. 129.

O 2 (8)

Act.Erud. An. 1695. M. Mart. (8) *Robervallii Epiſtola*, qua ſua ſibi inventa contra Torricellium Italoſque alios vindicat.

Poſt Robervalliana ſequuntur Illuſtris *Hugenii* opuſcula nonnulla, quorum primum de cauſa gravitatis typis exſcriptum in Edit. Act. Actis Eruditorum Anno *1690*. pag. 481. indicavimus; reliqua in eo verſantur, ut (1) *Æquilibrii* in libra adferatur *demonſtratio* Archimedæa validior; (2) *Potentiarum fila funeſque trahentium* vires determinentur; (3) *Nova vis movens* ope pulveris pyrii & aeris deſcribatur; (4) *Conſtructio ingenioſa loci ad hyperbolam* per aſymptotos explicetur; (5) *Regula Fermatii de maximis & minimis* demonſtretur, & ad mirabilem brevitatem perducatur; (6) tandemque Problema Opticum ſive *39*. Prop. l. V. Alhazeni, ſed 22. lib. VI. Vitellionis erudite *conſtruatur*.

Inter Opuſcula *Picardi* occurrit (1) *Praxis magnorum Sciatericorum* per calculum abſolvenda. Quandoquidem enim vulgares Gnomonicæ regulæ admodum difficulter in magno aliquo muro exerceri poſſunt, optimum cenſetur, linearum menPag. 130. ſuras ad numeros revocare, atque hunc in finem certas inſtituere obſervationes umbræ apicis ſtyli, ut ex illis linea ſubſtylaris, altitudo poli ſuper planum datum, plani declinatio, lineaque meridiana determinetur, ſecundum regulas ab Auctore propoſitas, & a Dn. de la Hire notis illuſtratas. (2) Schediaſma *de menſuris*, ubi longitudo penduli, cujus vibrationes ſingulis temporis medii ſecundis abſolvuntur, $36\frac{708}{1000}$ poll. pedis Pariſini, ſed ped. Rhinl. $37\frac{974}{1000}$ poll. eſſe dicitur. (3) *Menſuræ ab originalibus deſumtæ* & cum pede caſtri (*Chaſtelet*) Pariſienſis comparatæ a *Dn. Auzout*. (4) *De menſura liquidorum & aridorum*. (5) De *proportione aquarum effluentium*. (6) *Experimenta circa aquas effluentes*. (7) *Fragmenta dioptrica*, quæ maximam partem in vitrorum focis determinandis verſantur. (8) *Dn. Auzout Tractatus de Micrometro*, ad quem Picardus ſuam quoque ſymbolam contulit.

Ultimo loco poſitæ ſunt *Mariotti* Regulæ *de aquæ jactibus*, *Romeri* vero *de craſſitie & viribus tuborum* in aquæductibus ſecundum diverſas fontium altitudines diverſaſque tuborum diametros, nec non ipſius *experimenta circa altitudines & amplitudines projectionis corporum gravium*, inſtituta cum argento vivo.

SPECI-

SPECIMEN DYNAMICUM,

Act. Erud. An. 1695. M. Apr.

Pro admirandis Naturæ legibus circa Corporum vires & mutuas actiones detegendis, & ad ſuas cauſas revocandis,

AUTORE G. G. L.

EX quo *Novæ Scientiæ Dynamicæ* condendæ mentionem injeci- Pag. 145.
mus, multi Viri egregii variis in locis uberiorem hujus do-
ctrinæ explicationem poſtularunt. Quando igitur librum compo-
nere nondum vacat, dabimus hoc loco, quæ lucem aliquam ac-
cendere poſſint, fortaſſe etiam ad nos cum fœnore redituram, ſi
quidem ſententias eorum eliciamus, qui vim cogitandi cum elo-
quendi humanitate conjunxerint, quorum judicia etiam grata
nobis fore profitemur, & ad profectionem operis profutura ſpe-
ramus. In rebus corporeis eſſe aliquid præter extenſionem, imo
extenſione prius, alibi admonuimus, nempe ipſam vim naturæ
ubique ab Autore inditam, quæ non in ſimplici facultate conſi-
ſtit, qua ſcholæ contentæ fuiſſe videntur, ſed præterea conatu
ſive niſu inſtruitur, effectum plenum habituro, niſi contrario
conatu impediatur. Hic niſus paſſim ſenſibus occurrit & meo ju-
dicio ubique in materia ratione intelligitur, etiam ubi ſenſui
non patet. Quod ſi jam Deo per miraculum tranſcribi non de-
bet, certe oportet, ut vis illa in ipſis corporibus ab ipſo produ-
catur, imo ut intimam corporum naturam conſtituat, quando
agere eſt character ſubſtantiarum, extenſioque nil aliud, quam
jam præſuppoſitæ nitentis renitentisque id eſt reſiſtentis ſubſtan-
tiæ continuationem ſive diffuſionem, dicit; tantum abeſt, ut
ipſammet ſubſtantiam facere poſſit. Nec refert, quod omnis cor-
porea actio a motu eſt, motusque ipſe non eſt niſi a motu ſive
in corpore jam ante exiſtente ſive aliunde impreſſo. Nam mo- Pag. 146.
tus (perinde ac tempus) nunquam exiſtit, ſi rem ad ἀκρίβειαν re-
voces, quia nunquam totus exiſtit, quando partes coexiſtentes
non habet. Nihilque adeo in ipſo reale eſt, quam momentaneum
illud, quod in vi ad mutationem nitente conſtitui debet. Huc
igitur redit quicquid eſt in natura corporea præter Geometriæ
objectum ſeu extenſionem. Eaque demum ratione ſimul & ve-
ritati & doctrinæ veterum conſulitur. Et quemadmodum jam
Democriti corpuſcula, & Platonis ideas, & Stoicorum in opti-
mo rerum nexu tranquillitatem, noſtra ætas a contemtu abſolvit;
ita nunc Peripateticorum tradita de Formis ſive Entelechiis (quæ
merito ænigmatica viſa ſunt, vixque ipſis Autoribus recte per-
ce-

Act. Erud. An. 1695. M. Apr. cepta) ad notiones intelligibiles revocabuntur; ut adeo receptam a tot ſeculis Philoſophiam explicare potius, ita ut conſtare ſibi poſſit, (ubi hoc patitur) atque illuſtrare porro, noviſque veritatibus augere, quam abolere neceſſarium putemus.

Atque hæc ſtudiorum ratio mihi & prudentiæ docentis, & utilitati diſcentium maxime accommodata videtur, ne deſtruendi quam ædificandi cupidiores videamur, neve inter perpetuas doctrinæ mutationes, audacium ingeniorum flatibus quotidie incerti jactemur; ſed tandem aliquando humanum genus, refrenata ſectarum libidine, (quam inanis novandi gloria ſtimulat) conſtitutis certis dogmatibus, inoffenſo pede non in Philoſophia minus quam in Matheſi ad ulteriora progrediatur. Cum in ſcriptis præſtantium Virorum veterum & recentiorum (ſi ea fere adimas quibus in alios durius dicunt,) plurimum eſſe ſoleat veri & boni; quod erui & in publicos theſauros digeri meretur. Idque utinam facere mallent homioes, quam cenſuris tempus prodigere, quibus tantum vanitati ſuæ litant. Nobis certe, quibus in novis & noſtris quibusdam ita favit fortuna, ut de his ſolis cogitare oos paſſim juberent amici, neſcio quomodo tamen pleraque etiam alieoa non diſplicent, & ſuo quodque pretio, etſi diverſo cenſetur; cujus rei fortaſſe cauſa eſt, quod plura agitando nihil ſpernere didicimus. Sed nunc in viam redeamus.

Duplex autem eſt *vis Activa* (quam cum nonnullis non male *Virtutem* appelles) nempe aut *primitiva*, quæ in omni ſubſtantia corporea per ſe ineſt, (cum corpus omnimode quieſcens a rerum natura abhorrere arbitrer) aut *derivativa*, quæ primitivæ velut limitatione, per corporum inter ſe conflictus reſultans, varie
Pag. 147. exercetur. Et primitiva quidem (quæ nihil aliud eſt quam ἐντελέχεια ἡ πρώτη) *animæ vel formæ ſubſtantiali* reſpondet; ſed vel ideo non niſi ad generales cauſas pertinet, quæ phænomenis explicandis ſufficere noo poſſunt. Itaque illis aſſentimur, qui formas in rerum ſenſibilium cauſis propriis ſpecialibuſque tradendis adhibendas oegant: quod mooere operæ pretium eſt, ne, dum eas velut poſtliminio ad fontes rerum aperiendos reducimus, ſimul ad vulgaris ſcholæ battologias redire velle videamur. Interim neceſſaria earum notitia eſt ad recte philoſophandum, nec quisquam ſe corporis naturam tenere ſatis putet, niſi animum talibus adverterit; intellexeritque imperfectam, ne dicam falſam eſſe notionem illam ſubſtantiæ corporeæ craſſam & ab imaginatione ſola pendeotem, ac philoſophiæ corpuſcularis (per ſe egregiæ veriſſimæque) abuſu ab aliquot annis incaute introductam. Quemadmodum vel hoc argumento conſtat, quod omnimodam ceſſatiooem ac quietem a materia non excludit, nec legum naturæ

ræ vim derivativam moderantium, rationes afferre poteſt. Similiter vis quoque paſſiva duplex eſt, vel primitiva, vel derivativa. Et quidem *vis primitiva patiendi* ſeu *reſiſtendi* id ipſum conſtituit, quod *materia prima*, ſi recte interpreteris, in ſcholis appellatur, qua ſcilicet fit, ut corpus a corpore non penetretur, ſed eidem obſtaculum faciat, & ſimul ignavia quadam, ut ſic dicam, id eſt ad motum repugnatione ſit præditum, neque adeo niſi fracta nonnihil vi agentis impelli ſe patiatur. Unde poſtea *vis derivativa patiendi* varie in *materia ſecunda* ſeſe oſtendit. Sed noſtrum eſt generalibus illis ac primitivis ſepoſitis ſuppoſitiſque, quibus ob formam corpus omne ſemper agere, & ob materiam corpus omne ſemper pati ac reſiſtere docemur, nunc quidem pergere ulterius, & in hac doctrina de *virtutibus & reſiſtentiis derivativis* tractare, quatenus variis niſibus pollent corpora, aut rurſus varie renituntur; his enim accommodantur leges actionum, quæ non ratione tantum intelliguntur, ſed & ſenſu ipſo per phænomena comprobantur. Act.Erud. An. 1695. M. Apr.

Vim ergo derivativam, qua ſcilicet corpora actu in ſe invicem agunt, aut a ſe invicem patiuntur, hoc loco non aliam intelligimus, quam quæ motui (locali ſcilicet) cohæret, & viciſſim ad motum localem porro producendum tendit. Nam per motum localem cætera phænomena materialia explicari poſſe agnoſcimus. Motus eſt continua loci mutatio, itaque tempore indiget. Mobile tamen in motu exiſtens, ut in tempore habet motum, ita in quovis momento habet *velocitatem*, quæ tanto major eſt, quanto plus ſpatii percurritur, minuſque impenditur tempus. Velocitas ſumta cum directione *Conatus* appellatur; *Impetus* autem eſt factum ex mole corporis in velocitatem, ejuſque adeo quantitas eſt, quod *Carteſiani* appellare ſolent quantitatem motus: ſcilicet momentaneam; tametſi accuratius loquendo ipſius motus, quippe in tempore exiſtentis, quantitas ex aggregato impetuum durante tempore in mobili exiſtentium (æqualium inæqualiumve) in tempus ordinatim ductorum, naſcatur. Nos tamen cum ipſis diſputantes, ipſorum loquendi morem ſecuti ſumus. Quin etiam quemadmodum (non incommode ad uſum loquendi doctrinalem) ab acceſſu jam facto faciendove diſtinguere poſſumus acceſſionem quæ nunc fit; tanquam incrementum acceſſus vel elementum; aut quemadmodum deſcenſionem præſentem a facto jam deſcenſu, quem auget, diſtinguere licet: ita poſſemus præſentaneum ſeu inſtantaneum motus elementum ab ipſo motu per temporis tractum diffuſo diſcernere, & appellare Motionem; atque ita *quantitas motionis* dicetur, quæ vulgo motui tribuitur. Et quanquam in verbis faciles ſimus poſt inter- Pag. 148.

pre-

pretationem habitam, antea tamen nos in iis curioſos eſſe oportet, ne ambiguitate decipiamur.

Porro ut æſtimatio motus per temporis tractum fit ex infinitis impetibus, ita viciſſim impetus ipſe, (etſi res momentanea) fit ex infinitis gradibus ſucceſſive eidem mobili impreſſis; habetque elementum quoddam, quo non niſi infinities replicato naſci poteſt. Finge tubum AC in plano horizontali hujus paginæ certa quadam uniformi celeritate rotari circa centrum C immotum, & globum B in tubi cavitate exiſtentem liberari vinculo vel impedimento, atque incipere moveri vi centrifuga; manifeſtum eſt, initio conatum a centro recedendi, quo ſcilicet globus B in tubo tendet verſus ejus extremitatem A, eſſe infinite parvum, reſpectu impetus quem jam tum habet a rotatione, ſeu quo cum tubo ipſo globus B, a loco D tendit verſus (D) retenta a centro diſtantia. Sed continuata aliquandiu impreſſione centrifuga a rotatione procedente, progreſſu ipſo oportet naſci in globo impetum quendam centrifugum, completum (D) (B) comparabilem cum impetu rationis D (D) Hinc patet duplicem eſſe *Niſum*, nempe elementarem ſeu infinite parvum, quem & *ſolicitationem* appello, & formatum continuatione ſeu repetitione Niſuum elementarium, id eſt impetum ipſum. Quanquam non ideo velim hæc Entia Mathematica reapſe ſic reperiri in natura, ſed tantum ad accuratas æſtimationes abſtractione animi faciendas prodeſſe.

Pag. 149.

Hinc *Vis* quoque duplex: alia elementaris, quam & *mortuam* appello, quia in ea nondum exiſtit motus, ſed tantum ſolicitatio ad motum, qualis eſt globi in tubo, aut lapidis in funda, etiam dum adhuc vinculo tenetur; alia vero vis ordinaria eſt, cum motu actuali conjuncta, quam voco *vivam*. Et vis mortuæ quidem exemplum eſt ipſa vis centrifuga, itemque vis gravitatis ſeu centripeta; vis etiam qua Elaſtrum tenſum ſe reſtituere incipit. Sed in percuſſione, quæ naſcitur a gravi jam aliquamdiu cadente, aut ab arcu ſe aliquamdiu reſtituente, aut a ſimili cauſa, vis eſt viva, ex infinitis vis mortuæ impreſſionibus continuatis nata. Et hoc eſt quod *Galilæus* voluit, cum ænigmatica loquendi ratione percuſſionis vim infinitam dixit, ſcilicet, ſi cum ſimplice gravitatis niſu comparetur. Etſi autem impetus cum vi viva ſemper ſit conjunctus, differre tamen hæc duo, infra oſtendetur.

Vis viva in aliquo corporum aggregato rurſus duplex intelligi poteſt, *totalis* ſcilicet, vel partialis; & *partialis* iterum vel reſpectiva vel directiva, id eſt vel propria partibus vel communis. *Reſpectiva* ſive *propria* eſt, qua corpora aggregato compre-

prehenſa poſſunt agere in ſe invicem; *directiva* ſeu *communis* eſt, qua præterea ipſum aggregatum extra ſe agere poteſt. Voco autem directivam, quia directionis totalis vis integra in hac vi partiali conſervatur. Ea autem ſola ſupereſſet, ſi ſubito aggregatum congelaſcere fingeretur motu partium inter ſe intercepto. Unde ex vi reſpectiva & directiva ſimul ſumtis componitur *vis totalis abſoluta*. Sed hæc melius ex tradendis infra regulis intelligentur. Act.Erud. An. 1695. M. Apr.

Veteres, quantum conſtat, ſolius vis mortuæ ſcientiam habuerunt, eaque eſt, quæ vulgo dicitur Mechanica, agens de vecte, trochlea, plano inclinato, (quo cuneus & cochlea pertinent) æquilibrio liquorum & ſimilibus; ubi nonniſi de conatu primo corporum in ſe invicem tractatur, antequam impetum agendo conceperunt. Et licet leges vis mortuæ ad vivam transferri aliquo modo poſſint, magna tamen cautione opus eſt; ut vel hinc decepti ſint, qui vim in univerſum, cum quantitate ex ductu molis in velocitatem facta confuderunt, quod vim mortuam in ratione horum compoſita eſſe deprehendiſſent. Nam ea res ibi ſpeciali ratione contingit, ut jam olim admonuimus, quoniam (exempli gratia) gravibus diverſis deſcendentibus, in ipſo initio motus, utique ipſi deſcenſus ſeu ipſæ quantitates ſpatiorum deſcenſu percurſorum, nempe adhuc infinite parvæ, ſeu elementares, ſunt celeritatibus ſeu conatibus deſcendendi proportionales. Sed progreſſu facto, & vi viva nata, celeritates acquiſitæ non amplius proportionales ſunt ſpatiis deſcenſu jam percurſis, quibus tamen vim æſtimandam olim oſtendimus, ampliuſque oſtendemus, ſed tantum earum elementis. *Galilæus* de vi viva (alio licet nomine, imo conceptu) agere cœpit, primuſque explicuit, quomodo acceleratione gravium deſcendentium motus naſcatur. *Carteſius* recte diſcrevit velocitatem a directione, & vidit etiam in conflictu corporum id ſequi, quo minime mutantur priora. Sed minimam mutationem non recte æſtimavit, dum ſolam directionem, vel ſolam velocitatem mutat; cum contemperata ex ambobus inſtituenda eſſet mutatio: quod quomodo fieri deberet, ipſum fugit; quia res tam heterogeneæ comparari ac contemperari poſſe, ipſi, modalibus potius tunc, quam realibus intento, non videbantur. Ut alios ejus in hac doctrina lapſus taceamus. Pag. 150.

Honoratus Fabri, *Marcus Marci*, *Job. Alph. Borellus*, *Ignatius Baptiſta Pardies*, & *Claudius Des Chales*, aliique acutiſſimi viri in doctrina de motu non contemnenda dedere, ſed errores tamen eoſque capitales non vitavere. Primus, quod ſciam, *Hugenius* qui ætatem noſtram præclaris inventis illuſtravit, in hoc quoque argumento ad puram & liquidam veritatem perveniſſe mihi videtur,

Act. Erud. An. 1695. M. Apr. tur, & doctrinam hanc a paralogiſmis liberaſſe, regulis quibusdam olim publicatis. Easdem fere regulas *Wrennus* quoque, *Wallisius*, & *Mariottus*, viri in his ſtudiis diverſa licet ratione excellentes, obtinuere. Sed de cauſis tamen non eadem ſententia eſt; unde neque easdem concluſiones egregii in his ſtudiis viri ſemper admittunt. Atque adeo veri fontes hujus ſcientiæ, nondum, quod conſtat, ſuere recluſi. Nec ſane ab omnibus agnoſcitur, quod mihi certum videtur: repercuſſionem ſive reflexionem non niſi a vi elaſtica, id eſt inteſtini motus reniſu profici- Pag. 151. ſci. Nec notionem ipſam virium quisquam ante nos explicavit; quæ res hactenus turbavit *Carteſianos* aliosque, qui motus vel impetus ſummam (quam pro virium quantitate habent) poſt concurſum a priore diverſam prodire poſſe, vel ideo capere non potuerunt, quod eo ipſo etiam virium quantitatem mutari crediderunt.

Mihi adhuc juveni, & corporis naturam cum *Democrito* & hujus ea in re ſectatoribus *Gaſſendo* & *Carteſio*, in ſola maſſa inerte tunc conſtituenti, excidit libellus *Hypotheſeos phyſicæ* titulo, quo Theoriam motus pariter a ſyſtemate abſtractam, & ſyſtemati concretam expoſui: quem ultra mediocritatis ſuæ meritum, multis præclaris viris video placuiſſe. Ibi ſtatui, ſuppoſita tali corporis notione, omne incurrens ſuum conatum dare excipienti, ſeu directe obſtanti qua tali. Nam cum in momento incurſus pergere conetur, adeoque ſecum abripere excipiens; conatusque ille (ob corporis ad motum quietemve creditam mihi tunc indifferentiam) ſuum effectum omnino habere debeat in excipiente, niſi contrario conatu impediatur; imo etiamſi eo impediatur; quando tantum diverſos illos conatus inter ſe componi oportet: manifeſtum erat, nullam cauſam reddi poſſe, cur non incurrens effectum ad quem tendit, conſequatur, ſeu cur non excipiens recipiat conatum omnem incurrentis; adeoque motum excipientis ex priſtino ſuo & recepto novo ſeu alieno conatu compoſitum eſſe. Ex quo porro oſtendebam: ſi ſolæ mathematicæ notiones, magnitudo, figura, locus, horumque mutatio, aut in ipſo concurſus momento mutandi conatus, in corpore intelligerentur; nulla habita ratione notionum metaphyſicarum, potentiæ ſcilicet actricis in forma, & ignaviæ ſeu ad motum reſiſtentiæ in materia; atque adeo ſi neceſſe eſſet concurſus eventum ſola compoſitione conatuum Geometrica, ut explicuimus, determinari: tunc ſequi debere, ut incurrentis, etiam minimi, conatus toti excipienti, licet maximo, imprimatur; atque adeo maximum quieſcens a quantulocunque incurrente ſine ulla hujus retardatione abripiatur: quandoquidem tali materiæ notione nul-

la

la ejus ad motum repugnatio, ſed indifferentia potius continetur. Unde non magis difficile foret impellere magnum quieſcens, quam parvum, eſſetque adeo actio ſine reactione, nullaque fieri poſſet potentiæ æſtimatio, cum quidvis a quovis præſtari poſſet. Quæ aliaque id genus multa, cum ſint ordini rerum adverſa, & cum principiis veræ Metaphyſicæ pugnent; ideo tunc quidem putavi (& vere quidem) ſapientiſſimum rerum Autorem ſtructura ſyſtematis vitaſſe, quæ per ſe ex nudis motus legibus a pura Geometria repetitis conſequerentur. Act.Erud. An. 1695. M. Apr. Pag. 152.

Sed poſtea omnia altius ſcrutatus, vidi in quo conſiſteret ſyſtematica rerum explicatio, animadvertique hypotheſin illam priorem notionis corporeæ, non eſſe completam; & cum aliis argumentis, tum etiam hoc ipſo comprobari, quod in corpore præter magnitudinem & impenetrabilitatem poni debeat aliquid, unde virium conſideratio oriatur; cujus leges metaphyſicas extenſionis legibus addendo, naſcantur eæ ipſæ regulæ motus, quas ſyſtematicas appellaram; nempe ut omnis mutatio fiat per gradus, & omnis actio ſit cum reactione, & nova vis non prodeat ſine detrimento prioris, adeoque ſemper abripiens retardetur ab abrepto, nec plus minusve potentiæ in effectu quam in cauſa contineatur. Quæ lex cum non derivetur ex notione molis, neceſſe eſt conſequi eam ex alia re, quæ corporibus inſit, nempe ex ipſa vi, quæ ſcilicet eandem ſemper quantitatem ſui tuetur, licet a diverſis corporibus exerceatur. Hinc igitur, præter pure mathematica & imaginationi ſubjecta, collegi quædam metaphyſica, ſolaque mente perceptibilia, eſſe admittenda & maſſæ materiali principium quoddam ſuperius, & ut ſic dicam formale, addendum; quandoquidem omnes veritates rerum corporearum ex ſolis axiomatibus logiſticis & geometricis, nempe de magno & parvo, toto & parte, figura & ſitu, colligi non poſſint; ſed alia, de cauſa & effectu, actioneque & paſſione, accedere debeant, quibus ordinis rerum rationes ſalventur. Id principium Formam, an *ἐντελέχειαν*, an Vim appellemus, non refert, modo meminerimus per ſolam virium notionem intelligibiliter explicari.

Quod vero hodie egregii quidam viri, hoc ipſum videntes, vulgarem nempe materiæ notionem non ſufficere, Deum accerſunt *ἀπὸ μηχανῆς*, vimque omnem agendi auferunt rebus, quaſi Moſaica quadam Philoſophia (ut *Fluddus* olim vocabat) aſſentiri non poſſum. Tametſi enim præclare ab ipſis animadverſum concedam, ſubſtantiæ unius creatæ in aliam influxum proprium nullum eſſe, ſi res ad metaphyſicum rigorem exigatur; fatearque etiam libenter, omnes res continua ſemper creatione a Deo proficiſci; nullam tamen veritatem naturalem in rebus eſſe puto, Pag. 153.

cujus ratio immediate petenda ſit ex divina actione vel voluntate, ſed ſemper rebus ipſis aliqua a Deo eſſe indita, unde omnia earum prædicata explicentur. Certe non corpora tantum Deum creaſſe conſtat, ſed & animas, quibus entelecheiæ primitivæ reſpondent. Verum hæc alias ſuis propriis rationibus profundius eductis demonſtrabuntur.

Interim etſi principium activum materialibus notionibus ſuperius, & ut ſic dicam vitale, ubique in corporibus admittam; non ideo tamen *Henrico Moro* aliisque viris pietate & ingenio inſignibus hic aſſentior, qui Archæo neſcio quo aut hylarchico principio etiam ad phænomena procuranda ſic utuntur; quaſi ſcilicet non omnia mechanice explicari poſſint in natura, & quaſi qui hoc conentur, incorporea tollere videantur, non ſine ſuſpicione impietatis; aut quaſi cum *Ariſtotele* Intelligentias orbibus rotandis affigere neceſſe ſit, aut elementa dicendum ſit ſurſum vel deorſum a forma ſua agi; compendioſa ſed inutili docendi ratione: His inquam non aſſentior, nec magis iſta mihi Philoſophia, quam illa quorundam placuit Theologia, qui Jovem tonare aut ningere ſic credebant, ut cauſarum propiorum inquiſitores etiam Atheiſmi crimine infamarent. Optimum meo judicio temperamentum eſt, quo pietati pariter & ſcientiæ ſatisfit, ut omnia quidem phænomena corporea a cauſis efficientibus mechanicis peti poſſe agnoſcamus; ſed ipſas leges mechanicas in univerſum a ſuperioribus rationibus derivari intelligamus; atque ita cauſa efficiente altiore tantum in generalibus & remotis conſtituendis utamur. His vero ſemel ſtabilitis, quoties poſtea de rerum naturalium cauſis efficientibus propinquis & ſpecialibus tractatur, animabus aut Entelecheiis locum non demus, non magis quam otioſis facultatibus aut inexplicabilibus ſympathiis. Cum nec ipſa cauſa efficiens prima atque univerſaliſſima ſpecialibus tractationibus intervenire debeat, niſi quatenus fines ſpectantur, quos divina ſapientia habuit in rebus ſic ordinandis, ne quam laudis ejus & hymnorum pulcherrimorum canendorum occaſionem negligamus.

Sane & finales cauſæ (ut ſingulari plane exemplo optici principii, celeberrimo *Molineuſio* in Dioptricis ſuis valde probante, oſtendi) ſubinde magno cum fructu etiam in phyſicis ſpecialibus adhibentur, non tantum ut ſupremi Autoris pulcherrima opera magis admiremur, ſed etiam ut divinemus interdum hac via, quæ per illam efficientium non æque aut non niſi hypothetice patent. Quem uſum hactenus fortaſſe Philoſophi nondum ſatis obſervarunt. Et in univerſum tenendum eſt, omnia in rebus dupliciter explicari poſſe: per *regnum potentiæ* ſeu cauſas *efficientes*,

Pag. 154.

tes, & per *regnum ſapientiæ* ſeu per *finales*; Deum corpora ut machinas more architecti ſecundum *leges magnitudinis* vel *mathematicas*, & quidem in uſum animarum; animas vero, ſapientiæ capaces, ut cives ſuos & ſocietatis cujuſdam cum ipſo participes, more Principis, imo patris ſecundum *leges bonitatis* vel *morales* ad ſuam gloriam moderante; permeantibus ſeſe ubique ambobus regnis, inconfuſis tamen & imperturbatis legibus utriuſque; ita ut ſimul & regno potentiæ maximum, & regno ſapientiæ optimum obtineatur. Sed nobis hoc loco regulas generales virium effectricium conſtituere propoſitum eſt, quibus in cauſis ſpecialibus efficientibus explicandis uti deinde poſſimus. Act. Erud. An. 1695. M. April.

Porro ad veram virium æſtimationem, & quidem prorſus eandem, diverſiſſimis itineribus perveni: uno quidem a priori, ex ſimpliciſſima conſideratione ſpatii, temporis & actionis (quod alias exponam) altero a poſteriori, vim ſcilicet æſtimando ab effectu quem producit ſe conſumendo. Nam *effectum* hic intelligo non quemlibet, ſed cui vis impendi, ſeu in quo conſumi debet, quem ideo *violentum* appellare poſſis, qualis non eſt ille, quem corpus grave in plano perfecte horizontali procurrendo exercet, quia tali effectu utcunque producto eandem ſemper vim retinet; quanquam & hoc ipſo *effectu*, ut ita dicam, *innocuo* recte adhibito, hanc noſtram æſtimandi rationem conſecuti ſimus; ſed nunc a nobis ſeponetur. Elegi autem effectum ex violentis illum, qui maxime capax eſt homogenei ſeu diviſionis in partes ſimiles, & æquales, qualis eſt in aſcenſu corporis gravitate præditi: nam elevatio gravis ad duos vel tres pedes, præciſe dupla vel tripla eſt elevationis gravis ejuſdem ad pedem unum; & elevatio gravis dupli ad pedem unum facta, præciſe dupla eſt elevationis gravis ſimpli ad altitudinem pedis unius; unde elevatio gravis dupli ad tres pedes præciſe ſextupla eſt elevationis gravis ſimpli ad pedem unum. Suppoſito ſcilicet (ſaltem docendi cauſa, etſi aliter fortaſſe in veritate ſe res habeat, ſed inſenſibili tamen hic errore) gravia æque gravitare in majore aut minore ab horizonte diſtantia. Pag. 155. Nam in elaſtro non æque facile locum homogeneitas habet. Cum igitur comparare vellem corpora diverſa aut diverſis celeritatibus prædita, equidem facile vidi, ſi corpus A ſit ſimplum, & B ſit duplum, utriuſque autem celeritas æqualis; illius quoque vim eſſe ſimplam, hujus duplam, cum præciſe quicquid in illo ponitur ſemel, in hoc ponatur bis. Nam in B eſt bis corpus ipſi A æquale & æquivelox, nec quicquam ultra.

Act.Erud. An. 1695. M. April. tra. Sed ſi corpora A & B ſint æqualia, celeritas autem in A ſit ſimpla & in C dupla, videbam, non præciſe quod in A eſt, duplari in C, cum dupletur quidem celeritas, non tamen & corpus. Et peccatum hic fuiſſe vidi ab iis, qui ſola iſta reduplicatione modalitatis vim ipſam duplicari crediderė; quemadmodum jam olim obſervavi, admonuique, veram neque hactenus (poſt tot licet *Elementa Matheſeos univerſalis* ſcripta) traditam *æſtimandi artem* in eo conſiſtere, ut denique ad homogeneum aliquid, id eſt accuratam & omnimodam non modorum tantum, ſed & rerum reduplicationem perveniatur. Cujus methodi non aliud melius illuſtriusque ſpecimen dari potuit, quam quod exhibetur in hoc ipſo argumento.

Hæc ergo ut obtinerem, conſideravi an duo iſta corpora A & C magnitudine æqualia, ſed celeritate diverſa, effectus aliquos producere poſſint cauſis ſuis æquipollentes, & inter ſe homogeneos. Ita enim quæ per ſe non facile poterant, ſaltem per effectus ſuos accurate compararentur. Effectum autem cauſæ ſuæ æqualem eſſe debere ſumſi, ſi totius virtutis impendio ſeu conſumptione producatur: ubi non refert, quanto tempore producatur. Ponantur ergo corpora A & C eſſe gravia, & vim ſuam convertere in aſcenſum, quod fiet, ſi eo momento quo celeritates ſuas dictas habent, A ſimplam, B duplam in extremis pendulorum verticalium P, A, E, C exiſtere intelligantur. Conſtat autem e *Galilæi* aliorumque demonſtratis, corpore A celeritate ut 1 ad ſummum aſcendente ſuper horizontem HR ad altitudinem 1 A. H, pedis unius; utique corpus C, celeritate ut 2, aſcendere (ad ſummum) poſſe ad altitudinem 2 C. R, pedum quatuor. Unde jam conſequens eſt, grave habens celeritatem ut 2, potentia quadruplum eſſe habentis gradum celeritatis ut 1. Cum totius ſuæ virtutis impendio præciſe quadruplum efficere poſſit. Nam libram (id eſt ſe ipſum) attollens ad pedes quatuor, præciſe quater attollit unam libram, ad unum pedem. Eodemque modo
Pag. 156. generaliter colligitur, vires æqualium corporum eſſe ut quadrata celeritatum, & proinde vires corporum in univerſum eſſe in ratione compoſita ex corporum ſimplice, & celeritatum duplicata.

Eadem confirmavi, ad abſurdum (nempe ad motum perpetuum) redigendo contrariam ſententiam, vulgo, præſertim apud *Carteſianos*, receptam, qua vires creduntur eſſe in ratione compoſita corporum & celeritatum: qua etiam methodo uſus ſum ſubinde, ut duos *ſtatus virtute inæquales* definirem a poſteriori, & majorem ſimul a minori certa nota diſtinguerem. Nam cum alterutrum alteri ſubſtituendo motus oritur perpetuus mechanicus, ſeu effectus potior cauſa, ſtatus illi ſibi minime æquipollent,

lent, ſed ille qui ſubſtitutus eſt alteri, potior fuit, quia majus aliquid præſtari effecit. Pro certo autem aſſumo, naturam nunquam ſibi viribus inæqualia ſubſtituere, ſed effectum integrum ſemper cauſæ plenæ æqualem eſſe; & viciſſim quæ viribus æqualia ſunt, tuto ratiocinio ſibi ſubſtitui a nobis poſſe, liberrima ſuppoſitione, quaſi ſubſtitutionem illam actu effeciſſemus, nulloque adeo perpetui motus mechanici metu. Quod ſi ergo verum eſſet, quod vulgo ſibi perſuadent, æquipollere inter ſe grave A, ut 2 (ſic enim nunc ſumamus) præditum celeritate ut 1, & grave C ut 1, præditum celeritate ut 2; debet alterutrum alteri impune ſubſtitui poſſe. Sed hoc verum non eſt. Nam ponamus A ut 2 celeritatem ut 1. acquiſiviſſe deſcenſu 2 A 1 A, ex altitudine 2 A. H unius pedis; jamque ipſo in 1 A ſeu in horizonte exiſtente, ſubſtituamus pro ipſo æquipollens (ut volunt) pondus C ut 1, celeritate ut 2, quod aſcendat uſque ad C, ſeu ad altitudinem 4. pedum. Itaque ſolo deſcenſu ponderis A duarum librarum, ex altitudine unius pedis 2 A. H, ſubſtitutoque æquipollente, effecimus aſcenſum libræ unius ad pedes quatuor, quod eſt duplum prioris. Ergo tantundem virium lucrati ſumus, ſeu motum mechanicum perpetuum effecimus, quod utique abſurdum eſt. Nec refert, an per motuum leges actu efficere poſſimus hanc ſubſtitutionem; nam inter æquipollentia etiam mente tuto fieri ſubſtitutio poteſt. Quanquam etiam varias rationes excogitaverimus, quibus actu tam prope quam velis efficeretur, ut vis tota corporis A transferretur in corpus C, antea quieſcens, ſed quod nunc (ipſo A ad quietem redacto) ſit ſolum in motu poſitum. Unde fieret, ut pro pondere bilibri celeritatis ut 1, ſucceſſura eſſet libra una celeritatis ut 2, ſi hæc æquipollerent; unde abſurdum oriri oſtendimus. Neque iſta ſane inania ſunt aut in logomachiis conſiſtunt, ſed in machinis & motibus comparandis maximum uſum habent. Nam ſi quis vim habeat ab aqua vel animalibus, vel alia cauſa, per quam corpus grave centum librarum in motu conſtanti conſervetur, quo intra minuti temporis quartam partem abſolvere poſſit circulum horizontalem diametri triginta pedum; alius vero ejus loco eodem tempore duplum pondus nonniſi dimidium circulum conſtanter abſolvere præſtet, minore impenſa, idque tibi velut in lucrum imputet; deceptum te ac dimidia virium parte fruſtratum ſcito. Sed nunc fugatis erroribus, veras & ſane admirandas Naturæ Leges paulo diſtinctius in Schediaſmatis hujus parte ſecunda proponemus, menſe Majo exhibenda.

Act. Erud. An. 1695. M. April.

Pag. 157.

G. G. L.

Digitized by Google

Act. Erud. An. 1695. M. April. Pag. 184.

G.G.L. NOTATIUNCULA

Ad Conſtructiones Lineæ in qua Sacoma, æquilibrium cum ponde:e moto faciens incedere debet, Februario proximo datas. Et quædam de Quadraturis.

JUcundiſſimum fuit ſolutionem *Dn. Marchionis Hoſpitalii* egregiam problematis elegantis & utilis, tum Additiones ingenioſiſſimi *Dn. Joh. Bernoullii* videre, quibus ſolutionem univerſaliorem & conſtructionem faciliorem reddit, meritoque rem notatu dignam cenſet, quod idem hic & per differentiales & per methodum Geometriæ communis obtinetur. Cujus rei complura exempla & mihi occurrerunt. Et ſane in concreto ſæpe oſtenduntur rerum origines connexionesque, in abſtractis terminis non æque apparentes. Conſideratio autem centri gravitatis jam ipſa per ſe compendium differentialium ſeu ſummationem involvit, unde mirum non eſt, ſi per eam differentiales reſuantur. Quod ut clarius appareat, oſtendam, quomodo breviſſima illa conſtructio etiam ex differentialibus ſtatim & recta via ſine interventu centri gravitatis naſcatur. Nempe ex natura æquilibrii, quod ſemper manere ſupponitur, patet debere (*Fig. 8. Tab. I. Febr. proximi*,) pondus M ductum in elementum ipſius IP, æquari ponderi B ducto in elementum ipſius IH: ita enim non plus deſcendetur quam aſcendetur, ſeu erunt elementa deſcenſuum vel aſcenſuum reciproce ut pondera. Quia ergo M in d. IP. æqual. B in d. IH. erit ſummando M in IP æqu. B in IH, ſeu M ad B ut IH ad IP, prorſus ut Bernoulliana conſtructio habet. Si intelligatur ipſa trochlea C non fixa manere, ſed lineam durante motu ponderum & ſacomatum, (nam viciſſim ſibi ſunt pondus vel ſacoma) deſcribere, eadem tamen methodus locum habebit. Quemadmodum & in aliis ſimilibus. Pulcherrimum autem eſt, quod notat, lineam a Dn. Marchione Hoſpitalio præſcriptam ex genere Epicycloidum eſſe.

Quod vero obſervat ſummationem ordinatarum, quæ ſunt ut $\sqrt{a^4 + x^4}$ pendere ex dimenſione curvæ parabolæ cubicæ, etiam Dn. Marchio me monuerat. Viſus autem mihi ſum, cum iſta ſub manibus haberem, connexionem videre cum dimenſione curvæ Hyperbolicæ, ſed talia nunc reſumere non licet, quæ aliquando curatius tractare ſpero. Pag. 185.

De cætero video doctiſſimum Dn. Joh. Bernoullium non probare, quod Dn. Craigius tacite ſuppoſuit in Tr. de Quadraturis, quantitatem irrationalem habere ſummatricem etiam irra-

irrationalem ſimilem. Et fateor hoc ſine demonſtratione illic fuiſſe poſitum, ſed quoniam mihi methodo ſimili nonnihil, univerſaliore tamen ni fallor & breviore, talia tractanti, *principium* innotuit, nondum quod ſciam, in hoc argumento conſideratum, unde demonſtratio ad rem pertinens haberi poteſt, proponere hoc loco placet. Dico igitur terminum ſummandum & terminum ſummatorem, vel quod eodem redit, differentiam & terminum differentiandum (Dni *Bernoulli* integralem vocant) habere eaſdem ambiguitates ſeu radicum varietates, cum quævis radix termini det propriam ſeriem, ſuas quoque proprias differentias habentem. Et proinde ſi ſit y, differentia vel ſummandus, & v ſumma vel differentiandus, ſeu, ſi ſit $\int y\,dx = v$; ſequitur in æquatione quæ exprimit relationem inter y & x, & in æquatione quæ exprimit eam inter v & x, ipſas y & v aſcendere ad eaſdem dimenſiones. Sequitur etiam irrationalitates ſe ſimili modo habere, quippe quibus itidem varietas radicum indicatur. Certe *Cl. Craigius* non pauca attulit egregia, quæ faciunt, ut incrementa adhuc majora his ſcientiis ab eo ſperem. Multumque ejus ingenuitati debeo, quod meis meditationibus aliquid debere voluit. Si conſilium ejus ſciviſſem, potuiſſem fortaſſe aliqua ad methodi incrementum ſuppeditare. Utinam tantum illis abſtinuiſſet, quæ acerbe in Virum excellentis ingenii & doctrinæ dixit, cui quæ ipſe innuit, imputare, mihi nunquam in mentem venit. Act.Erud. An. 1695. M. April.

MEDICINA MENTIS ET CORPORIS.

Editio nova auctior & correctior, cum præfatione Auctoris.

Lipſiæ apud Joh. Thom. Fritſch, 1695. in 4. plag. 49.

LIberamus nunc fidem noſtram, quæ data fuit a nobis in Actis anni 1687. pag. 702. poſtquam Medicina mentis & corporis in lucem denuo prodiit, haut parum expurgata a mendis typographicis, multisque in locis, quæ obſcura nonnullis viſa fuerunt, illuſtrata, illuſtrisque Auctoris inſtructa præfatione, in qua perſpicue exponit, quis ſibi præfixus fuerit ſcopus hoc in libro conſcribendo. Id enim ſibi habuit propoſitum, ut quemadmodum ſpecialis datur ſcientia, qua abdita & retruſa quæ ſunt in matheſi producuntur in lucem, ita ipſe traderet M. Maji. Pag. 230.

Act.Erud. An. 1695. M. Maji. Pag. 231. ſcientiam generalem, qua quis probe inſtructus omne incognitum, quod aſſequi poteſt ſuis viribus intellectus humanus, certa & conſtanti methodo poſſit invenire, ut Philoſophi non verbalis aut hiſtorici, ſed realis titulum mereatur. Hanc enim ſcientiam vel ſi mavis artem inveniendi genuinam philoſophiam eſſe cenſet, eamque ut amabiliorem reddat, medicinæ mentis & corporis titulo inſignivit; quoniam philoſophiæ eſt, tum luculenter oſtendere, quod plerique homines non corporis ſolum ſed mentis quoque deſtituantur ſanitate, tum convenientia illis malis remedia adhibere. Neque tamen ipſi conſtitutum fuit integram hoc libro Philoſophiam complecti, ſed primam dumtaxat, h. e. omnia illa, quæ homini, cui ſeria ſapientiam acquirendi mens eſt, omnium primo veniunt cognoſcenda.

In *prima* ergo *parte* commonſtrat, ſtudium acquirendæ veritatis per ſe ipſum eſſe omnium occupationum præſtantiſſimam, quandoquidem nihil magis conducit ad vitam beatiſſime traducendam. Quilibet enim attendendo ad ea, quæ ſe bene afficiunt, re ipſa experitur, voluptates corporis, ſi crebro illis fruatur, nauſeam & noxam ſibi parere; delectationes, quæ ex actionibus, quas pro virtuoſis reputat, naſcuntur, melius quidem ſe afficere, ſed triſtitiam poſt ſe trahere, ſi in bono aut malo dijudicando error commiſſus fuerit; illas vero demum, quæ ex acquiſitione veritatis oriantur, ſummas eſſe, puriſſimas, omniumque conſtantiſſimas, ſapientemque infinito intervallo ignorante eſſe beatiorem.

In *parte ſecunda* ipſa methodus veritatem inveſtigandi traditur, his innixa fundamentis, quæ omni erroris ſuſpicione carent, quorumque certitudinem quilibet in ſe ipſo quovis momento per experientiam explorare poteſt. (1) *Se variarum rerum conſcium eſſe*; quod principium primum & generale noſtræ cognitionis eſt. (2) *Se bene a quibusdam, a quibusdam male affici*; quod principium eſt cognitionis boni & mali. (3) *Quædam a ſe poſſe concipi* ſeu cogitatione adprehendi, *quædam autem a ſe nullo modo poſſe concipi*, ſed reſpectu ſui eſſe incogitabilia; quod principium primum eſt verum a falſo diſcernendi. (4) *Se varia ſenſuum externorum, itemque imaginum internarum & paſſionum ope advertere*; quod principium primum eſt, unde omnia, quæ experientiæ debemus, emanant. Ex eo ergo quod omnia illa, quæ conſtat vera eſſe, concipi poſſunt, hoc eſt eorum ſimplices conceptus poſſunt inter ſe

Pag. 232. *Sect. I.* conjungi, quæ falſa, non poſſunt concipi, concluditur hoc genuinum eſſe *veri falſique criterium*, illaque facultas, qua conamur aliquid concipere, & poſſumus, & qua conamur ejus contrarium concipere, & non poſſumus, *Intellectus* vocatur, ejusque exiſten-

tia

Act. Erud. An. 1695. M. Maji.

tia non ſolum ſed æqualitas quoque in omnibus hominibus ſanæ mentis ex eo colligitur , quod omnes ad aſſenſum demonſtrationibus coguntur. Quoniam vero , ſecundum quartum principium , ope *imaginationis* quoque plurima nobis innoteſcunt , quorum nonnulla etiam concipi, nonnulla tantum percipi poſſunt , hinc ne quis decipiatur , & quæ percipit tantum , ſibi quoque videatur concipere, monetur duas has facultates diverſo nos modo afficere, concipiendi nimirum ſub forma actionis, percipiendi ſub forma paſſionis; veritatisq; ſtudioſos, ſi frequenti exercitio diſcant multa bene concipere Matheſi operam navando, facile diſcrimen inter conceptionem & perceptionem animadverſuros , imo omnium optime & tutiſſime certos poſſe reddi ſe aliquid concipere , ſi experiantur , *utrum poſſint ſolis verbis in alio ejus rei , quam ſe concipere , non vero imaginari putant , plane ignaro æque perfectam excitare notitiam* . Quia enim concipiendi facultas in omnibus eſt æqualis, poterunt ſine dubio efficere, ut quod ipſi concipiunt, alter quoque intelligat.

Sect. II.

Porro ut abſque errore progredi poſſimus in veritatis inveſtigatione, omnes poſſibiles conceptus, quos mens formare poteſt, acquirendi ſunt. Quod ut rite fiat, redigendi ſunt primo in ordinem omnes poſſibiles primi conceptus , qui *definitiones* dicuntur , ac ſemper rei ſingularis generationem , ſeu primum formationis modum, debent involvere. Ut vero omnes acquiramus, tres ſequendæ ſunt regulæ generales, a nobiliſſimo Auctore fuſius explicatæ exemplisque illuſtratæ, inquibus illa præcipue notatu digna, quæ agunt de *curvarum geneſi ex focis*, ex qua tangentium facillima deſcriptio , ſine ullius calculi ad eas inveſtigandas uſu deducitur; de *nova plane regula* ſolis Geometriæ principiis innixa *determinandi tangentes curvarum ex focis deſcriptarum* , tandemque de alia quadam *curvarum formatione per rectarum interſectiones ad angulos rectos* factas, ad quas illa pertinet cujus dimenſionem fruſtra in dubium vocavit clariſſimus Ozanam. Genuinis definitionibus inventis; ipſæ in ſe conſiderandæ ſunt , hoc eſt omnes reſpectus qui haberi poſſunt inter (Pag. 233.) omnia elementa definitionis alicujus, hoc eſt inter fixa, mobilia & motum, ſive ea ut ſola , ſeu ut comparata exhibeantur, & videndum in unoquoque diverſo reſpectu, quænam hinc novæ ſequantur veritates , quæ *axiomata* dici poſſunt , atque his formatis ipſæ inter ſe jungendæ ſunt definitiones. Junctis enim duabus pluribusque definitionibus, hoc eſt diverſis naturis, accidit ut ex illis, quæ antea ſeparatam conſtituebant naturam, oriatur novum poſſibile , quod naturam habet ab illis dependentem, ſeu nova veritas, quæ *theorema* vocatur. Ex hoc cum

Act. Erud. An. 1695. M. Maji.

multa poſſint concludi, quæ vel ſunt ſpeciales theorematis caſus, vel immediate ex ipſo ſequuntur, hæc *corollaria* dicuntur; ea vero quibus ordinis ratio vel ad intelligentiam faciliorem neceſſaria traduntur, *ſcholia* vocantur. Demonſtratur etiam eum, qui veritates quascunque ſeu theoremata eruendi viam cognovit, quælibet etiam reſolvere poſſe *problemata*, ipſaque methodus ſolvendi traditur illuſtrata exemplis Mechanicis, Staticis, Geometricis, Phyſicis, regulæque, quas Dn. *Des Cartes* in methodo ſua exhibuit, explicantur. Tandem ut veritatis inquiſitio exiguo cum labore perficiatur, recenſentur impedimenta, quæ remoram nobis objiciunt, eorumque origo explicatur, & quomodo remedia tum ex bona methodo, tum aliunde ſint petenda, oſtenditur. *Primum* ex illis eſt error, quo falſa pro veris admittimus, ab imaginatione ducens originem, ut exemplis quoad entia imaginabilia, rationalia & realia docetur; contra quem remedium ſitum eſt in intellectu, qui nihil admittere debet, niſi quod concipi poteſt, adjuvandusque eſt ab imaginatione bene directa per voces, characteres, motum & experientias externas. *Secundum* impedimentum eſt, quod ea quæ cognita ſunt, & facilia nobis videntur, non magni facimus, nec diu ad ipſa attendimus; quod removeri poteſt, ſi perpendamus, ex facillimis difficillima eruenda eſſe, & cognitionem generale m ſpeciali multo eſſe præſtabiliorem. *Tertium* impedimentum eſt, quod ſemper nimis curioſe quærimus, num veritas aliqua ſit utilis, & niſi talis ſtatim adpareat, eandem parum æſtimamus; quod tolli poteſt, ſi recogitemus, ea quorum uſum jam non perſpicimus, profutura forſan poſteris, veritatemque per ſe expetendam eſſe, ſecus autem facientes viam ſibi præcludere ad utiliſſima quæque perveniendi. *Quartum* eſt indiſpoſitio quam in nobis interdum experimur, dum non ſemper æque apti ſumus ad veritatem inquirendam. Hoc minui quandoque aut tolli poteſt, ſi externa, unde oritur, removeantur; aut non multum nobis officit, ſi tempus illud, quo maxime nos aptos ad ſtudia ſentimus, bene collocemus. *Quintum* impedimentum in eo poſitum eſt, quod difficile eſt, mentem, quantum requiritur, habere attentam, ſi veritas ex pluribus aliis, quæ longa ſerie inter ſe nectuntur, ſit eruenda. Quod ut tollatur de medio, ſi difficultas fuerit realis, diſquiſitio in partes certas dividenda eſt, certumque cuivis tempus deſtinandum, atque eo tempus deſtinandum, atque eo tempore unice illi parti incumbendum. Si vero difficultas illa tantum ab imaginatione trahat ortum, intellectus genuina imbutus methodo auſcultandus eſt, imaginatio vero juvanda ſcriptura, qua cogitationes noſtras in char-

Sect. III. (margin, beside "in methodo ſua exhibuit")

Pag. 324. (margin, beside "utiliſſima quæque perveniendi")

chartam conjicimus, lectioneque librorum egregiorum, maxime autem omnium a teneris educatione cum ratione inſtituta. Quæ cum maximi ſit momenti, atque in eo præcipue conſiſtat, ut imprimantur imaginationi puerorum notiones *decori* & *indecori*, *veri* & *falſi*, *boni* & *mali*, quo modo fieri debeat, dilucide exponitur. *Ultimum* impedimentum eſt, quod commoditate ſumtibuſque ſæpe deſtituimur ad ea, quæ in veritatis inquiſitione aſſecuti ſumus, in effectum deducendi; quod tamen ſuperari poteſt aliquo modo, ſi ſemper in ſtudiis propriam ſequamur inclinationem, quæ interna cujusvis & genuina eſt vocatio, ac deinde aliquid publicemus, quod ſperamus aliis placiturum, ut ipſi cognoſcant, quid de nobis ſperandum ſit, ſi ab aliis, ut decet, juvemur &c. Act.Erud. An. 1695. M. Maji.

In *tertia parte* monſtratur, in quo præcipue Objecto perſcrutando vitam ſuaviter & cum maximo oblectamento conſumere liceat. Nimirum ea præcipue tractanda ſunt ſtudia, ad quæ proprio quaſi naturæ inſtinctu ferimur, ita tamen ut non omittatur *Matheſis*, in qua inprimis obſervari poteſt, quomodo a ſimpliciſſimis incipiendum, & gradatim ad magis compoſita ſit pergendum. Inprimis autem *Phyſicæ* navanda eſt opera, ſive elaborandum, ut acquiramus nobis ſcientiam univerſi a priori demonſtratam, & evidentiſſimis experientiis ipſam imaginationem convincentibus a poſteriori roboratam, quam præſtantiſſimam omnium maximeque delectabilem eſſe illuſtris Auctor multis argumentis comprobat. Hæc ea, qua licuit brevitate de *Medicina mentis* recenſere viſum nobis fuit. Pag. 235.

Quandoquidem autem ſapienti cura ſanitatis tuendæ non eſt negligenda, ſed adverſa valetudo inter maxima impedimenta veritatis inquirenda referenda eſt, hinc peculiari opuſculo, cujus titulus *Medicina corporis*, exponit Illuſtris Auctor quæ ad ſanitatem cum conſervandam tum recuperandam ipſi conducere viſa ſunt, ita tamen ut non pro demonſtrationibus hæc venditet, ſed cogitationibus valde probabilibus, ab ipſa experientia confirmatis. In *prima* autem *parte* oſtendit, quomodo, licet ſtrictæ alicui diætæ non adeo ſcrupuloſe inhæreamus, valetudinem poſſimus integram conſervare. Quem in finem ſuadet (1) ut naturam noſtram, dum viribus adhuc valemus, adſueſaciamus ad omnia, quæ hac in vita contraria nobis obtingere poſſunt perferenda, eaque non tantum mediocria, ſed etiam modum, non tamen nimis, excedentia, v. g. ſitim, famem, aliqualem cibi potuſque copiam, varietatem & vilitatem, frigoris æſtusque injuriam, laborum moleſtiam, & id genus alia. Porro ne impingamus in diæta, & noxios cibos ab utilibus poſſimus diſcernere, monet

(2)

(2) cibos, antequam aſſumuntur, non eſſe prælibandos, ad explorandum utrum conducant nec ne; opus etiam non eſſe, ut reminiſcamur an palato antehac fuerint grati; ſed eorum ſaporem absque ullo ſeu prægustu ſeu reſpectu ad præterita habito bene nobis imprimendum, non aliter ac ſi ad eos comedendos jamjam accingeremur: tunc enim ſi internum aliquem apud nos appetitum perſenſerimus, eos corpori maxime ſalutares, contra vero ſi nauſea oboriatur, maxime noxios futuros, imo quo major ſeu appetitus ſeu nauſea fuerit, eo magis ſive profuturos, ſive obſfuturos. Quoniam autem cujusvis non eſt, ad ea, quæ in ſe fiunt, accurate attendere, oſtenditur (3) in edendo & bibendo ſatis inordinate nos poſſe procedere, abſque ullo repentini alicujus damni ſubſecuturi indicio, dummodo ea, quæ guſtui valde inter ſe diſcrepantia videntur, (v. g. humida & ſicca, pinguia & macra) inter edendum alternatim commutemus, ut juſta quaſi ex iis temperatura exurgat, aut ſi ſentimus ex alterutro illorum, quæ ſibi ratione ſaporis contraria videntur: nimium nos comediſſe, talia quæ priori vel ex parte vel omnino contraria ſunt ſuperaddamus, ut exceſſus aliquo modo corrigatur. (4) Quamvis autem corpus ad contraria quævis perferenda adſuefaciendum ſit, ſummopere tamen cavendum eſt, ne ab uno contrario ad alterum ſtatim præruamus, (v. g. vehementi ſudore diffluentes frigido nos exponamus aëri,) ſed ſi vel maxime ad illud cogamur, gradatim tamen & pedetentim ad illud tranſeamus.

Pag. 236.

In parte ſecunda exponitur, quænam ſint ſigna non præſentis ſed ingruentis morbi, & quomodo repelli poſſit. Signa ergo certiſſima morbi adventantis cum ſint membrorum gravitas inconſueta, appetitus proſtratus, virium in ordinariis negotiis peragendis deſatigatio, conſultum judicatur (5) ut attendamus ad nos ipſos, an agilitas membrorum omnium corporis noſtri diminuatur, graviaque ipſa nobis videantur, licet jejuni ſimus, vel modico ſolum cibo uſi; & hoc obſervato, quia in corpore noſtro plus tunc eſt nutrimenti quam opus eſt, ſuperfluum ſudore excernamus. (6) Ut accumbentes menſæ cibis inſtructæ, ſi horum præſentia nos licet impaſtos aut plane non, aut tam parum invitaverit, ut omni plane cibo abſque ulla violentia carere poſſimus, eos ſolito minus copioſe aſſumamus, tempore vero inter prandium cœnamve medio ab illis plane abſtineamus, de cætero corpus externo motu frequentius, quam conſuevimus, exerceamus: ubi autem non tantum appetitus carentiam, ſed etiam averſionem ſive nauſeam ciborum ſenſerimus, a victu per unum diem plane ceſſemus, poſtea vero modico paſtu nutritionem incipiamus,

mus, pro ratione appetitus nos incitantis, ſudore etiam calori interno aliquantiſper ſubveniamus. (7) Ut cum iis, quibus maxime aſſueti ſumus, utimur, & quidem abſque ulla feſtinatione, inconſuetam tamen inde fatigationem provenire experimur, rationem ineamus, an ea indies aut etiam celerius augeatur, idque ſi fiat, non nectamus moras, uſque dum malum adeo creſcat, ut decumbere cogamur, ſed illico minus cibi aſſumamus, vitemus illos qui nauſeam nobis cient, uſurpemus contra ad quos appetitus nos maxime trahit, noctu vero obtecto corpore ſolitoque magis cooperti cubemus, quo melius omnia membra foveantur, illudque tamdiu continuemus, donec reſtaurari vires cœperint. Act. Erud. An. 1695. M. Maji.

In tertia parte quomodo valetudo amiſſa ſit recuperanda, & quænam maxime ſecura ſint remedia, oſtenditur ſequentibus regulis: (8) Cum in eo jam ſumus ſtatu, quo continuas debilitates & dolores ſentimus, omnia negotia ſunt intermittenda. (9) Curandum eſt, ut ægrotus verſetur in aëre tranquillo, ſubcalido, nullo forti odore, qui ipſi moleſtus eſt, repleto; ſique aliquamdiu morbus duraverit, expulſo veteri aëre novus in locum, in quo ægrotus decumbit, eſt intromittendus, & totum conclave repurgandum. (10) Ab omni cibo potuque, quantum poſſibile eſt, ægrotus abſtineat, horis etiam paſtui deſtinatis, ſi ciborum non appetitum, ſed averſionem ab illis ſentiat, nihil eorum aſſumat. Juvat tamen eos præparatos coram intueri, alioſque eos comedentes ſpectare. Quod ſi tunc appetitus oriatur, edere quidem licebit ſed modice, & non niſi ea quæ bene calida, facilis digeſtionis, nobiſque ordinaria ſeu ut plurimum uſitata fuerunt. Ubi vero ſingularis & extraordinarius certi alicujus cibi, licet alias inuſitati, appetitus in ægro fuerit excitatus, ſatisfaciendum ei quidem eſt, ſed non niſi horis ad paſtum ordinarium deſtinatis; nec illius magna nimis copia eſt aſſumenda. (11) Quamvis priſtinus jam vigor redire cœperit, morboque nos liberatos ſentiamus, domi tamen per biduum vel triduum manendum eſt, publiciſque abſtinendum negotiis, donec de plena ſanitatis reſtitutione ſimus certiſſimi. Hinc ad conſueta redeundum negotia, ſed adhibita mediocritate. Si recruduerit morbus, eoque res proceſſerit, ut decumbens exſpiraſſe videatur, non ideo pro mortuo habendus eſt, maxime ſi dolores, quos perpeſſus fuit æger, vehementiſſimi fuerint, neque ille diu ægrotavit; ſed membra ejus, ſi nondum obriguerint, fovenda ſunt calore, ut quamdiu aliqua adhuc ſpes eſt, illa modis omnibus ſuſtineatur. Pag. 237.

Hæc ergo ſunt quæ Celeb. Auctor de communibus illis morbis, qui ex victu quem capimus originem habent, commemoranda duxit, plurimis ab ipſo experimentis declarata & rationibus

A. Erud. An. 1695. M. Maji. bus confirmata. Nam ad rara & inſolita ſymptomata quod attinet, generalem tantum in *appendice* oſtendit modum in illis feliciter cum ſucceſſu procedendi. Neceſſarium enim judicat (1) ut Anatomiæ probe addiſcendæ, iiſque quæ in ea adhuc latent accurate explorandis operam demus. (2) Ut ex membri læſi natura, modoque quo læſum fuit, videamus, num poſſibile ſit abſque medicamento curationem aggredi. (3) Si cognoſcatur, abſque externorum medicamentorum applicatione nihil obtineri poſſe, ea adhibenda cenſet remedia, quæ rationi valde conſentanea videntur, aut ſi talia excogitari facile non poſſint, ſaltem Pag. 238. ea, quæ evidens & ſenſibile auxilium ferant, & quæ ſimpliciſſima ſint; & poſtquam ex iis aliquod in uſum vocatum fuit, huic unice inhærendum, ad perfectum uſque curæ terminum, niſi ſana forte ratio aliud quippiam clare docuerit.

BERNHARDI NIEWENTIIT

Conſiderationes circa analyſeos ad quantitates infinite parvas applicatæ principia, & calculi differentialis uſum in reſolvendis problematibus Geometricis.

Amſtel. apud JOH. WOLTERS, *1694. 8. plag. 3.*

Pag. 272. EXponit hoc libello Cl. Auctor difficultates, quibus urgeri videtur calculus infiniteſimalis, ſeu arithmetica analyſiſque infinitorum. Cujus fundamenta cum tradiderint Cl. Barrovius & Celeb. Newtonus, ea primum examinat. Et in Barrovio quidem præcipue hoc deſiderat, quod ex ejus principio ſequatur, quantitatem infinite parvam ſemel acceptam nihilo æquivalere, atque hinc inter duas quantitates infinite parvas, vel nullam, vel æqualitatis eſſe rationem; in Newtono vero, quod afferat, eas quantitates ultimo æquales fieri, quæ dato tempore ad æqualitatem conſtanter tendunt, ita ut differentia fiat quavis data minor, cum tamen non demonſtret, figuras propoſitas ad æqualitatem conſtanter tendere, neque ad æqualitatem ſufficiat, ut differentia fiat quavis data minor, ſed requiratur ut ſit nulla. Ab his pergit ad calculum differentialem illuſtris Leibnitii, & inprimis in dubium vocat differentiationes repetitas, lemmatiſque Newton. 2. lib. II. demonſtrationem. Exemplis etiam, quæ a Celeb. Leibnitio, & Clariſſimis Bernoulliis, quorum illi acutiſſimam inventionem, his propagationem indefeſſam hic calculus

culus debet, in Actis Eruditorum Lipſienſibus paſſim propoſita ſunt, utitur ad nectenda dubia contra hujus calculi uſum, eumque non ad omnes curvas promiſcue adhiberi poſſe cenſet. Quæ tamen eum in finem ſe attuliſſe profitetur, ut celeberrimos Viros ad difficultates propoſitas amoliendas, & ſua, quæ etiam nunc ſe premere ſignificant, publico indulgenda inſtigaret, non vero ut analyſin infinitorum convelleret; cum ipſe eadem utatur, ſed ſuperſtructa principio firmiſſimo, ex quo omnium Geometrarum ſibi nota principia ad curvilineorum menſuras adhibita poſſit derivare, difficultates contra Barrovii Newtonique methodos motas tollere, terminos in infinitorum analyſi nihilum deſignantes ab infinite parvis & adhuc inter entia numerandis infallibili criterio diſcernere, & contra doctiſſimum Cluverum ſolide oſtendere, fruſtra nihilum non fingi a Geometris, ſed non quanta, licet inter quantitates infinite parvas, ſeu eas quæ ſua natura in infinitum minuantur, non ſint quærenda, ex proprietate tamen hiſce peculiari neceſſario emergere. Primum autem differentiationum principium non ex differentiæ, ſed ex ipſa indeterminabilitatis natura petendum eſſe exiſtimat, mentemque ſuam procul dubio exponet dilucidus in ſuis Elementis analyſeos infinitorum, quæ maximam jam partem impreſſa eſſe ſignificat.

Ed. Erud. An. 1695. M. Junii.

Pag. 273.

EXCERPTA

EX COMMENTARIIS MATHEMATICO-PHYSICIS

Academiæ Scientiarum Pariſienſis,

menſ. Jun. & Jul. A. 1693. pag. 98. 128.

CUm, qui Majo anni *1693.* menſe ab illuſtri illa Academia editi ſunt commentarii, ad manus noſtras propter impedita nimis commercia non pervenerint, paucis recenſebimus, quænam comprehendantur in illis, quæ ſequentibus duobus ejuſdem anni menſibus prodierunt. Ac primum quidem comparet illuſtriſſimi *Marchionis Hoſpitalii* ſolutio *Problematis Bernoulliani*, exhibita jam in Act. Erud. A. 1694. p. 9. Porro recenſentur experimenta a *Dn. Homberg* circa *germinationem plantarum* inſtituta, ex quibus colligitur, neque elaterem aeris, nec ejus pondus, eſſe principalem cauſam germinationis plantarum, cum ipſa quoque fiat in vacuo; nihilominus tamen aerem eſſe accidentalem ger-

Pag. 281.

Act.Erud. An. 1695. M. Junii.

minationis cauſam, cum de eadem quantitate ſeminum ejusdem ſpeciei, quorum nonnulla vacuo incluſa, alia in aëre libero relicta, longe major numerus in aëre, quam in vacuo, progerminarit. Cujus phænomeni hanc rationem veriſimilem reddit Hombergius, quod aer ſementi incluſus, & preſſione externi aeris in vacuo liberatus, ſe magna vi expandat, & plerumque laceret vaſcula nutrimento vehendo & diſtribuendo deſtinata. Dominus *Varignon* perſequitur doctrinam de *acceleratione motus*, regulamque ſuam generalem ad omnes hypotheſes poſſibiles applicat. Dominus *Caſſinus* autem accurate diſquirit, utrum *mutatio* aliqua facta fuerit *in poli altitudine* aut Solis curſu, contendens inter ſe celeberrimorum Aſtronomorum vetuſtiſſimas pariter atque recentiſſimas obſervationes, nec non ſuas, quas in obſervatorio Regio fecit, quæ ab omni variatione non ſunt immunes. Quibus omnibus tamen perpenſis in ea eſt ſententia, non ſolum hiſce ultimis temporibus nullam extraordinariam mutationem factam eſſe, neque in altitudine poli neque in altitudinibus Solis meridianis, ſed etiam cœlum omni tempore in eodem fuiſſe ſitu reſpectu terræ, quo jam uſque a ſeculo integro fuiſſe deprehenditur. Credibile enim eſt omnes variationes, quæ afferri poſſunt, a pluribus defectibus oriri, qui in obſervationibus occurrunt.

Pag. 282.

Nam (1) Variationes illæ provenire poſſunt ex defectu inſtrumentorum, quibus obſervatio peragitur. Certum enim eſt, illa ſubinde alterationes ſenſibiles pati, quarum cauſa eſt imperceptibilis; unde opus eſt, ut rectificentur ſæpe & corrigantur.

(2) Oriuntur etiam quandoque a difficultate, quæ occurrit in æſtimandis minutorum partibus, quando non terminantur altitudines in minutis integris, aut quibusdam partibus aliquotis, v. g. dimidio, parte tertia, aut quarta, &c. ſed fere incommenſurabilibus.

(3) Poteſt etiam earum pars tribui refractionibus irregularibus, quæ in aëre fiunt, præcipue in obſervatorio regio, quod in meridiana regione magnæ urbis ſitum eſt, cujus ignes diverſimode poſſunt aërem rarefacere, per quem tranſeunt radii ſtellarum ſeptentrionalium. Id quod eo magis credibile fit, quia Caſſinus huc uſque non reperit tantum variationis in altitudinibus ſolſtitialibus, quæ capiuntur in parte auſtrali, quam in poli altitudinibus, quæ in boreali explorantur.

(4) Quemadmodum ſubinde ſenſibilis eſt variatio in directione magnetis, ita fieri poteſt, ut aliqua mutatio contingat in directione fili perpendicularis inſtrumentorum, & hæc mutatio magis fit ſenſibilis in certis terræ locis, quam in aliis.

Tan-

Tandem, quod ad obſervationes antiquas attinet, cum notum ſit, veteres obſervaſſe inſtrumentis rudibus, ſi comparentur cum his, quæ jam ſunt in uſu, non attendiſſe ad refractiones & parallaxes, neque etiam ab aliis quibusdam circumſtantiis ſibi caviſſe, quæ errorem parere poſſunt in obſervando, quaſque experientia jam cognoſcere & evitare docuit; mirandum non eſt, differentias inveniri conſiderabiles inter illorum obſervationes, & eas quæ ſeculo abhinc factæ ſunt. Act. Erud. An. 1695. M. Junii.

Quod ſi ergo cuilibet illarum cauſarum portio ſua aſſignetur, quæ eidem competit de differentia, quæ reperitur in obſervationibus: parum certe reſtabit, quod poſſit attribui mutationi reali, quæ contigerit in ſitu cœli reſpectu terræ, aut motu aſtrorum; magiſque conſentaneum eſt rationi referre hanc differentiam ad cauſas illas accidentales potius, quam ad mutationem veram in cœlo, & irregularitatem, quæ non debet præſumi ſine argumentis convincentibus. Pag. 283.

Nihilominus maxime probabile eſt, ſucceſſu temporis *vere parvam* quandam *variationem in altitudine poli accidere;* illa tamen ſe reſtituit deinceps in ordinem, nec duo minuta excedit. Neque enim durante hoc ſeculo mutatio deprehenſa eſt, quæ foret duorum minutorum.

Credit quoque Dominus Caſſini, ſæpe *variationem quandam* contingere *in altitudinibus ſolſtitialibus* apparentibus, quam primum obſervavit Bononiæ A. 1655., & deinde quoque in obſervatorio regio, ſed quæ tamen paucorum eſt ſecundorum & brevi ad regularitatem redit.

Maximi autem momenti eſt in Aſtronomia noſſe, quantus præciſionis gradus poſſit attingi in altitudine poli invenienda. Si enim cognitum fuerit, quæcunque cura adhibeatur, nos non poſſe eſſe certos de altitudine poli, niſi quoad minutum circiter dimidium, non adhibenda illa erit, niſi magna cum circumſpectione, in operationibus, quæ requirunt magnam exactitudinem, e. g. in indaganda parallaxi planetarum Luna ſuperiorum, & determinanda hora ſolſtitii: in calculo enim error paucorum ſecundorum valde conſiderabilis eſt. Adhiberi autem poterit majori cum confidentia in inquiſitionibus minus delicatis, v. g. ad ſtabiliendas declinationes aſtrorum, & inveniendam horam per altitudinem ſtellarum. Sine omni vero ſcrupulo in uſum vocari poteſt in geographia & navigatione, quoniam differentia dimidii minuti in altitudine poli non poteſt gignere errorem majorem quarta leucæ parte, qui conſiderari non meretur, niſi quando charta conficitur loci non admodum ampli; quo in caſu potius recurrendum eſt ad dimenſionem actualem,

Act. Erud. An. 1695. M. Junii.

quam ad obſervationes poli altitudinum. Tandem Dominus *Homberg* experimentis reiteratis cognovit, *gravitatem aeris ad gravitatem aquæ* eſſe ut 1. ad 800., & corpora nonnulla, v. g. lignea, eburnea in vacuo ſuſpenſa leviora fieri, quoniam particulæ quædam ob ſublatam aëris externi preſſionem & interni expanſionem liberius exſpirant, & corporis pondus minuunt.

THOMÆ CEVÆ E SOC. JESU

INSTRUMENTUM

Pro Sectione cujuſcunque anguli rectilinei in partes quotcunque æquales.

Mediolani apud Ambroſium Ramellatum, 1695. *in* 12. *Plag.* 1.

Pag. 290. DUo ejusdem libelli ad nos exempla eodem tempore pervenerunt, quorum alterum illuſtriſſimo Comiti *Mediobarbo Birago*, alterum celeberrimo *Magliabechio* debemus. Cum vero breviſſimus ille ſit, nec in officinis noſtris proſtet, integrum eum huc tranſcribendum duximus, ne ipſa quidem, cum occaſionem invento ab excellentiſſimo Imperatore bellico ſuppeditatam aperiat, dedicatione omiſſa. Etſi enim non niſi excerpta e libris dare conſueverimus, iſtum tamen morem quin aliquando certis id cauſis ſuadentibus migremus, quid impedit? Sequitur ergo opuſculum ipſum ad verbum deſcriptum.

EXCELLENTISSIMO DOMINO D.

DIDACO PHELIPPEZ DE GUZMAN,

Marchioni de Leganes &c. Mediol. Gubernatori &c.

Domino ſuo benigniſſimo

THOMAS CEVA E SOC. JESU.

Pag. 291. *TRiſectionem anguli (ut optime noſti, Princeps eruditiſſime) Pappus per hyperbolam, Clavius per lineam conchoideos, nonnulli per parabolam, alii aliter attentando abſolvere conati ſunt; ſectionem vero ejusdem in quavis data ratione, per quadratricem & ſpi-*

ſpiralem veteres perfecere. Qui vero geometrice alterutrum executus fuerit, inventus eſt nemo: nec præſtat inveſtigando operam perdere, quod videlicet ex his alterum inter problemata, quæ vocant ſolida, alterum vero inter linearia cenſeatur. Itaque, quod tentari utiliter poſſit, illud unum reliquum eſt, ut res iſta organice, & quidem praxi facillima, expediatur. Idque mihi videor aſſecutus inſtrumento excogitato, quod ſuperiori anno Excellentiæ Tuæ obtuli, cujus ſtructura ad ſectionem anguli rectilinei in partes quotvis æquales extendi poteſt; atque hoc typis excuſum, Tibi, præſtantiſſime Dux, meorumque ſtudiorum Mæcænas humaniſſime ac beneficentiſſime, pronus ſiſto: immo tibi acceptum refero. Meminiſti ſiquidem, ea die, qua mihi aditus ad te primum patuit, poſt multa de Matheſi, aliisque pulcherrimis ſcientiis a te dicta, tandem de triſectione anguli ſermonem injectum fuiſſe; quo ſuper, artificium quoddam, in Belgio (ſi bene memini) inventum, oſtendiſti, lineæ conchili veterum haud diſſimile. Tantam vero tamque inuſitatam comitatem humanitatemque, cum eruditione bonarumque artium ſtudio conjunctam, in ſummo clariſſimoque Duce, ita ſum admiratus, eademque perculſus, ut ex illo rem mecum diu volutans, ſi quid dignum auſpiciis tuis forte invenirem, hunc tandem qualemcunque commentandi fructum nactus ſim, teſtimonium animi erga te obſequentiſſimi. Ne vero occupatum curis gravioribus diutius teneam, demonſtrationem, uſum, conſtructionemque paucis ſubjicio: ſimulque operi tenuiſſimo veniam precor; cui, ut aliquid addam, (parum tamen addo) me ipſum adjicio, Tuæque, Excellentiæ famulum addictiſſimum dedico. Act.Erud. An.1695. M.Junii.

Triſectio Anguli Rectilinei.

Circino *dmo* (*Fig.* 1.) affigatur alius circinus *zbp* contrarie poſitus, efficiaturque rhombus *mzbp*, qui circa vertices, ſive centra *m*, *z*, *b*, *p* aperiri ac reſtringi poſſit; ſitque *md* ſive *mo* ad minimum tripla ipſius *mz*, ſive *mp*. Sit jam (*Fig.* 2.) propoſitus angulus *cbx* trifariam dividendus. Reſecentur lineæ *bc*, *bx* æquales ipſi *mz*. Centrum deinde inſtrumenti *b* acu defigatur in vertice *b* ejuſdem dati anguli *cbx*; reſtringanturque ambæ regulæ *md*, *mo*, donec tranſeant per puncta *c*, *x*, excipiantque intervallum *cx*. Dico angulum *cmx* eſſe tertiam partem dati anguli *cbx*. Producatur diameter *mb* indefinite. Cum duo triangula *mzb*, *zbc* ſint ex conſtructione iſoſcelia, erit angulus externus *czb*, ſive *bcz* duplus anguli *zmb*; ideoque, cum angulus externus *cbs* ſit æqualis angulo interno *cmb* ejuſque duplo *bcm*, erit triplus anguli *cmb*. Similiter angulus *sbx* demonſtrabitur triplus anguli *bmx*, ideoque totus *cbx* triplus TAB. II. Fig. 1. Fig. 2. Pag. 292.

 plus totius *cmx*. Quare angulus *cmx* tertia pars erit dati anguli *cbx*. Quod erat &c. Hinc ſumpta diſtantia *pz* dabit ſubtenſam tertiæ partis arcus *cx*; idemque præſtabimus, ſi deſignentur duæ lineæ juxta *zc*, *px*, vel in iisdem notentur utcunque duo utrinque puncta, quæ deinde, ſublato inſtrumento, continuentur.

Sectio anguli rectilinei in quotvis partes æquales.

Fig. 3. SIt jam (*Fig.* 3.) datus angulus *som* dividendus in quinque partes. Addatur priori rhombo alter rhombus priori æquilaterus eodemque modo verſatilis; ita tamen, ut, dum una cum rhombis clauditur inſtrumentum, poſſint vertices *x*, *z*, libere fluere verſus *e*, *f* juxta coſtas utriusque regulæ *ae*, *af*, vel per canaliculum intra easdem excavatum; ſitque *ae*, ſive *af* ad minimum quintupla ipſius *ab*. His poſitis, reſecentur *os*, *om* æquales ipſi *ab*. Centro deinde inſtrumenti *o* defixo, uti ſuperius, in vertice *o* dati anguli *som*, ita reſtringantur ambæ regulæ *ae*, *af*, ut excipiant intervallum *sm*. Dico angulum *sam* eſſe quintam partem dati anguli *som*. Producatur diameter *ad* indefinite, quæ tranſibit etiam per *o*: ſunt enim anguli *xdo*, *zdo* æquales, cum demonſtrati ſint triplices angulorum æqualium *bad*, *cad*, ideoque erit *do* diameter rhombi *dxoz*. His poſitis, cum angulus *xdo*, ſive *xoa* ſit, ut oſtendimus, triplus anguli *xao*; externus autem *sxo*, ſive *osa* æqualis ſit interno *xao*, ejusque triplo *xoa*; erit idem angulus *osa* quadruplus anguli *sao*; ideoque externus *sop*, cum ſit æqualis interno *oas*, & ejus quadruplo *osa*, erit quintuplus ejusdem anguli *oas*. Similiter Pag. 293. & angulus *pom* erit quintuplus anguli *oam*; ideoque etiam totus *som* erit quintuplus totius *sam*; ideoque angulus *sam* quinta pars anguli *som*. Quod erat &c.

Quod ſi datus angulus in ſeptem partes ſit dividendus, addatur præterea alius rhombus eodem modo conſtructus; & ſic deinceps: eritque eadem praxis, & demonſtratio.

Corollarium.

ITaque ſi habeatur hujusmodi inſtrumentum compoſitum ex pluribus rhombis. (*Fig.* 6.) primus *ebzf* inſerviet pro triſectione, Fig. 6. ſi nimirum, collocato centro *z* in vertice dati anguli, ita reſtringatur inſtrumentum, ut latera *zx*, *zx* rhombi ſequentis congruant lateribus dati anguli. Secundus autem rhombus *zxkr* inſerviet pro ſectione in quinque partes, ſi nimirum, centro *k* eodem modo collocato in vertice dati anguli, ita reſtringantur regulæ *eb*, *eg*, ut latera ſequentis rhombi congruant lateribus dati anguli. Tertius

pro

Digitized by Google

pro diviſione in ſeptem, & ſic deinceps. Facilius etiam id exequemur, ſi, centro z fixo in vertice dati anguli, aptentur prius cruribus ejusdem dati anguli latera zr, zx; iisdemque digito preſſis atque detentis, reſtringantur regulæ eb, eg, donec utrinque contingant rotulas x, r. Idem dic, fixo centro k, pro ſectione in quinque, & ſic de cæteris. Habemus igitur artem, quæ extendi poſſit ad ſectionem dati anguli juxta quoscumque numeros impares, & conſequenter, per biſectionem, juxta quamcunque rationem in numeris datam. Satis tamen idoneum videtur inſtrumentum, ſi non excedat tres rhombos; quorum beneficio circulus in ſuos gradus exacte dividi, atque inter alia heptagonum, & enneagonum deſcribi facillime, nec non plurimæ æquationes analyticæ abſolvi poſſunt. Act.Erud. An. 1695. M. Junii.

Inſtrumenti modus.

FIgura quarta exhibet inſtrumentum pro triſectione: debet autem (*Fig.* 4.) rotula a ita limari in parte ſuperiori, rotula autem o ita limari inferius, ut, clauſo inſtrumento (quemadmodum in quinta figura apparet) altera alteri ſuperinduci, atque invicem committi poſſit. Figura ſexta exhibet inſtrumentum pro ſectione anguli in tres, & in quinque partes; idemque cavendum in rotulis b, f, r, x, quæ poſſunt invicem ſuperinduci, dum clauditur inſtrumentum. Centra rotularum æqualium b, x, n, & f, r, m, in rectis lineis eb, eg neceſſario conſiſtent. Centra autem rotularum z, k ſint perforata, ut, intromiſſa acu, collocari ac detineri poſſint in vertice dati anguli, ut opus fuerit. Quomodocumque autem reſtringatur inſtrumentum una cum rhombis, ſemper angulus bef erit ſubtriplus anguli xzr, & ſubquintuplus anguli nkm; & ſic deinceps. Quare labor triſectionis in eo poſitus eſt, ut rhombi angulus xzr fiat æqualis angulo dato. Similiter diviſio in quinque nihil aliud exigit, niſi ut angulus nkm fiat æqualis dato; & ſic de cæteris. Experientia vero feliciſſime ſucceſſit. Fig.4.5.6. Pag. 3,4.

Dum inſtrumentum aperitur ex pluribus rhombis compoſitum, primo rhombo excepto, cujus rotulæ f, b defixæ ſunt in regulis eb, eg, cæteri ſequentes manu attrahendi ſunt, ut eorundem rotulæ x, n, r, m adhæreant utrique coſtæ, earumque centra exiſtant in lineis rectis eb, eg. Ex rotulis n, m id quod punctis deſignatum eſt, reſecari poteſt.

Appendix.

ILlud denique, appendicis loco, addendum puto, quod dato angulo oap valde acuto (*Fig.* 7.) ſi intervallum quodcunque Fig. 7.

Act.Erud. An. 1695. M. Junii.

ab circino ſumptum transferatur ex *b* in *e*, ex *e* in *f*, ex *f* in *i*, ex *i* in *k*, ex *k* in *l*, ex *l* in *o*, &c. quoad fieri id poteſt; ducanturque ex ſingulis angulis ad latera oppoſita perpendiculares *bc*, *ed*, *fg*, *ib*, *kn*, *lm*, *op*; erit *bc* ſinus rectus anguli *a* ſimpli; *ed* ſinus rectus anguli *dbe* dupli; *fg* ſinus rectus anguli *feg* tripli; *ib* quadrupli, *kn* quintupli, & ſic deinceps: rectæ *ac*, *bd*, *eg*, *fb*, *in*, *km*, *lp*, complementa: *ae*, *bf*, *ei*, *fk*, *il*, *ko* chordæ: *ab*, *be*, *ef*, *fi*, *ik*, *kl*, *lo* ſinus toti invicem æquales. Quæ omnia cum ex circulo in triangulum ex ordine deducta ſint, ſervato ubique eodem ſinu toto; cumque inſuper triangula *abc*, *ade*, *agf*, *abi*, *ank*, &c. ſint invicem ſimilia, aliquid utilitatis & compendii trigonometriæ afferre poſſunt; quod ſatis ſit innuiſſe.

DNI. MARCHIONIS HOSPITALII

M. Julii. Pag. 307.

SOLUTIO PROBLEMATIS *propoſiti in Actis menſis Octobris anni 1694. pag. 80. una cum contractione ſimpliciſſima alterius cujusdam problematis generaliſſimi huic affinis.*

PAucis abhinc diebus ad nos uſque venerunt Acta menſis Octobr. anni 1694. in quibus reperi Problema circa methodum tangentium directam a Cl. Bernoullio Matheſeos profeſſore Baſileenſi propoſitum. Illico Problematis hujus ſolutionem inveni, ſtatimque mentem ſubiit aliud huic affine generaliſſimum. Utrumque his accipe.

Problema.

TAB. III. Fig. 1. *Datis tribus curvis Algebraicis*, G, H, I, *& quarta* K, *quam formant interſectiones rectarum* HK, IK, *tangentium curvas* H *&* I *in iisdem punctis, in quibus tangens curva* G *ipſas ſecat; Quærere tangentem quartæ* K.

Solutio.

Pag. 308. *Anal.* Fingatur ad curvam G tangens altera G*bi* quam proxima priori GHI, quæque attingat curvas H & I in punctis *b* & *i*, e quibus prodeant & aliæ tangentes *bk* & *ik* occurrentes ſibi mutuo in puncto *k*, quod (*hyp.*) erit ad curvam K. Tum ducta IR parallela ad H*b*, triangula fient ſimilia GH*b* & GIR, *bki* & RI*i*. Item ductis KO, KS, HP, *b*P, IQ, *i*Q, perpendicularibus ad tangentes

hk, *ik*, HK, *hk*, IK, *ik*, ſimilia pariter fient triangula KHO & HP*h*, Act. Erud. An. 1695. M. Julii.
KIS & IQ*i*, rectangula in O, *h*, *s*, & *i*; ſiquidem anguli KHO & HP*h* additi ſinguli ad eandem PH*h*, totidem rectos conſtituent, proindeque ſunt æquales: idemque dicendum de angulis KIS & IQ*i*.

His præmiſſis, ſit polygoni curvam H conſtituentis latus H*h* $= dv$; datæque ſint GH $= a$, GI $= b$, HK ſeu $hk = m$, IK ſeu $ik = n$, HP $= f$, IQ $= g$, (hic tanquam datas aſſumimus HP & IQ, eo quod ſint radii evolutarum, curvas H & I natura datas deſcribentium). Jam erit I. GH (a). GI (b) :: H*h* (dv). IR $= \frac{bdv}{a}$. II. *hk* (m). *ki* (n) :: RI ($\frac{bdv}{a}$). I*i* $= \frac{bnd}{am}$. III. HP (f). HK (m) :: H*h* (dv). KO $= \frac{mdv}{f}$. IV. IQ (g). IK (n) :: I*i* ($\frac{bndv}{am}$). KS $= \frac{bnndv}{agm}$. At ductis, a quovis puncto L tangentis KL, perpendicularibus LE, LF ad rectas HK, IK, manifeſto liquet triangula rectangula LKE & K*k*O, LKF & K*k*S, fore ſimilia; ſiquidem angulorum LKE & K*k*O, LKF & K*k*S differentiæ cum ſint infinite parvæ, nullæ ſunt. Ergo fiet LF. LE :: KS ($\frac{bnndv}{agm}$). KO ($\frac{mdv}{f}$) :: *bfnn*. *agmm*. Proindeque conſtat indolem eam eſſe tangentis KL, ut demiſſæ ab ejus puncto quovis L perpendiculares LF. LE ad rectas IK, HK, perpetuo ſint inter ſe in ratione data quantitatum *bfnn*, *agmm*, ita nempe ut ubique ſit LF. LE :: *bfnn*. *agmm*. Atque hinc ultro fluit conſtructio ſequens.

Conſtr. Ducatur HL parallela ad IK, quæque ſit $= \frac{agm^3}{bfn^2}$: Dico KL eſſe tangentem quæſitam. Nam ductis a puncto L perpendicularibus LF, LE ad rectas IK, HK, cum LM parallela ad HK, patet triangula rectangula LFM & LEH fore ſimilia; proindeque LF. LE :: LM ſeu HK. HL :: (conſtr.) *bfnn*. *agmm*. Ergo &c. Pag. 309.

Obſervandum diligenter conſtructionem hanc æque valere, ſive datæ curvæ G, H, I, ſint juxta mentem Authoris Algebraicæ, ſive etiam ſint illæ tranſcendentes ſeu mechanicæ, ita ut ſit generalior. En alteram multo ſimpliciorem, ſed quæ tantum eſt utilis cum curvæ H & I una componunt ſectionem conicam HAI. Etenim ducta per datum punctum G diametro AG, agatur TAB. III. Fig. 2.

Act. Erud. An. 1695. M. Julii. Fig. 3.

KL parallela applicatis hujus diametri, & ipſa erit tangens quæſita.

Porro hoc idem Problema materiam præbuit alterius huic affinis, ſed paullo difficilioris & univerſaliſſimi. Sit nempe data recta HI duas inter qualescumque curvas HI ita mobilis, ut eadem has utriusque punctis ſuis extremis H & I ſemper attingat. Jam ſi ex hiſce punctis illas ad curvas ducantur tangentes HK, IK, quæ occurſu continuo deſcribant tertiam curvam K; Quæritur ratio ducendæ tangentis hanc ad curvam K, v. gr. in puncto K.

Palam eſt, hoc ad ſuperius problema reducendum, ſtatim ac inventa fuerit natura curvæ G, quam ſingulis in poſitionibus tangit eadem recta HI. Proindeque hujus alterius problematis ſolutionem pendere ſolum ab inventione puncti contactus G in recta HI, pro dato hujus rectæ ſitu inter curvas H & I. Quæ ſolutio fit ſane prolixa, dum ea rationibus menti primum obviis inquiritur, ut egomet ſum expertus; at brevis & facillima ratione ſequenti.

Ducta KC perpendiculari, ad HI, ubi neceſſe productam, aſſumatur IG=HC: Dico punctum G rectæ HI eſſe ad curvam G, ſeu curvam hanc in puncto G tangi a recta HI.

Atque hinc ſequitur fore ſemper, vel puncta C & G ſimul inter curvas H & I, vel haſce curvas inter puncta C & G, vel denique hæc in illis.

Præterea ſi lineæ H & I rectæ ponantur, convenientes inter ſe ad angulum rectum, pariter liquet curvam G eam ipſam eſſe quam definivit Clar. *Johannes Bernoullius* in Actis ann. 1692. pag. 368. cujus etiam *Bernoullius* alter Profeſſor doctiſſimus, mentionem habet in Actis ſupra citatis; adeo ut iſtud eorum problema ſpecialiſſimus duntaxat hujuſce noſtri caſus ſit.

Pag. 310.

G. G. L.

RESPONSIO AD NONNULLAS DIFFICULTATES,

a Dn. BERNARDO NIEUWENTIIT

Circa methodum differentialem ſeu infiniteſimalem motas.

EGregii Geometræ Batavi Domini *Bernardi Nieuwentiit* tractatus duos novos circa calculum differentialem, & Analyſin infinite parvis utentem, nuper miſſu alterius, ut apparet, doctiſ-

doctiſſimi Geometræ, *Dn. I. Makreel*, autoris juſſu accepi. Itaque cum a me pluribus in locis difficultatum quarundam ſolutio humaniſſime petatur, operam reipublicæ literariæ debitam defugere nolui, tametſi ſumma tantum capita attingere tot aliis diſtractus, nunc quidem poſſim. Ad tria potiſſimum res redit: *methodum meam calculi differentialis & ſummatorii, laborare communi cum aliis difficultate, quod ſcilicet quantitates infinite parvæ abjiciantur, quaſi eſſent nihil*; ſecundo, *hanc methodum non poſſe applicari ad curvas, in quarum æquatione indeterminata ingreditur exponentem*: tertio, *tametſi meus calculus differentialis primi gradus ſuſtineri poſſit; differentias tamen inferiores, ſecundi, tertii & aliorum graduum, ut* ddx ſeu $d^2 x$, dddx *ſive* $d^3 x$, *& ita porro, non poſſe conciliari cum principio clariſſimi Autoris*, quo tamen ſolo Geometriam hanc ſtatuminari poſſe arbitratur. Specialia nonnulla, quæ *Hoſpitalianis*, *Bernoullianis* & *meis* objicit, nunc non attingo, cum illuſtriſſimus *Marchio Hoſpitalius*, & ingenioſiſſimi *Fratres Bernoullii* tot præclara inventa ſua optime tueri poſſint. Act. Erud. An. 1695. M. Jul.

Quod ad *primam objectionem* attinet, clariſſimus Autor hanc in præfatione Conſiderationum ponit enunciationem, quam liquidiſſimæ veritatis eſſe autumat: *Solæ eæ quantitates æquales ſunt, quarum differentia nulla eſt, ſeu nihilo æqualis*. Et in *Analyſi curvilineorum, ſub initium axiom. 1. pag. 2. Quicquid toties ſumi, hoc eſt per tantum numerum* (etiam infinitum, ſic enim intelligit) *multiplicari non poteſt, ut datam ullam quantitatem, ut ut exiguam, magnitudine ſua æquare valeat, quantitas non eſt, ſed in re Geometrica merum nihil*. Hinc quia in æquationibus pro tangentibus inveſtigandi, Maximisque & Minimis (quam Dn. *Autor Barrovio* tribuit, primus tamen, ni fallor, *Fermatius* uſurpavit) remanent quantitates infinite parvæ, abjiciuntur autem earum quadrata, vel rectangula; hujus rei rationem ex eo ducit, quod quantitates ipſæ infinite parvæ ſeu infiniteſimæ ſunt aliquid; quoniam per numerum infinitum multiplicatæ quantitatem datam (id eſt, ordinariam vel aſſignabilem) efficiunt, ſecus autem ſe habere earum rectangula vel quadrata, quæ proinde ex axiomate præmiſſo ſint merum nihil. Ego quidem fateor magni me eorum diligentiam facere, qui accurate omnia ad prima principia uſque demonſtrare contendunt, & in talibus quoque ſtudium non raro poſuiſſe; non tamen ſuadere, ut nimia ſcrupuloſitate arti inveniendi obex ponatur, aut tali prætextu optime inventa rejiciamus, nosque ipſos eorum fructu privemus; quod & olim Patri *Gottignies* & diſcipulis ejus circa Algebræ principia ſcrupuloſis inculcavi. Cæterum æ- Pag. 311.

Act. Erud. An. 1695. M. Julii. qualia eſſe puto, non tantum quorum differentia eſt omnino nulla, ſed & quorum differentia eſt incomparabiliter parva; & licet ea Nihil omnino dici non debeat, non tamen eſt quantitas comparabilis cum ipſis, quorum eſt differentia. Quemadmodum ſi lineæ punctum alterius lineæ addas, vel ſuperficiei lineam, quantitatem non auges. Idem eſt, ſi lineam quidem lineæ addas, ſed incomparabiliter minorem. Nec ulla conſtructione tale augmentum exhiberi poteſt. Scilicet eas tantum homogeneas quantitates comparabiles eſſe, cum *Euclide lib.* 5. *defin.* 5. cenſeo, quarum una numero, ſed finito, multiplicata, alteram ſuperare poteſt. Et quæ tali quantitate non differunt, æqualia eſſe ſtatuo, quod etiam *Archimedes* ſumſit, aliique poſt ipſum omnes. Et hoc ipſum eſt, quod dicitur differentiam eſſe data quavis minorem. Et *Archimedeo* quidem proceſſu res ſemper deductione ad abſurdum confirmari poteſt. Quoniam tamen methodus directa brevior eſt ad intelligendum, & utilior ad inveniendum, ſufficit cognita ſemel reducendi via poſtea methodum adhiberi, in qua incomparabiliter minora negliguntur, quæ ſane & ipſa ſecum fert demonſtrationem ſuam ſecundum lemmata a me *Febr.* 1689. communicata. Et ſi quis talem æqualitatis definitionem rejicit, de nomine diſputat. Sufficit enim intelligibilem eſſe, & ad inveniendum utilem; cum ea, quæ alia magis in ſpeciem rigoroſa methodo inveniri poſſunt, hac methodo ſemper non minus accurate prodire ſit neceſſe. Itaque non tantum lineas infinite parvas ut dx, dy pro quantitatibus veris, in ſuo genere aſſumo, ſed & earum quadrata, vel rectangula $dxdx$, $dydy$, $dxdy$, idemque de cubis aliisque altioribus ſentio; præſertim cum eas ad ratiocinandum inveniendumque utiles reperiam. Nec profecto video, quomodo *doctiſſimus Autor* in animum ſuum inducere potuerit, ut ſtatueret, lineam ſeu latus dx eſſe quan-

Pag. 312. titatem, at quadratum vel rectangulum talium linearum eſſe nihil. Licet enim hæ quantitates infinities infinitæ parvæ, numero infinito primi gradus multiplicatæ, non producant quantitatem datam ſeu ordinariam; faciunt tamen hoc multiplicatæ per numerum infinities infinitum, quem rejicere par non eſt, ſi numerum infinitum admittas; prodibit enim numero infinito primi gradus ducto in ſe. Quod autem in æquationibus *Fermatianis* objiciuntur termini, quos ingrediuntur talia quadrata vel rectangula, non vero illi, quos ingrediuntur ſimplices lineæ infiniteſimæ; ejus ratio non eſt, quod hæ ſint aliquid, illæ vero ſint nihil; ſed quod termini ordinarii per ſe deſtruuntur, hinc reſtant tum termini, quos ingrediuntur lineæ ſim-

ſimplices infinite parvæ, tum quos ingrediuntur harum quadrata vel rectangula: cum vero hi termini ſint illis incomparabiliter minores, abjiciuntur. Qund ſi termini ordinarii nnn evanuiſſent, etiam termini infiniteſimarum linearum nnn minus, quam ab his quadratorum abjici debuiſſent. Adjungi poſſunt Lemmata quædam mea, calculi differentialis fundamentis inſervientia, ex *Actis Eruditorum Lipſienſibus Febr. 1689.*, quæ *Cl. Autor* non niſi pnſt editas cnnſideratinnes in præfatinne tractatus Analytici ſibi occurriſſe prnfitetur; ubi jam tum *incomparabilium* conſiderationem adhibui, ad has difficultates præveniendas. Act. Erud. An. 1695. M. Julii.

Quod ad *ſecundum* attinet, *doctiſſimus Vir* æquationes exponentiales (ut a me appellantur) ſua methodo tractari pnſſe putat, mea non item. Idque tali ratione *cap.* 1. *Analyſ. pag.* 62., *ſeqq.* & *cap.* 8., *p.* 280., per ſuam calculandi rationem oſtendere conatur, quam tamen uſitatis mihi ſymbolis ratiociniiſque ſic exprimo. Sit æquatio (ad curvam tranſcendentem) $y^{x} = z$. (1) Unde alia pari jure fiet $\overline{y+dy}^{\,x+dx} = z+dz$. (2) Itaque differentiando æquationem 1., id eſt æquationem 1. ab æq. 2. ſubtrahendo, ut dz ſeu differentia inter dunrum z valores (ipſius nempe z & ipſius $z+dz$) habeatur, (quod calculi differentialis fundamentum eſt) utique ex 2. & 1., fiet: $\overline{y+dy}^{\,x+dx} - y^{x} = dz$. (3) ſed $\overline{y+dy}^{\,x+dx} = y^{x+dx} + x \cdot y^{x+dx-1}\,dx$. (4) (quia ut olim in his Actis a me generaliter nntatum eſt $\boxed{m}\ \overline{y+a}^{\,m} = y^{m} + \frac{m}{1} y^{m-1} a^{1} + \frac{m.\,m-1}{1.\,2.} y^{m-2} . a^{2}$ &c. (5) Unde ex ſententia *Autoris*, evaneſcente termino $\frac{m.\,m-1}{1.\,2.} y^{m-2} a^{2}$ & ſequentibus, quia a eſt infinities infinite parva, & pro a ſubſtituendo dy & pro litera m ſubſtituendo $x+dx$ prodit æq. 4.) Itaque ex æq. 3. per æq. 4. fit $y^{x+dx} + x \cdot y^{x+dx-1}\,dx - y^{x} = dz$. (6) Verum hæc ratio exprimendi, maximis laborat difficultatibus, quia non ſervat leges hnmogenenrum calculi differentialis, & quod caput eſt, non exhibet quæſitum, nempe ratinnem dx ad dy, ſeu ſubtangentialis ad ordinatam, in terminis ordinariis expreſſam; neque adeo ductu linearum aſſignabilium conſtrui pnteſt. Pag. 313.

Imo

Act. Erud. An. 1695. M. Julii. Imo redit ad identicum. Nam juxta principium meum ſupra expoſitum, quantitas incomparabiliter minor alteri majori fruſtra additur, &, ſi hæc non evaneſcat (actu vel virtualiter) ipſamet abjici debet. Itaque in æq. 6., pro *dy*, *dx*, *dz* additis ad alia incomparabiliter majora, ſcribendo *o*, fiet $y^{\frac{x+o}{\cdot}} + x.y^{\frac{x+o-1}{\cdot}}.o. - y^{x}. = o$; (7) hoc eſt abjecto *o* pariter & termino per *o* multiplicato, fiet $y^{x}. - y^{x}. = o$: quæ æquatio vera quidem, ſed identica eſt, unde talis calculus non prodeſt. Quale quid ego quoque expertus ſum, ut ſi ſit $b^{x} = y$, poſita *b* conſtante, tunc $b^{\frac{x+dx}{\cdot}} - b^{x}.$ erit $= dy$; & hanc dividendo per b^{x} fit $b^{\frac{dx}{\cdot}} - 1 = dy : b^{x}.$; & pro *dx* & *dy* ponendo *o*, fit $b^{o} - 1 = o : b^{x}.$; ſeu $b^{o} - 1 = o$; ſeu $b^{o} = 1$, ut conſtat, ergo fit $1 - 1 = 0$. Sed talis identiciſmus in meo calculo differentiali evitatur. Interim non diffiteor obtuliſſe ſe mihi caſus, ubi iſta quoque calculandi ratio non prorſus negligenda ſit. Verum ut videat *Clar. Nieuwentiit* meam methodum differentialem ad æquationes quoque, ubi incognita vel indeterminata ingreditur exponentem, (& quidem utiliter) porrigi, quas ego fortaſſe omnium primus conſiderandas Geometris propoſui, cum meum Tetragoniſmum Circuli Numericum darem in *Actis Eruditorum anni* 1682., *menſ. Febr.* Pag. 314. attingam hoc loco paucis, quod jam a multis annis habui, & ad ſummum Geometram *Chriſtianum Hugenium* dudum perſcripſi; nempe modum differentiandi æquationes exponentiales; quem Algorithmo meo olim publicato inſerere non admodum neceſſe erat, ob talium expreſſionum raritatem & inſolentiam, quæ, fateor, tanta eſt, ut ipſe *Hugenius* eas ægre admiſerit. Nec quiſquam mihi notus eſt, præter ingenioſiſſimum *Bernoullium*, qui proprio Marte, me non monente, & ipſe in calculo differentiali huc pervenerit, atque ad hæc penetrarit, quæ *Hugenius* per jocum hypertranſcendentia appellabat. Nempe ſit $x^{v}. = y$ fiet $v.\ long.\ x = log.\ y$; jam $log.\ x = \int,\ dx : x$ & $log.\ y = \int,\ dy : y$. Ergo $v.\int,\ d : x = \int,\ dy : y$: quam differentiando, fit $vdx : x + dv.\ log.\ x = dy : y$. Porro *v* debet dari ex *x* & *y*, ambobus vel ſingulis, ergo ſcribi poteſt $dv = mdx + ndy$, & *m* pariter atque *n* dabuntur ex *x* & *y*, & prodibit: $vdx : x + log.\ x.\ mdx = dy : y - log.\ x.\ ndy$, & fiet *dx* ad *dy* (ſeu ſubtang. ad ordinatam) ut *y* ad $\overline{\frac{v}{x} + m.\ log.\ y}$. Itaque habetur modus ducendi tangen-

gentem talis curvæ, ex ſuppoſita hyperbolæ quadratura vel Logarithmis; pro generali autem differentiatione exponentialium ſufficit Algorithmo meo hunc canonem aſcribi: $d.x^{v} = x^{v}, \frac{v}{x} dx + dv. + dv.\ log.\ x$ Unde ſi v ſit conſtans numerus, ut e, prodit $d.x^{e} = x^{e} \cdot \frac{e}{x} dx$ id eſt $e.\ x^{e-1}\ dx$: quod eſt theorema noſtri Algorithmi, pro differentiatione potentiarum vel radicum, dudum traditum. Act.Erud. An. 1695. M. Julii.

Supereſt, ut *tertiam Viri Clmi* difficultatem paucis abſolvam, contra differentiationes ſcilicet ſucceſſivas, ſeu quantitates differentio-differentiales. Itaque ipſas ddx non putat admittendas, nec eſſe quantitates, quia per infinitum numerum multiplicatæ non dent quantitatem ordinariam. Sed ſciendum eſt omnino eam prodire, ut ad primam difficultatem jam monui, ſi numerus multiplicans ſit infinitus altioris gradus. Et res ſane etiam aliunde multis modis confici poteſt. Nam quotiens termini non creſcunt uniformiter, neceſſe eſt incrementa eorum rurſus differentias habere, quæ ſunt utique differentiæ differentiarum. Deinde concedit *Cl. Autor*, dx eſſe quantitatem; jam duabus quantitatibus tertia proportionalis, utique eſt etiam quantitas; talis autem, reſpectu quantitatum x & dx, eſt quantitas ddx; quod ſic oſtendo. Sint x progreſſionis Geometricæ, & y arithmeticæ, erit dx ad conſtantem dy, ut x ad conſtantem a. Seu $dx = xdy : a$. Ergo $ddx = dx\,dy : a$. Unde tollendo $dy : a$ per æquationem priorem ſit $xddx = dx\,dx$: unde patet eſſe x ad dx, ut dx ad ddx. Et continuata progreſſione Geometrica etiam reliquæ differentiæ ulteriores ordine prodeunt. Et generaliter in progreſſione Geometrica non tantum ſeries differentiarum ejuſdem gradus, ſed & ſeries tranſitus ſeu differentiationum, geometricæ eſt progreſſionis. Sed & harum differentiationum ſucceſſivarum veritas uſuſque rebus ipſis confirmatur. Nempe, ut jam alias notare memini, quantitas ordinaria, quantitas infiniteſima prima ſeu differentialis, & quantitas differentio-differentialis, vel infiniteſima ſecunda, ſeſe habent ut motus & celeritas, & ſolicitatio, quæ eſt elementum celeritatis. Motu deſcribitur linea, velocitate elementum lineæ, ſolicitatione (velut initio deſcenſus a gravitate, vel motus a conatu centrifugo) elementum elementi. Et in ipſa Geometria quantitates ordinariæ ſunt pro vulgari algebra, differentiales primi gradus referuntur ad tangentes ſeu linearum directiones, ſed differentiales ulterioris gradus ad oſcula, ſeu linearum curvedines; quod etiam jam notare memini. Finiam, ubi

Pag. 315.

Act.Erud. An. 1695. M. Julii. ubi hoc unum adjecero, mirari me, quomodo *doctiſſimus Nieuwentiit* credere potuerit, ex noſtris principiis ſequi hoc abſurdum, quod in omni curva ſubtangentialis ſit ordinatæ æqualis, *Conſid. p.* 19. Sit curvæ elementum dc; erit $dx\,dx + dy\,dy = dcdc$, ut conſtat. Ergo differentiando $dxddx + dyddy = dcddc$. Si jam dc conſtans ſit $ddc = 0$, & ſit $dxddx + dyddy = 0$, ſed hac differentiali in ſummatricem rurſus verſa ait prodire $\frac{1}{2}\,dxdx = \frac{1}{2}\,dy\,dy$: adeoque $dx = dy$, quod utique abſurdum eſt. Si talibus uteremur calculis, quomodo eorum ope tot veritates detexiſſemus. Sed reſpondeo ſummando ſeu verſa differentiali in ſummatricem, proditurum $\frac{1}{2}\,dxdx + \frac{1}{2}\,dydy - \beta\,dc = 0$, ſeu conſtantem areolam eſſe ſubtrahendam, alioqui fieret non quidem $dxdx = dydy$, ſed potius $-dxdx = dydy$, ſeu $dy = dx\,\sqrt{-1}$: quæ eſt æquatio Pag. 316. impoſſibilis, quod indicat β non debere eſſe o, ſed habere ſignum $-$, & eſſe quantitatem conſtantem, quæ non alia eſt, quam $\frac{1}{2}\,dc$, quia ipſam dc, poſuimus conſtantem. Unde redit æquatio initio poſita $dx\,dx + dy\,dy = dc\,dc$; prout oportet. Et ſimili abuſu calculi differentialis laboratur *Conſid. p.* 21. nec mirum eſt hoc modo calculum non eſſe tutum, aut incidere in abſurda. Sic & in ipſo tractatu majore ſeu *Analyſ. inf. c.* 8. *p.*283. ponit triangula characteriſtica ejusdem curvæ, modo numero ſint finita & ſerie non interrupta ſeſe conſequantur, eſſe ſimilia inter ſe; unde facile infert, poſitis elementis abſciſſarum æqualibus, etiam elementa ordinatarum &c. fore æqualia. Sed cum ubique curva directionis ſuæ inclinationem mutet (alioqui non curva, ſed recta foret) etiam anguli continue, licet inſenſibiliter ſeu per diſcrimina incomparabiliter parva, mutantur. Qua de re me quoque olim ratiocinationes inſtituere memini. Difficultas quoque objecta *Conſid. p.* 20. contra triangulum, cujus baſis eſt altitudine incomparabiliter minor, ejusdem eſt commatis: id enim pro iſoſcele habetur, quia differentia inter altitudinem & hypotenuſam incomparabiliter parva eſt, perinde ac differentia inter radium & ſecantem anguli infinite parvi. Sed hæc ſufficere judico, & ipſi *Clmo Nieuwentiit* ſatisfactura ſpero; qui ſi ingenium & doctrinam magis ad augenda, quam retractanda hæc ſtudia vertere volet, haud dubie præclara dare poterit, quemadmodum ex his ipſis ſpeciminibus judicare licet.

EX-

EXCERPTUN EX LITERIS P. W. AD ACTORUM EDITORES.

Act. Erud. An. 1695. M. Julii. Pag. 322.

(*Conferantur Acta Eruditorum proximi menſis Junii p. 132. ſeqq.*)

CÆterum Domini *Cevæ* inſtrumentum, cujus deſcriptionem Actis Eruditorum inſeruiſtis, in memoriam mihi revocavit Circinum, ad eosdem uſus excogitatum ab illuſtri viro D. T., cujus fabricam ille jam A. 1675. Pariſiis cum Clar. Clerſelerio aliiſque, & ex Gallia redux mecum quoque communicavit. Illa vero ita ſe habet. AB & AC ſunt duæ regulæ mobiles circa axem in A, regulæ autem parvæ GD, DH, HE, EI, &c. ſingulæ ſunt æquales parti AG. Et GD quidem circa axem fixum in G eſt mobilis, reliquæ vero circa D, H, E, I, axes mobiles in regulis AB, AC, poſſunt rotari. KF eſt arcus æneus in gradus & minuta diviſus, mobilis quoque in linea AB. TAB. III. Fig. 4.

Si ergo datus fuerit angulus K*eſ*, ſecandus v. g. in quinque partes æquales, fiat KF æqualis K*ſ*, & arcus firmetur in K, F autem promoveatur in regula AB, donec I attingat regulam AC: erit BAC quinta pars anguli propoſiti. Fig. 5.

Cum autem ejusdem inſtrumenti ſimpliciſſimi ope quotcunque mediæ proportionales inveniri quoque poſſint, patet omnia problemata ſuperiorum graduum, quorum conſtructiones ad angulorum ſectiones aut mediarum proportionalium inventionem reduci ſolent, eo mechanice poſſe reſolvi.

ADDENDA AD DN. G. G. L.

M. Aug. Pag. 369.

SCHEDIASMA

proximo menſi Julio pag. 138. & ſeqq. inſertum.

UNum adhuc addere placet, ut omnis de realitate differentiarum cujuſcunque gradus tollatur diſputatio; poſſe eas ſemper exprimi rectis ordinariis proportionalibus. Nempe ſit linea quæcunque, cujus ordinatæ creſcunt vel decreſcunt; poterunt ad eundem axem in iisdem punctis applicari ordinatæ ſecundæ ad novam lineam terminatæ, proportionales differentiis primi gradus ſeu elementis ordinatarum lineæ primæ. Quod ſi jam idem fiat pro ſecundis ordinatis, quod factum eſt pro primis, habebuntur ordinatæ ad lineam tertiam, proportionales pri-

Act.Erud. An. 1695. M. Aug. marum ordinatarum differentio-differentialibus, ſeu differentiis ſecundis; ſeu, quod idem eſt, ſecundarum ordinatarum differentiis primis. Et eodem modo etiam differentiæ tertiæ, & aliæ quæcunque per quantitates aſſignabiles exponi poſſunt. Modum autem differentiis primi gradus proportionales exhibendi rectas ordinarias jam tum explicui, cum primum hujus calculi elementa traderem in Actis Octobris 1684. Nempe inſpiciatur ibi Tabula ad p. 270. dicti anni 1684., reperietur *dx*, elementum abſciſſæ AX vel *x*, repræſentari per rectam aſſignabilem in figura ſeparatim poſitam, & deinde *dy*, elementum ordinatæ XY ſeu *y*, repræſentari per rectam quæ ſit ad dictam *dx* jam aſſignatam, ut XY ordinata, eſt ad XD interceptam in axe inter tangentem & ordinatam. Ubi corrigendus eſt error, qui illic neſcio qua negligentia irrepſit, ut pro XD, XB, XC, XE, interceptis portionibus axis, male ponerentur YD, VB, WC, ZE portiones tangentis; tametſi correctio ex p. 470. ibidem haberi potuerit. Et quoniam eadem opera habetur modus exponendi differentias gradus ſecundi, per proportionales illis differentias gradus primi, & in univerſum poſteriores per præcedentes proximas, patet nullum eſſe gradum differentialium, utcunque remotum, qui non per rectas aſſignabiles exhiberi tandem queat. Quod ſi ſolæ darentur differentiæ primæ, ſequeretur omnes ordinatas creſcere uniformiter, ſeu omnem lineam eſſe rectam. Interdum autem, continuando aliquouſque differentiationes, tandem finiendum eſt, cum nimirum linea differentiarum repræſentatrix, ſecunda vel tertia vel alia ulterior, fit recta. Nempe ſi ordinatæ primæ ſint ut abſciſſæ, tunc linea prima eſt recta, & caret differentiis ſecundis. Si ordinatæ primæ ſint ad parabolam (nempe quadraticam) ſeu ſi ſint ut quadrata abſciſſarum, tunc linea ſecunda erit recta, & linea prima (parabola ſcilicet) carebit differentiis tertiis. Si ordinatæ primæ ſint ad paraboloeidem cubicam, ſeu ſint ut cubi abſciſſarum, tunc linea tertia erit recta, & linea prima (paraboloeides ſcilicet cubica) carebit differentiis quartis & ita porro. Idem eſt ſi ordinatæ (primæ ſcilicet) componantur ex
Pag. 371. ordinatis paraboloeidum dictis, ſive per additionem ſive per ſubtractionem; tunc enim finientur tandem differentiæ cum altiſſimæ paraboloeidis ingredientibus ordinatis. Sed in cæteris lineis omnibus, differentiationes procedunt in infinitum, quoties ſcilicet in valore ordinatæ abſciſſa in nominatore vel vinculo reperitur. Ex his jam intelligitur calculum differentialem poſſe concipi, tanquam ſi fieret non niſi in quantitatibus ordinariis; tametſi origo ex inaſſignabilibus petenda ſit, ut abjectionum ſeu deſtructionum ratio reddatur. Itaque ſi vel ipſa initia calculi a me pu-

bli-

bliſcata ſatis meditatus fuiſſet Cl. Nieuwentiit, facile vidiſſet, non magis de ulterioribus quam de primis differentiis dubitari poſſe, & vel ideo evitatam tunc a me fuiſſe mentionem inaſſignabilium, re ad ordinarias traducta, ut tales ſcrupuli tollerentur; cæterum ſi quid notaſſet animadverſione dignum, ſenſiſſet me eo eſſe ingenio, ut libenter dem veritati manus; quemadmodum nunc re accuratius conſiderata ea quæ celeberrimus Jacobus Bernoullius de numero radicum oſculi monuerat probo, quibus quo minus aſſentirer antea, non alia cauſa fuit, quam quod diverſæ occupationes cogitationeſque effecerant, ut tardius accederem ad rem de integro ſatis conſiderandam. Dum hæc ſcribo, triſtem nuntium mortis Viri incomparabilis, Chriſtiani Hugenii accipio. Non poterant majorem jacturam pati literæ illæ ſublimiores, quæ humanæ menti aditum faciunt in arcana naturæ. Ego Hugenium ſolo tempore Galilæo & Carteſio poſtpono. Cum maxima dederit, expectabantur non minora. Et ſpero inter ſchedas ejus theſaurum quendam repertum iri, qui nos utcunque ſoletur. Eoque magis orandus eſt frater ejus, vir meritis in rempublicam illuſtris, ut maturata editione communi utilitati pariter ac fraternæ gloriæ, imo ſuæ conſulere velit. Oblitus eram eorum quæ Dn. Nieuwentiit contra notam concavitatis vel convexitatis a me allatam objicit, inſtantia parabolæ producta. Sed mirum eſt ipſum non animadvertiſſe, tantum errore ſive ſcribentis ſive typothetæ transpoſita eſſe verba, & pro concavitate ponendam eſſe convexitatem ac vice verſa. Itaque non tam afferri debuerat inſtantia parabolæ (quando in omnibus curvis contrarium ſit ejus quod verba inſinuabant) quam generaliter notari inverſio. Adeoque regula ſic efferenda eſt: ſi creſcentibus ordinatis creſcant etiam ipſarum differentiæ, curva axi obvertet convexitatem, alias concavitatem, poſito ſcilicet æquales inter ſe eſſe differentias abſciſſarum.

Act. Erud. An. 1695. M. Aug. Pag. 372

D. MARCHIONIS HOSPITALII

THEOREMA NOVUM

De Quadrandis Cycloidibus baſium circularium, pro quavis diſtantia puncti deſcribentis a centro circuli mobilis.

INter infinitas curvarum linearum ſpecies nulla plane eſt, quæ hoc ævo geometras exercuerit magis quam Cyclois. Hujus, Merſennianæ ſcilicet, dimenſionem adinvenere primi Carteſius, Tor-

 Torricellius, & Robervallius; tum integros de hac una tractatus ſcripſerunt Paſchalius, Walliſius & Lalovera; ac tandem poſtremis hiſce temporibus Hugenius, Romerius, Newtonius, &c. novæ cujusdam cycloidis, cujus nempe baſis circularis eſt, egregias omnino detexerunt affectiones. Verum quia punctum deſcribens nuſquam ponitur ab his intra vel extra circuli mobilis circumferentiam, intacta manet adhuc hæc altera cyclois generatim ſumpta; nec ullus (quod ſciam) ſpatii hac nova cycloide comprehenſi dimenſionem pro omni diſtantia puncti deſcribentis a centro circuli mobilis publicavit. Id ipſum autem totum uno Theoremate ſequenti conficio; quin etiam ut Clariſs. Hugenius in cycloide vulgari, ſic in nova hac citra ullam circuli dimenſionem ſpatia duo quadrabilia demonſtro.

LEMMA.

TAB. IV. Fig. 1. *Sit ſemicyclois AMD, quam deſcripſerit ſemicirculus BSN circumvolutione ſua ſuper arcu manente BGN, ita ut evolutæ partes BG, GB ubique ſint æquales inter ſe. Jam vero ſit ubivis punctum deſcribens A, in diametro BN verbi gratia, extra circuli mobilis circumferentiam. Tum ſi deſcribantur centro K circuli mobilis, radio KA, ſemicirculus AEV; & centro O immobilis circuli, radio quovis medio inter OV & OA, arcus EM; radiuſque ducatur KSE: Dico arcum EM fore ad arcum SN :: OE. OB.*

Demonſt. Fingatur ſemicirculus mobilis BSN in ſitu BGN quo punctum deſcribens A erat in M; præterea per centra circulorum genitorum ducatur OK, quæ proinde tranſeat per contactum eorum G. Hoc poſito, liquet triangula MOK, EOK eſſe æqualia & ſimilia; ſi quidem omnia habent æqualia latera, ſingula ſingulis. Ergo anguli MKO, EKO ſunt æquales, ut & eo-
Pag. 373. rum menſuræ GN, BS, cum complementis ad duos rectos BG, SN radiorum æqualium; præterea æquales anguli MOK & EOK reddunt angulos MOE & GOB pariter æquales. Ergo arcus EM & GB ſunt ut radii OE & OB. At mox conſtitit arcum hunc inferiorem GB æqualem eſſe ſuperiori GB, atque hunc arcui SN. Ergo erit arcus EM ad arcum SN, ut OE ad OB. *Quod erat demonſtrandum.*

Coroll. Si radius OB infinitus ponatur, palam eſt rectas OB, OE fore parallelas, arcuſque concentricos VD, BN, EM, immutandos in lineas rectas VT, BX, EH, perpendiculares ad axem VA; atque ita fore rectam EH æqualem arcui SN, cum OB & OE tunc infinitæ ſint æquales. Ergo arcus EM erit ad rectam EH :: OE. OB.

No-

Notandum ſemicycloidem AHT, in quam altera ſemicyclois AMD convertitur, cum radius OB fit infinitus, eam omnino eſſe, quam ſemicirculus BSN circumvolutione ſui ſuper recta BX deſcriberet. Act.Erud. An. 1695. M. Aug.

THEOREMA.

Iisdem poſitis, dico ſpatium AEM arcubus AE, EM, & cycloidis AMD parte AM concluſum, eſſe ad ſpatium AEH arcu AE, recta EH, & cycloidis AHT parte AH comprehenſum, ut OK ad OB.

Demonſt. Arcui ME quam proximus alter fingatur concentricus *me* cum *eb* parallela ad EH, & lineolis rectis *e*F, *e*C perpendicularibus ad arcum ME, & ad rectam EH, ubi neceſſe producta. Tunc erunt Anguli FE*e*, OEK æquales inter ſe, ſicut & anguli CE*e*, OKE; ſi quidem additi ſigillatim duo priores eidem KEF, & duo poſteriores eidem PEK, angulos quatuor conſtituent rectos. Ergo ſinus anguli FE*e* eſt ad ſinum anguli CE*e*, ut ſinus anguli OEK ad ſinum anguli OKE, ſive F*e*. C*e* :: OK. OE. Præterea (*cor. Lem.*) eſt EM. EH :: OE. OB. Ergo productum ex EM per F*e* eſt ad productum ex EH per C*e*, ut productum ex OE per OK ad productum ex OB per OE, hoc eſt, ut OK ad OB; atque ita, cum ſpatiola EM*me*, EH*be* minime differant a productis ſeu rectangulis ex EM per F*e*, & ex EH per C*e*, fiet ſpatiolum EM*me* ad reſpondens ſpatiolum EH*be*, ut OK ad OB. Ergo cum hæc ultima ratio ſit conſtans, & id ubique contingat, erit ſumma omnium EM*me* ad ſummam omnium EH*be*, ſive ſpatium AEM ad ſpatium AEH, ut OK ad OB. *Quod erat demonſtrandum*

Coroll. Pervagata res eſt a Torricellii temporibus, ſpatio AEH æquale eſſe rectangulum factum ex PE per KN, auctum vel imminutum rectangulo ex KP per arcum SN, prout punctum P ad partes inferiores vel ſuperiores centri K reperitur. Ergo I. Quadratura ſpatii AEM indefinita poterit haberi, circularis ope. II. Ubi punctum P ceciderit in K, ſpatium AEM erit ad rectangulum factum ex KA per KN, ut OK ad OB; atque ita ſpatium iſtud AEM citra ullam circuli dimenſionem tunc erit quadrabile. III. Si ponatur K$b=a$, O$B=b$, K$A=c$, aſſumaturque KP $=\frac{acc+bcc}{2ab}$ ad partes verticis A; ſpatium AKEM radiis AK, KE, arcu circulari EM, & cycloidali AM comprehenſum, erit ad rectangulum ex PE per KN, ut OK ad OB; ac proinde nulla poſita circuli dimenſione quadrabile. Pag. 374.

JOHAN-

Act. Erud. An. 1695. M. Aug.

JOHANNIS BERNOULLI MEDITATIO

De Dimenſione linearum curvarum per circulares.

Elegans eſt non minus quam ſubtile inventum, quod nobiliſſimus Hugenius in pereruditto ſuo tractatu de Horolog. Oſcillat. pag. 76. publicavit; ubi modum tradit *dato ſphæroide lato conſtruendi conoidem hyperbolicum, vel contra dato conoide hyperbolico conſtruendi ſphæroidem latum ejuſmodi, ut utriuſque ſimul ſuperficiei exhibeatur circulus æqualis*: poſtquam in præcedentibus oſtendiſſet, neutri ſeparatæ dari poſſe æqualem circulum niſi poſita hyperbolæ quadratura. Optandum foret, ut Nob. Autor inventum ſuum reddidiſſet univerſale, hoc eſt methodum exhibuiſſet data ſuperficie convexa quavis conſtruendi aliam, quæ cum data æquetur ſpatio circulari. Ad cujus imitationem exhibituri ſumus modum generalem *ad datam curvam quamcunque e veſtigio aliam deſcribendi, quarum ſumma vel differentia æqualis ſit arcui circulari*: prælibata pro hoc inſigni & utiliſſima evolutarum proprietate. Eſto (TAB. IV Fig. 2.) curva quæcunque ABC, ſuper qua incedere intelligatur recta rigida vel regula DAE, ita ut partes regulæ partibus curvæ ſucceſſive applicentur; Dico duas curvas DLG, EMF extremitatibus D, E vel quibusvis aliis regulæ punctis oppoſitis hac rotatione deſcriptas & ſimul ſumtas fore æquales arcui circulari EO, radium habenti DE & angulum ſubtendenti EDO æqualem angulo EPF, quem duæ in extremitatibus A & C tangentes conſtituunt. *Demonſt.* Habeat enim regula ſitum quemcunque LBM, huicque proximum lBm; Et ductæ concipiantur DN, Dn parallelæ ipſis (Pag. 375.) LM, Lm: fient triangula LBl, MBm & NDn ſimilia, ob LM, lm, normales ad curvas DLG, EMF, & ob angulos LBl, MBm, NDn æquales; ideoque BL. BM :: Ll. Mm, componendo LM. BL :: Ll + Mm. Ll & permutando LM. Ll + Mm :: BL. Ll, quoniam autem LM, DN ſunt æquales (per hyp.) erit etiam Ll + Mm = Nn: Ergo omnes Ll & omnes Mm, id eſt curvæ DLG & EMF una ſumtæ æquantur omnibus Nn, id eſt arcui circulari ENO. Q. E. D. Si alterutrum punctum deſcribens ut E ſumatur inter D & A, pari ratione demonſtrabimus, differentiam curvarum DLG & EMF eſſe æqualem arcui ENO.

Hinc oppido liquet propoſitum noſtrum, quo pacto nempe ad datam curvam promtiſſime infinitas alias conſtruere liceat, quarum quælibet cum data reducibilis ſit ad arcum circuli: Ut ſi DLG ſit curva vel portio curvæ data, in punctis ejus L ducendæ erunt rectæ perpendiculares ad curvam & inter ſe æqua-

æquales LM, formabunt earum extremitates M curvam quæſitam EMF. Quam etiam motu continuo ope fili deſcribere poterimus, ſi nimirum curvæ datæ DLG evolutam ABC inverſe involvamus. Sic in univerſum verum eſt, duas quaslibet curvas una evolutione condeſcriptas ſi concavitates obverſas habeant facere ſummam, ſi vero concavitas unius convexitati alterius ſit obverſa, facere differentiam arcui æqualem. Act.Erud. An. 1695. M. Aug.

Ex his patere arbitror, utrum curva quædam propoſita connexionem habeat cum dimenſione arcus circularis: Omnis enim curva, cujus evoluta ABC duas habet partes BA, BC ſimiles & æquales, erit comparabilis cum arcu; quia eo in caſu ſi ſit CF = AD, curva FME congruit cum DLG, & ſic ipſa DLG efficiet dimidium arcus ENO. Et contra omnis curva genita ex evolutione curvæ duarum partium ſimilium & æqualium eſt reducibilis ad circularem. Animadverſione etiam dignum inde fluit, quod ſi ex infinitis evolutione condeſcriptis unica reperiatur rectificabilis vel abſolute vel ſuppoſita extenſione circularis, cæteræ omnes pariter per arcum circuli menſurabuntur. Plura alia eaque non contemnenda ex dictis facile deducuntur, quæ generali dimenſioni curvarum indagandæ, non mediocre lumen afferre poterunt.

Quod Celeberrimus Leibnitius in nupero Actorum Martio animadvertit, quantitatem irrationalem habere ſummatricem etiam irrationalem ſimilem, plane nihil derogat objectioni meæ acutiſſimo Craigio factæ. Pag. 376. Sum enim & ego in eadem opinione cum D. Leibnitio, quod terminus ſummandus & ſummator iisdem lateribus ſeu radicum ſignis conſtare debeant, ſed ex hoc non ſequitur, etiam ipſas quantitates lateribus involutas eſſe easdem, & hoc eſt quod Dn. Craigius ſupponere videtur, & contra quod objectio mea dirigitur. Complura in hanc rem exempla habentur, in quibus quantitates licet ſummabiles methodo tamen Craigiana ſummari non poſſunt, etiamſi quantitas *y* more Authoris quantum fieri poteſt, liberetur a vinculo ſeu ſigno radicali: ratio hujus eſt, quod interdum præter hanc liberationem, etiam ipſa quantitas poſt ſignum radicale dividenda ſit per aliam quantitatem, alias methodus iſta non ſuccedet. Verum de hac cautela in toto Craigii tractatu altum ubique ſilentium.

FASCI-

Act.Erud. An. 1695. M. Aug.

FASCICULUS DISSERTATIONUM

De novis quibusdam Machinis atque aliis argumentis Philoſophicis.

Autore DIONYSIO PAPINO *Med. Doct. Matheſeos Prof. Publ. Marpurgenſi.*

Marpurgi 1695. in 8. *plagg.* 20. *cum tribus plagg. figurarum.*

IN hoc Faſciculo quædam his Actis jam inſertæ Diſſertationes recuduntur, & nonnullis monitis augentur; quædam etiam Diſſertationes novæ a celeberrimo Autore adjiciuntur. Primum repetitur rotatilis ſuctoris & preſſoris ſive Antliæ Haſſiacæ deſcriptio inſerta Actis Junii 1689. occaſione ejus quam celeb. Salomo Reiſelius Archiater Wurtembergicus diſcurſu de Siphone Wurtembergico memoraverat. Quoniam autem Dn. Papinus tunc crediderat, tubos pro hoc rotatili ſuctore aut preſſore peculiaris formæ eſſe debere, nunc detecta erroris ſui cauſa monet, poſſe adhiberi tubos ordinarios uniformes.

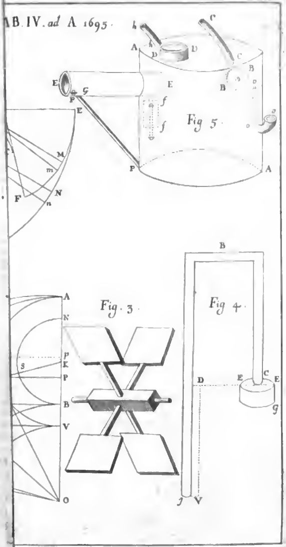
Secundo ponitur Epiſtola de novis artibus parcendi alimentis ignis ad Illmum Dominum Guſtavum Comitem a Sayn, Wittgenſtein & Hohnſtein. Pro folle nimirum adhibet preſſorem rotatilem ſupra deſcriptum, vel cognatum ejus inſtrumentum pro vento faciendo (fig. 1.) extans apud Georgium Agricolam lib. 6. de re metallica, duobus tamen ejus vitiis prius correctis, quæ in eo conſiſtunt, quod inſtrumentum hoc rotatur in tympano, ubi tubus ventivomus eſt perpendicularis ad tangentem, cum tamen melius incidat in tangentem; foramen vero ventum adducens eſt in circumferentia tympani, cum tamen potius debeat eſſe in centro; alioqui per ipſum ventus recedere potius conabitur. Porro tubus ventivomus ab hoc folle ducendus eſt in fornacem, idque ex ſententia Autoris fiet utiliſſime, ſi vento ſuperius ingrediente flamma & fumus deorſum impellantur, & per foramen infra apertum erumpant. Ita enim judicat ventum majorem calorem nanciſci, & materiam melius aggredi. Uſum eſſe poſſe pro fornacibus vitrariis, pro coctione panis, ſalis, cereviſiæ, pro calefaciendis hypocauſtis, aliisque innumeris, ubi parcere alimento ignis conſultum eſt.

TAB.IV Fig. 3. Pag. 377.

Sequitur *tertio* Epiſtola ad Illmum Dominum Guilielmum Mauritium, Comitem a Solms, Braunfels & Greiffnſtein, de novis artibus ad aquam ex fodinis hauriendam vi fluminis mediocriter diſtantis. Repetitur hic machina in Actis noſtris An.

1688.

15.110 152 A



Digitized by Google

1688. pag. 85. deſcripta, ope tuborum longiſſimorum aquam ſugentium ex magna licet diſtantia. Deinde ſubjicitur, hos tubos poſſe adhiberi commodius, non ut ante ad ſugendum, ſed potius ad aerem ope follis paulo ante dicti in longiſſimam diſtantiam propellendum, ubi rotam velis inſtructam flatu ſuo circumagat, quæ deinde exerceat operationes deſideratas. Opus quidem ſic fore canalibus amplioribus, ſed eos minus accurata elaboratione commiſſuraque opus habere arbitratur, & ita magnas illas antlias prius requiſitas ceſſare. Act.Erud. An. 1695. M. Aug.

Quarto loco ponitur Epiſtola ad Illmum Dn. Comitem a Sinzendorff, Ducatus Jarovienſis in Sileſia Gubernatorem. Hic primum repetitur modus in his Actis menſe Auguſto Ann. 1690. deſcriptus, pro viribus motricibus levi pretio comparandis; ſed quia ibi alimento ignis opus eſt, monet follem paulo ante deſcriptum hic perutilem fore, ut ſumtibus ignis parcatur. Etſi enim promtior ſic fiat materiæ combuſtibilis conſumtio, effectum tamen adhuc magis augeri patuit. Nihilominus, ſi quis malit uti fluvio vim in diſtans per tubos propagante, declarat ſe noviſſe rationem tutiſſimam, qua tubi prægrandes leves & æquabiles facili negotio parari poſſint.

Hanc *quinto* excipit Epiſtola ad Illuſtrem Virum Dn. Chriſtianum Hugenium Dynaſtam in Zulichem, (nuper magno eruditorum dolore, nec minore ſcientiarum jactura nobis ereptum) qua doctiſſimus Papinus reſpondet Epiſtolæ Celeberrimi Guilielmini de motu aquarum currentium. Cum enim in his Actis Febr. An. 1691. relata fuiſſet Dn. Guilielmini demonſtratio huc tendens, ut eadem ſit velocitas aquæ fluentis per aliquam ſectionem canalis inclinati, ac ſi fluxerit e vaſe per lumen ſimile & æquale ſectioni, tantundem a ſuperficie aquæ remotum, quantum ſectio ab horizontali per initium alvei ducta; hanc demonſtrationem Galilæi principiis innixam in dubium vocavit Dn. Papinus in Actis Maji An. 1691. quia partes ſuperiores aquæ deſcendant per lineas magis declives. Hinc ſequi, ut partes ſuperiores impingant in inferiores, easque ad fundum allidant; unde ſequatur aliqua earum ſurſum verſus reflexio, quantumcunque fundum ab aſperitatibus immunem ſupponamus. Unde proprietates durorum per plana inclinata deſcendentium fluidis ſtatim aſcribi non poſſint. Ad hæc reſponderat Dn. Guilielminus, quod partes fluviorum inferiores non poſſint afficere ſuperiores, quippe quæ præcedant. Replicat Dn. Papinus, hic rurſus fluidorum peculiarem naturam conſiderandam; quoniam enim, quo major eſt velocitas, hoc minor ſit liquoris altitudo in canali, & quidem verſus inferiores ſeu anterio- Pag. 378.

teriores partes ; unde declivitas ſuperficiei major fiat , quam fundi , & ſuperioribus in inferiores impingentibus motus perplexi & intricati naſcantur; hinc in ſolidis quidem ſimul ſtare accelerationem ſecundum leges a Galilæo præſcriptas, & motum parallelum partium ; ſed in fluidis ſimul ſtare non poſſe paralleliſmum & accelerationem. Itaque ſi poſſet oſtendere Dn. Guilielminus , quæ ſit curvatura ſuperficiei aquæ per canalem fluentis, revera omnem numerum impleturum eſſe. Et cum in ſecunda Epiſtola Hydroſtatica Dn. Guilielminus ſtatuiſſet , in

TAB. IV. Fig. 4. ſiphone GBS (fig. 4.) pleno aqua , quæ continue ſubminiſtrari poſſit a reſervatorio EG , in quo ſuperficies aquæ manens ſit EE , aquam erupturam ex orificio ea velocitate, ac ſi flueret e vaſe per lumen ſub altitudine aquæ DV , differentia ſcilicet altitudinis crurum , quoniam æquipondium , quod in partibus CBD reperitur, non debeat impedire; Dn. Papinus ab eo hic quoque diſſentit, & ſtatuit motum fore tardiorem per ſiphonem, quemadmodum etiam expertus ſit Dn. Mariottus Tractatu de motu aquarum pag. 356. Idque non tantum oriri a frictione in tubo , cujus Dn. Mariottus meminit, ſed etiam eo, quod major quantitas aquæ movenda eſt, ea ſcilicet, quæ in ſiphone utrinque compenſatur. Sed & hic intervenire diſcrimen inter du-

Pag. 379. ra & fluida, quod ſcilicet deſcenſus durorum in eodem loco non continuatur, at fluxus liquidorum ob novum ſupplementum diu durare poteſt, unde progreſſu temporis major fit velocitas, quam initio fluxus; quod etiam a Domino Mariotto p. 365. eſt obſervatum. Quin imo ut itidem obſervavit Mariottus , flexuram ſiphonis plurimum celeritatem retardare , ob aquam illic impingentem. Et huic rei aſcribendam rationem experimenti a Mariotto relati pag. 353. potius , quam frictioni ab ipſo allatæ . Addit Dn. Papinus, ſe diſcrimen experimento cognoviſſe. Paraſſe enim duos ſiphones recurvos ejuſdem diametri & altitudinis perpendicularis, unum ad angulos rectos (ut in fig. 4.) alterum circulariter loco angulorum ſuperius incurvatum, & notaſſe rectangulum intra 45. temporis minuta ſecunda , circularem intra 31. aut 32. ſecunda libras aquæ decem profudiſſe; at foramen prorſus æquale capacitati tubi, in fundo ampli vaſis, ſub eadem altitudine aquæ , idem aquæ pondus effudiſſe intra ſecunda 27. aut 28. Ne frictio vel attritio ad latera eſſet notabilis, ideo capacitatem tuborum fuiſſe ſatis amplam, nempe 7. linearum, & ne aer ſubintraret, debuiſſe foramen aquæ ſubjecti vaſis immergi. Ex his agnoſci defectum theoriæ Dni Guilielmini; nam ſecundum ipſum non fore opus, ut faciamus tubos deductorios majoris diametri , quam lumina emittentia ,

modo

modo ipſorum amplitudo ſit ſatis magna, ut in ipſis reſiſtentia a frictione orta levis eſſet momenti. Hoc autem, inquit Dn. Papinus, conſtantiſſimæ experientiæ repugnat. Niſi enim tuborum amplitudo luminum amplitudinem valde ſuperet, magna fit altitudinis ſaltus imminutio. Sequeretur inſuper, quod ſi aqua ex fonte ad lumen ejaculatorium ducenda ſit, & in ſpatio intermedio reperiatur vallis, nihil intereſſe, utrum tubos deducamus per recurvationem vallis, an recto tramite per exſtructum pontem. Et quia Dn. Guilielminus ep. 2. pag. 34. ſe dubitare fateatur, an crus BS remanſurum ſit plenum aqua, cum ipſius altitudo ſuperabit 33. pedes, quos ſupponit preſſioni aeris æquiponderare; ideo hanc nodi ſolutionem proponit Dn. Papinus, quod crus CB tamdiu evacuari debeat, donec ea maneat aquæ altitudo, quæ exacte tantum expellat, quantum intromittitur. Ex. gr. ſi crus BC eſſet 11. pedes altum, crus vero BS 60. pedes, debebunt 5. pedes in ſummitate verſus B manere vacui; tunc enim erit BS plenum, uſque ad altitudinem 55. pedum, quorum 33. æquiponderabunt aeri prementi ad S, & reliqui 22. facient preſſionem, quæ expellet tantundem aquæ, quantum per CB introrſum pellitur. Nam ex parte CB preſſio aeris 33. pedum mulctata altitudine CB 11. reducitur ad preſſionem 22. pedum, quæ proinde eandem velocitatem imprimet, quam aquæ per S erumpenti competere dictum eſt. Sed hoc intelligendum, ſi aqua ſit ab aeris bullis purgata; nam alioqui bullæ in ſummitate collectæ preſſionem ibi facient, quæ etiam foret computanda.

Act. Erud. An. 1695. M. Aug.

Pag. 380.

Sexto loco ponitur Synopſis controverſiæ cum Dn. G. G. L. circa rationem æſtimandi vires motrices a Carteſianis aliisque defenſam. Sed cum argumenta utrinque in his Actis noſtris ſint propoſita, non eſt, quod jam dicta ex iis nunc repetamus, præſertim cum Dn. G. G. L. Autor novæ Dynamices ſua clarius uberiusque proponere cœperit; unde ſperamus, vel ſublatum iri ſcrupulos, ſi qui reſtant, mente ejus penitus explicata, vel occaſionem inde naſcituram, omnia ita declarandi, ut finis imponatur controverſiæ, quam Dn. Papinus maximi momenti eſſe judicat. Tametſi enim hic mentem ſuam ita explicuerit, ut agnoſcat omnino in corporibus, quæ a nobis obſervari poſſunt, quantitatem motus (ſeu quantitatem virium, quemadmodum a Carteſianis definiebatur) minui, putat tamen compenſari hunc defectum in materia quadam inſenſibili, quæ cauſa eſt gravitatis & elaſtri.

Septima Diſſertatio continet Epiſtolam Apologeticam pro inſtrumentis ad flammam ſub aquis conſervandam, ſcriptam ad

Act. Erud. An. 1695. M. Aug. Illuſtrem Dn. Du Roſay, Sereniſſimi Friderici Principis Haſſiæ hæreditarii Ephorum, Aulæ Præfectum, Conſiliarium & Chiliarcham. Et primum quidem ex Actis Erud. A. 1689. p. 169. repetenda ſunt inſtrumenta; deinde objectiones Domini Scarleti ex Actis An. 1690. pag. 239. Ad quas hoc loco reſpondet Autor, non recte a Dn. Scarleto laternæ vitreæ præferri coriaceam, in cujus foramina vitra eſſent inſerenda; nam pondere aquæ corium figuram immutare; ita intra vitra inſerta & corium rimas prodituras; vitrea autem vaſa exacte ſatis claudi poſſe. Porro etſi periculoſum & ſumtuoſum putet Dn. Scarletus, folles ope manuum exerceri, cum tamen piſcatores alioqui tota nocte in mari permaneant, nullum hic apparere periculum, Dn. Papinus judicat, & folles a puero facile agitari. Melius fore quidem, ſi conſervari flamma ſine follibus poſſet, ſed ſe jam ante expertum, candelam brevi extingui. Fruſtra quoque vereri Scarletum, ne aer intra tubos vertatur in aquam; nullam enim talem converſionem dari, & potius laternæ parietes, ſi forte madidi eſſent, ope follium & circulatione aeris ſiccatum iri. Unde nec metuendum, ne tubi madeſcentes aerem humidiorem reddant; nam etſi facerent, compertum tamen eſſe etiam, aerem per aquam tranſeuntem flammæ alendæ non eſſe ineptum, adeoque aerem pulmonibus expulſum non ob humiditatem, ſed velut venenata qualitate ignem extinguere. Vitra lucem longius projicientia, quæ Dn. Scarletus proponit, nil juvare, quia lucem in certam tantum partem detorquent, piſcatori autem non conſtat, a qua parte piſcis ſit venturus.

Pag. 381.

Octavo occurrit Navis urinatoriæ Sereniſſimi Principis, Domini Caroli Haſſiæ Landgravii juſſu conſtructæ deſcriptio. Narrat Autor, ob famam & commoda maxima navis urinatoriæ a Drebelio olim tentatæ vel conſtructæ, juſſiſſe Sereniſſimum Landgravium, ut ſimile quiddam tentaretur. Et quidem ob difficultatem reſpirandi in tali navi futuram, refertur Drebelium certam aeris quintam eſſentiam ſibi paraſſe, cujus vel unica gutta effuſa eum reſpirationi aptum redderet. Sed Dn. Papinus judicat, eam magis in votis, quam in actu extitiſſe. Duas conſtructiones ſuas exhibet, unde poſteriorem huc transferemus, cum ab ipſo præferatur. Sit (in fig. 5.) AA dolium ligneum figuræ ellipticæ ſive ovalis, cujus altitudo 6. pedum circiter, major diameter totidem, minor 3. pedum. BB eſt rotatilis ſuctor & preſſor Haſſiacus, qui per tubum CC aerem ab extra attrahit. DD eſt magnum foramen, quod pro janua inſervit; EE magnum vas cylindricum cupreum, cujus diameter 15. pollices, longitudo ſex pedes æquat. Hujus vaſis apertura continetur in dolio AA, & obturatur (quemadmodum & foramen DD) exactiſſime la-

TAB. IV. Fig. 5.

mina

Act.Erud. An.1695. M. Aug.

mina in hunc finem parata, quæ cochlearum ope dictæ aperturæ arctiſſime applicatur. *ff* eſt antlia, cujus ope homines in AA incluſi aerem poſſunt intrudere in cylindrum EE, ad repellendam aquam a foramine S, per quod homo in cylindro incluſus hoſtiles naves deſtruere poterit. Lateralem preſſionem impediret forma dolii rotunda. Et fundo inferiori impoſita pondera ad deprimendum dolium preſſioni aquæ in fundum illum reſiſterent. Superioris autem fundi non magna erit preſſio ab aqua incumbente, quia non eſt neceſſe, ut profunde deſcendat dolium. Novus aer attrahetur per tubum CC; ſuperfluus expelletur per tubum *bb*. Recurvum barometrum OO utrinque apertum, cujus pars inferior ex ferro vel ligno poteſt confici, depreſſionem navis demonſtrat exactiſſime. Poteſt autem navis deprimi, ſi per epiſtomium aliquod aquam exteriorem admittat. Ne vero nimia quantitate admiſſa navis prorſus demergatur, debent duo homines ope remorum ſemper niti ad navem deprimendam. Dumque obſervabunt, fieri id poſſe ſine magno niſu, debebunt ſtatim claudere epiſtomium, ſicque navim conſervare aqua tantiſper leviorem, quam tamen ope remorum pro lubitu magis magiſque deprimerent. Debent autem remi transmitti per foramina lateralia, quæ deinde ope corii circumligati exactiſſime obturantur, prout etiam in navi Drebeliana factum fuiſſe referunt. Dum vero emergendum eſt, intentum facile obtinemus, partim ope remorum, partim expellendo aquam ex navi ope antliæ ad id comparatæ. Pag. 382.

Tandem *nono* claudit opus oratio Autoris inauguralis habita, cum Profeſſionem Mathematicam Marpurgi ſuſciperet.

GEDEONIS HARVEI, M. D.

ARS CURANDI MORBOS EXPECTATIONE;

Item de vanitatibus, dolis & mendaciis Medicorum.

Amſtelodami juxta exemplar Londinenſe, 1695. 12. *plag*. 14.

VUlgarem morbos curandi modum acerbe perſtringens Auctor hoc in libello, ideo artis morbos *expectatione* curandi titulum ei præfixit, quoniam totus in eo eſt, ut oſtendat, Medicorum vulgus nihil quicquam emolumenti ægris afferre ſuis remediis, & cum nonnulli convaleſcunt, expectando uſque donec morbum naturæ vis fregerit, fruſtra ſibi ſuiſque arrogare medicamentis, quod expectationi & naturæ debetur. Hinc Medicorum

Act.Erud. An. 1695. M. Aug.

rum illorum ſectas diverſas ſex potiſſimum conſtituit, vocando *ferream* quæ Martialibus, *aſinariam* quæ lacte aſinino, *Jeſuiticam* quæ cortice Peruviano, *aquariam* quæ aquis mineralibus, *laniariam* quæ venæ ſectione, *ſtercorariam* quæ purgantibus morbos promiſcue curare ſatagat. Hæ ergo ſectæ quantum afferant damni humano generi, ut demonſtret, primo de ferreis doctoribus agit, ac ſecundis infauſtiſque chalybis effectibus; concedens in hujus ſulphure quiddam valide abſterſivum & diureticum eſſe, ſi acidos humores offendat; alias autem ferrum conſtipare vaſa aſſerit, ſi cum ſale vitriolico in unum coeat, & proinde omnibus illis in caſibus, ubi pulmones vel hæreditarie vel adventitie fuliginoſum & uliginoſum inſpirando aerem redditi ſunt aſthmatici, e chalybe parata remedia, tam humida quam ſicca, omittenda eſſe, niſi præcipuum indicans extrema ſit neceſſitas. Idem confirmat enumeratione aliorum malorum e chalybe fluentium, imprimis quod noxam in cerebrum & nervos immedicabilem fundat uſus chalybis protractus. Sulphur tamen chalybis, particulis ſalinis penitus exutum & vi conſtringendi privatum, commendat tanquam egregium deobſtruens, ejuſque ſuccedaneum laudat tincturam tartari: ad cujus præparationem aſſumit tartari duas vel tres uncias, affuſoque ſpiritu vini non rectificato, ad ſupereminentiam quatuor digitorum, per dies noctesque quatuor, in phiola in arenæ balneo digerit in colorem flavum; tincturæque decantatæ cochleare integrum mane & veſperi in vehiculo idoneo exhibet. Porro de aſino-doctoribus, ut vocat, agit, damna potus lactis exaggerans, etiam ipſa in phthiſi, vix medici nomen illum mereri aſſerens, qui abſque illo hanc curare neſciat. Antihecticum Poterii plane rejicit aliaque vulgaria antiphtiſica quæcunque, cum unicum detur medicamentum, quod ad omnes pulmonariæ tabis indicationes quadret, ſolaque aeris commutatio ſanitati recuperandæ plurimum conducat, quæ proinde cauſa ſine qua non ſit cenſenda. Ab his ad aquarios accedit doctores, illoſque recenſet morbos, quibus medendis aquæ minerales vulgo adhibentur; in quibus cum calculus facile ſit præcipuus, ab hujus cura removet illas pariter atque medicamenta lithontriptica, quippe cum unica & certa methodus hanc ægritudinem curandi in eo poſita ſit, ut cauſis procatarcticis internis, antecedentibus, materiali & adjuvantibus, ſubtractis & correctis, quo ſpirituum & fermenti emendatione natura calculum friabilem reddere poſſit, ductus excernentes probe relaxentur, & mucilagineis emollientibus lubricentur, nec non ſubinde molliter ac gradatim diureticis ſtimulentur, ut ſabulum deturbent. Enumerat quoque alios errores in curatione calculi committi

Pag. 383.

ſoli-

Ed.Erud. An.1695. M. Aug.

ſolitos, taxatque catheteris abuſum. Porro lanios-doctores aggreditur, qui vage imperent phlebotomias, in ætatis decurſu chronicisque morbis vix ac ne vix quidem admittendas, cum levamen præſentaneum ab eis collatum vix cum viſcerum defectione & imbecillitate hinc oriunda comparari mereatur. Quandoquidem autem plerorumque morborum curationem expectationi, non medicamentis deberi cenſet, hinc in apparatum inquirit pharmaceuticum, magis ad pompam quam uſum comparatum, ſalſeque irridet ineptas præparationes, peculiari capite purgantium farraginem cenſoria notans virgula, neque diſſimulat medicaſtrorum fraudes modoſque impune occidendi, in exemplum adducens Jacobum Cottier Ludovici XI. Galliarum Regis Medicum. Cæterum parum tribuit methodo medendi & ſubtilitatibus anatomicis, plurimum pharmaceuticæ legitimæ & obſervationi effectus medicamentorum in morbis ſingulis, cum vires illis vulgo adſcriptæ generatim fere falſæ ſint, & his adhibitis nihil aliud agant Medici, quam ut deludant ægros, tempuſque trahant præſcribendo medicamenta, quæ ſi non obſint, nihil tamen proſint, donec tandem natura morbum ſuperaverit. Id quod exemplo curationis febrium, morbillorum, variolarum, tuſſiumque illuſtrat, inquirens quoque in uſum & abuſum medicorum, collegiorum & conſultationum. Quod ſupereſt, quamvis multi expectatione ſanentur a Medicis, non paucos tamen ab illis quoque expectatione occidi contendit, dum exhibentur medicamenta irrita, idque contingere præcipue in pulmonum ulceroſa tuſſi, marcore & febri hectica. Notat quoque illorum errorem, qui tuſſim & catarrhos a frigore derivant; cum nihil aliud ſint quam fermentationes, quibus heterogeneæ particulæ a ſanguine ſecernuntur, tutoque curentur vel venæ ſectione, vel educendo humores mucilaginoſos & tartareos in œſophagi glandulis & infimo ventre ſtabulantes, non dulcibus bechicis. Commendat quoque in tuſſi purulenta arcanum ſuum ex re vili paratum, quod mire faciat ad ulcera totius corporis tam interna quam externa abſtergenda & conſolidanda. Ne vero deſtruxiſſe omnia, nihil autem ad ſtabiliendam artem medicam adduxiſſe videatur, de febribus ſuam ſententiam proponit, præmiſſa de fermentatione & ebullitione hypotheſi, quæ huc redit. (1) Corpora omnia tam ſolida quam fluida conſiſtere ex triplici particularum genere, quorum duo ſint activa, ſibi invicem contraria & ſe mutuo oppugnantia, tertium neutrale, paſſivum, viſcoſum & glutinoſum, ut ſui interpoſitione inter particulas activas, eas non ſolum ab hoſtilitate mutua detineat, ſed eaſdem quoque ſua tenacitate arcte compingat & connectat; paſſivaſque particulas in corporibus ſolidis

Pag. 384.

Act.Erud. An. 1695. M. Aug. eſſe duriores tenacioreſque, in fluidis autem molliores & laxiores. (2) Partes corporum alias eſſe circumferentiales, e parvis trium illorum generum particulis conſtantes, ſed laxiores; alias Pag. 385. vero centrales ex iisdem elementis compoſitas ſed magis denſas & compactas, & illas diſſolutioni & interitui magis quam has eſſe obnoxias. (3) Fermentationem oriri, quando in circumferentialibus partibus intermediæ particulæ paſſivæ ſecedunt ab activis, quas ex una parte acidas, ex adverſa igneas, alcalicas, ſpirituoſaſque eſſe concipit, ut in ſe mutuo agere poſſint, donec altera alteram deſtruxerit; ebullitionem autem fieri, quando in ſe agunt particulæ activæ centrales, ut fiat totius mixti ſolutio & deſtructio. Porro febris naturam explicat ſupponendo (1) Febris intermittentis ſedem cauſamque eſſe in meſenterii glandulis & pancreate, vaſiſque inde decurrentibus ad viſcera infimæ regionis & hinc per univerſum corpus, (licet fermentatio primo in ipſis glandulis & pancreate, & proxime in vaſis lymphaticis circa viſcera & inprimis ventriculum incipiat) eamque ſæpius in primordio in particulis latere circumferentialibus, & poſtmodum in ipſis centralibus ſuccorum lymphaticorum aliorumque in locis prædictis ſtabulantium. (2) Febrim intermittentem eſſe ebullitionem particularum centralium ſuccorum lymphaticorum & quandoque lacteorum, ſed continuam febrim eſſe ebullitionem centralium particularum ſanguinis. (3) Succos lymphaticos (quo nomine comprehendit ſuccum cerebri, nervorum, pancreatis cæterarumque glandularum) adpellentes quoquo verſus ad membranas univerſum corpus inveſtientes eas pungente acritate vellicare, ac pro acrimoniæ gradu frigus, horrorem vel rigorem inducere; in membranas ventriculi impingentes, languorem ventriculi, nauſeam & vomitus movere; veſicæ membranis allidentes ſtranguriam & quandoque dyſuriam inferre; & inteſtinorum membranas concutientes tormina & alvi fluxus parere. (4) Enumerata ſymptomata non diutius permanere, quam donec ebullientes ſucci lymphatici cum ſanguine in vaſis majoribus permiſti fuerint; cujus particulæ circumferentiales ſolutiores ſeu laxæ & ſeroſæ ab ebullientibus ſuccis lymphaticis in ingentem fervorem adiguntur, adeo ut ex utriſque commixtis tunc ſummus iſte ardor oriatur, qui a tertiana laborantibus perſentitur, quique pro ebullitionis gradu in quartana mitior exiſtit. (5) Sedimentum rufum in tertianorum urinis, poſt paroxyſmum peractum, eſſe particulas viſcoſas ſecedentes cum emortuis activis. (6) Chinam de China exhibitam vires potiſſimas cominus exerere, ſcil. in ventriculum, Pag. 386. inteſtina tenuia, pancreas, & proxime adjacentes meſenterii glandulas, earumque omnium lymphatica vaſcula haud longe diſſita,

quo-

quorum omnium ſuccorum in ipſis contentorum particulas mucoſas relaxataſque arcte compingat, cogat & condenſet; qua ratione extemplo particulæ activæ compeſcantur & ebullitio inhibeatur: atque hinc fieri, ut, ſi auctiori doſi ingeratur prima vice, & contenta in vaſis & viis inteſtinorum proximis valde condenſet, cæmentet & obturet, doſibus ſubſequentibus introitus & ſimul virtutum admiſſio penitus præcludatur. Hinc autem deducit: (1) Si cauſa febris intermittentis in vaſorum meſeraicorum parte, quæ inteſtinis proxime adjacet, ſedem obtineat, largam Chinæ doſin unam vel alteram ebullitionem febrimque actutum inhibere: ſed ſi in vaſorum dictorum partibus diſſitis lateat, a priori Chinæ doſi ampla ſequentibus viam præcludi, ipſaſque cum excrementis alvinis proturbari, alvique fluxum moveri; nihilominus tamen febrim perſiſtere intermittentem, quinimo ob vias conſtipatas ingruere, & haud raro in continuam lethalemque tranſire. (2) In febribus continuis putridis, quæ cauſam & ſedem multo longius a primis viis diſtantem habent, Chinæ corticem grave damnum, imo mortem ipſam adducere: primis enim viis conſtipatis & humoribus compactis, nullum medicamentum febribus continuis obſiſtens ad vaſa majora penetrare, neque naturam ſedimentum album ob vias præcluſas poſſe expellere, quod proinde in cruoris maſſam recedens febrim lethalem reddat. Suadet proinde ad curandas febres neque acida neque volatilia alcalia adhibere, cum particularum activarum partem unam intendant, & ſic febrim vehementiorem reddant, ſed ſolum neutra quædam peculiaria virtutibus prædita, quibus evidenter hic morbus debellari queat. Febrium autem diverſitatem, & paroxyſmorum rationem derivat ex materiæ febrilis natura & loco. Quo enim propius ventriculo vel inteſtinis accumbit, & quo majori vel minori copia, eo crebrioribus vel rarioribus paroxyſmis torquetur æger; ſcil. ſi procul a ventriculo & hepati ſit propinqua, parit tertianam, ſi propior lieni, quartanam. Item ſi materiæ febrilis particulæ intermediæ ceu neutrales ſolutiores laxioreſque fuerint, tertiana emergit; ſin minus ſolutæ & laxatu difficiliores, quartana, quintana, ſextana, vel menſe uno pluribuſque paroxyſmus oritur. Porro quacunque in parte glandulæ ſuccum lymphaticum aſſumſerint, pars iſta ſingularis tantum parteſque adjacentes paroxyſmis febrilibus typicis ſubjiciuntur. Porro de ſpiritibus Auctor ſuam dicit ſententiam, opinatus partes ſubtiliſſimas ſanguinis in venis *naturales*, in arteriis *vitales*, partes vero ſubtiliſſimas ſuccorum nerveorum *animales*, glanduloſorum *glanduloſos ſpiritus* vocari, & animales quidem a cerebro confici ſuccum iſtum tenuiſſimum & tenacem a ſero ſangui-

Act.Erud. An.1695. M. Aug.

Pag. 387.

gui-

Act.Erud. An. 1695. M. Aug. guinis ſeparando, & trans poros ductuſque ſuos peranguſtos trajiciendo; ipſoſque poſtmodo ſub forma tenuiſſimorum filorum in anguſtiſſimos nervorum canaliculos tum directos tum transverſos & obliquos impelli, atque hinc morborum a ſpirituum animalium vitio dependentium ætiologiam arceſſendam eſſe; quod exemplo tumoris albi non curabilis niſi cauterio actuali illuſtrat. Tandem de aſthmate agit ex ſucco glanduloſo incraſſato oriundo, nec non apoplexia & lithiaſi ſpuria, abuſum catheteris perſtringens.

M.Octob. Pag. 464. & ſeq.

CONRADI BERTHOLDI BEHRENS D. Medici Hildeſienſis Epiſtola ad G. G. L.

de Opere Genealogico Familiarum emortuarum, quod molitur.

SCire ex me deſideras, quo in ſtatu ſint Diſquiſitiones meæ Genealogicæ; illæ vero ita ſe habent. Jam ab eo tempore, quo Generoſ. Imhofius Notitiam Procerum Imperii publici juris fecit, cœpi egomet mecum cogitare, de quodam quaſi ſupplemento præſtantiſſimi illius operis, tractatione videlicet illorum Procerum, qui emortui ſunt, idque non alium ob finem, quam quo perfectioni hiſtoriæ Germanicæ magis magiſque conſuleretur. Nec enim ſterilem futuram & iſtam operam ex eo mihi ſpondeo, quod præter jucunditatem, quæ ex omni re hiſtorica capitur, non parum emolumenti hinc ad eos quoque redundaturum ſperem, qui vel in feudorum antiquitatibus eruendis, vel in juribus donationibusve ſeu oppugnandis ſeu protegendis, occupati ſunt; quale negotium cum abſque tabularum & diplomatum ſubſidiis perfici nequeat, & tabulæ actorum publicorum pars ſint hiſtoriæ certiſſima, ceu haut ita pridem ipſe præclare demonſtraſti in præfatione ad Tomum primum Codicis Diplomatici; profecto quoque familiarum emortuarum tractatio quædam ſuppeditabit, quæ tabulis ejuſmodi examinandis, confirmandis, vel rejiciendis inſerviant. Paucis multa comprehendo; nec enim, ut coram Te, rerum harum ſcientiſſimo, latius de utilitate imo neceſſitate hujus materiæ agam, opus eſt.

Ipſam vero tractationis methodum quod attinet, id præſertim agere animus eſt, ut quæ circa feudorum mutationes, donationes, teſtimonia perhibita, vitæque tempora accurate examinanda in unaquaque perſona occurrunt, bona fide recenſeam, ordine

ne juxta annorum ſeriem, quibus acta ſunt: nihil autem ſolis autoritatibus aut conjecturis meis tribuam.

Atque hæc ſunt, Illuſtris Domine, quæ Tibi de inſtituto meo ſignificare potui. Quod ipſum cur lente proceſſerit, multa in cauſa fuere, praxis inprimis quotidiana & ad vicina loca excurſiones. Acceſſit dein alterius laboris interpoſitio, dum juſſu Reverendiſſimi ac Generoſiſſimi Domini Friderici de Steinberg, Cathedralis Eccleſiæ Halberſtadienſis Canonici, ac Sereniſſimorum Ducum Brunſwic. & Luneb. Conſiliarii Intimi & in Aula Guelpherbytana Mareſchalli, exemplo certe pio, & nunquam ſatis deprædicando, generoſiſſimam ejus Gentem, antiquiſſimam pariter & ampliſſimam, ex Archivis publicis privatiſque in ordinem genealogicum cum exegeſi hiſtorica redigo. Nunc vero in familiis emortuis rurſus occupor, cum magni apud nos viri ſubinde urgeant, & haut ita pridem Generoſiſſimus Dn. Carolus Auguſtus ab Alvensleben, Dominus in New-Gatersleben, pro ſingulari erga rem genealogicam promovendam affectu, ex ampliſſima omnique eruditionis genere inſtructiſſima beati Dn. Parentis ſui bibliotheca, integrum faſciculum tabularum genealogicarum, manu propria Generoſiſſimi Parentis collectarum deſcriptarumque, mecum per Te gratioſe communicarit, eoque ipſo tacite quaſi inſtituti mei monitorem egerit. Abſque dubio vero & alii, ſiquidem hoc meum propoſitum ipſis innoteſceret, ſuppeditare ſua non gravarentur, quibus ſive per dignitates, ſive quoque per labores non licet, ut hæc ex profeſſo tractent edantque. Quale quid ut expectare audeam, faciunt etiam proximæ Tuæ, mentionem facientes de Dn. de Greiffencranz, Seren. Holſatiæ Ducis ad Aulam Cæſaream quondam Ablegato, nunc Conſiliario Oſtfriſico intimo, quem in his ſtudiis mirifice excellere, magnamque vim notitiarum egregiarum, occaſione præſertim itinerum undique congeſtarum poſſidere, coram perſpexiſti; ut & de Dn. Fabricio Præpoſito feudalis Curiæ Herbipoli, qui quantum rebus his diligentiæ tribuerit, etiam deprædicas. Nec Temetipſum denique voto huic meo, pro ſummo Tuo in rem literariam, inprimis vero hiſtoricam augendam deſiderio, deſuturum ſpero. Hiſce vale, Patrone ſumme, meamque operam, quam ſolum ad alios excitandos ſuſcepi, æqui bonique conſule. Scripſi Hildeſii 8. Sept. 1695.

Act. Erud. An. 1695. M. Nov. Pag. 489.

NOVA ET SINGULARIS GEOMETRIÆ PROMOTIO

Circa dimenſionem quantitatum curvarum, *per D. T.*

CUm variæ in Matheſi dentur viæ ad easdem veritates inveniendas ducentes, plurimum in eo ponendum eſt ſtudii, ſimpliciſſima ut inveſtigetur. Quamvis enim hoc ipſum non ſit apprime neceſſarium in omnibus difficultatibus particularibus, maxime tamen requiritur in principiis fundamentiſque ponendis, quæ ita ſunt generalia, ut tota iisdem Matheſis innitatur, ad quæ pertinet *geneſis omnium curvarum*. Quapropter poſtquam harum omnium facillimam deſcriptionem *per focos* reperi, ſtatim eandem cum publico communicavi in *Medicina mentis*, oſtendens, quam latum hæc campum nobis aperiat, infinitorumque novorum, ſingularium, & facillimo negotio decerpendorum inventorum feracem, ut augmentum veritatis, quod non unius eſt hominis, conjunctis viribus ab eruditis viris eo melius promoveretur. Neque parvam mihi attulerunt lætitiam ea, quæ Dominus *Leibnitius* & doctiſſimorum nobile par fratrum *Bernoulliorum* jam præſtiterunt, Actiſque inſeruerunt Eruditorum. Sed cum hæc curvarum geneſis per focos nimiam præ ſe ferat ſimplicitatem, tantique momenti non videatur, ut ex ea tanta tamque præclara & utilia poſſint derivari; non ipſe ſolum alia nova inventa in Actis Eruditorum exhibui, ſed in poſteriori quoque Medicinæ mentis editione, alia quædam corollaria non vulgaria adjeci, ut alios quoque ad hanc rem penitius penſitandam excitarem. Nota mihi quidem plura elegantia præſtantiaque ſunt conſectaria, quorum hactenus nullam, niſi privatim apud viros maximi ingenii, feci mentionem, arbitratus illa quondam ob novitatem uſumque ſingularem fore gratiora, cum publici juris ea faciendi mihi dabitur occaſio. Quoniam
Pag. 490. vero an brevi hoc futurum ſit, cum eo non vivam in otio, quod hæc ſtudia vel maxime requirunt, neſcio, nonnulla ex his in publicum producere conſtitui, ejus quidem momenti, ut non diſplicitura credam Geometris, eo fine ut vel hoc ipſo augmentum veritatis, ſin minus per me ipſum, per alios tamen, qui magis abundant otio, promoveatur. I. Ex hac ergo curvarum geneſi per focos intellexi, præter unicam & ſimpliciſſimam Hugenianam evolutionem dari innumeras alias, ita ut quælibet curva infinitis poſſit modis evolvi, ſequanturque hinc dimenſiones curvarum infinitis modis, ut alio tempore oſtendi. Perſpexi etiam, ipſam ſpatiorum curvilineorum dimenſionem generaliſſime hinc derivandam, & ea quidem ratione, quæ admodum

dum ſimplex eſt, & in qua ſingularia hæc occurrunt. (1) Uti notum pervulgatumque eſt, ſpatiorum circularium dimenſiones abſolvi ductu lineæ cujusdam rectæ in arcum circuli; ita univerſaliter hoc ipſum omnibus competit *ſpatiis curvilineis*, ut ſcilicet ſint *æqualia producto alicujus rectæ in arcum curvæ alicujus*, occurruntque hic plurima circulari dimenſioni analoga. (2) *Curvæ quarum ope reliquarum curvarum metior ſpatia*, quæque primæ quaſi curvæ exiſtunt & præcipue ſunt conſiderandæ, proprietates habent valde notabiles, & in his, quod multis erit inexpectatum, *curvæ quoque ſunt mechanicæ*, quas Carteſius ex Geometria perperam, ut in Medicina mentis clare probavi, eliminavit, quarum proinde uſus hinc redditur in Geometria manifeſtior. (3) *Curvæ* illæ, per quas menſurantur reliqua ſpatia, *in lineas rectas abeunt, cum ſpatium aliquod abſolute eſt quadrabile*. Unde facile ex ipſa geneſi dijudicari poteſt, utrum aliquod ſpatium quadrabile ſit nec ne. Derivatur quoque inde, figuras clauſas non admittere quadraturam, intellige ordinariam; id quod conſentit cum iis, quæ habet Dominus Newton; neque difficulter cognoſci poteſt, quænam figuræ clauſæ ſint, cum alias multa poſſint earum figurarum afferri exempla, quæ videntur quidem, nullatenus tamen ſunt clauſæ. Act. Erud. An. 1695. M. Nov.

Ut autem mens mea eo melius poſſit intelligi, exemplo, quod dictum eſt illuſtrabo. Sit ellipſis AFGE, ſumtoque radio æquali ſemidiametro minori deſcribatur ex centro C circumferentia BFD, tandemque pro lubitu ducatur ex C recta CG, & HG parallela AE; dico rectangulum ex recta AE in arcum circularem HD eſſe ſemper quadruplum ſectoris elliptici CGE, ac proinde hoc modo facile *ſpatium ellipticum in æquales partes ex puncto C dividi poteſt*. Idem obtinet in parabola & hyperbola, ſi his omnia, ut decet, adplicentur, ea tamen cum differentia, ut quemadmodum in ellipſi, prout jam vidimus, dimetienda adhibetur arcus curvæ circularis HD, ſeu talis curvæ, ubi normalis ad tangentem eſt conſtans ſeu datæ rectæ æqualis; ita in hyperbola qualibet menſuranda adhibendus ſit arcus curvæ, in qua tangens ipſa eſt conſtans ſeu datæ rectæ æqualis, adeoque curvæ, quæ ex mente Carteſii eſt mechanica; in parabola vero alia curva, ubi normalis ad tangentem & ipſa tangens ſunt æquales conſtanti quantitati, hoc eſt linea recta, aſſumatur. Atque ſic unico theoremate omnium ſectionum conicarum per rectangulum ex conſtante recta in aliam curvam aut rectam ducta traditur dimenſio. Quæ quidem ſpero Geometris non minus grata futura, quam monitum Hugenii, quo ſimile quid in hyperbola æquilatera a ſe deprehenſum indicavit, cum hæc omnia modis plane diverſis eruta, multoque ſint univerſalio- TAB. V. Fig. 1. Pag. 491.

 ſaliora, nec ſolum omnibus hyperbolis, ſed infinitis aliis curvis applicari poſſint.

Quænam autem porro hinc concluſiones in curvis ſuperiorum graduum, quæ tres pluresve focos habent, conſequantur, periti harum rerum inſigni cum voluptate per ſe ipſos facile experientur. Poſſem enim plura huc elegantia & univerſalia theoremata adferre, ſed ne ipſis deſiderium minuam hæc ſuo Marte indagandi, unico tantum exemplo aſſertioni meæ fidem faciam.

TAB. V. Fig. 2. Sit curva FG, quæ deſcripta ſit ope *quatuor focorum* A, B, C, D, ſitque E centrum gravitatis quatuor punctorum A, B, C, D; dico, ſi ex quinque his punctis verſus duo puncta F & G pro lubitu aſſumta in curva, ducantur rectæ, *ſpatia AFG, BFG, CFG, DFG quadrupla eſſe ſemper ſpatii EFG; ſi autem quinque eſſent foci, fore quintupla, & ſic porro in infinitum*. Sed de his ſatis.

II. Notum eſt in circulo circumferentias eſſe inter ſe ut diametros, & ſpatia circularia ſimilia ut diametrorum quadrata; non autem pervulgatum eſt, quod animadverti, dari unicum tale theorema pro omnibus curvis ejuſdem ſpeciei, ex quo v. g. curvarum ellipticarum & hyperbolicarum ratio ad invicem innoteſcit, quæ nos hactenus latuit, poſſuntque infinita nova & ſingularia circa omnes curvas derivari. Pag. 492. Id quod ſpecimine aliquo illuſtrabo.

Fig. 3. Sint duæ parabolæ AE & BD, quarum focus C, ducaturque recta CDE. Dico *curvam parabolicam AE eſſe ad curvam parabolicam BD, ut minoris latus rectum ad majoris latus rectum*. Unde ſi ratio laterum rectorum ſit dupla, curva AE dupla erit curvæ BD. Neque abſolute neceſſe eſt, ut eundem focum C habeant; poteſt enim punctum ad libitum aſſumi, & nihilominus tamen ratio, quam curvæ ad ſe invicem habent, determinari.

III. Cognita quoque eſt ratio, quam partes curvæ circularis ad ſe invicem habent, ſed circa quaſvis alias curvas hæc nondum oſtenſa fuit a Geometris. Illis ergo forte non ingratum accidet, ſi ipſis ſignificavero, me methodi univerſalis eſſe compotem, *in qualibet curva, data portione ejuſdem, aliam ſemper aſſignandi, quæ datam rationem ad priorem obtinet*; cujus rei ſpecimen quoque exhibebo.

Fig. 4. Sit parabola ACDEF, cujus focus B, ſitque data portio curvæ CD, & alia aſſignanda EF, ita ut CD ſit ad EF, ut data linea GH ad IK. Ductis lineis BC & BD, fiat ut quadratum GH ad quadratum IK, ita recta BC ad rectam BE, & BD ad BF: Dico curvæ parabolicæ portionem CD ad EF eſſe in ratione data. Sit e. g. GH ad IK ut 1. ad 2. & fiat BE quadrupla BC, & BF quadrupla BD, erit portio curvæ EF dupla partis CD. Occurrit hic qui-

quidem caſus, ubi peculiaria quædam obſervanda; ſed cui demonſtratio præcedentium nota, facile videbit, quid ſibi agendum aliaque egregia hinc eliciet, v. g. modum *in curvis aſſignandi ſpatia datam rationem habentia, licet ipſorum dimenſio ſit incognita*, multaque alia præclara & plane nova theoremata vel circa ipſas conicas ſectiones, quæ tamen hactenus nocturna diurnaque manu quaſi verſatæ fuerunt a Geometris. Demonſtrationes enim horum omnium afferre & prolixum nimis foret & ſupervacuum, cum hæc inventa præcipue dicata ſint Geometris primi ordinis, quibus jam notum eſt, quomodo ex datis concluſionibus univerſalibus circa dimenſionem quantitatum, demonſtrationes via retrograda facile poſſint inveſtigari. Act. Erud. An. 1695. M. Nov.

IV. Conſtitueram hic ſubſiſtere, ſed commodum incidit in manus meas *Joh. Bernoullii* meditatio de dimenſione linearum curvarum per circulares; quod egregium inventum & mirifice me delectavit, & effecit, ut hæc pauca adjicienda duxerim. Vir hic celeberrimus præcipue reſpexit in eruendo hoc problemate ad evolutionem Hugenianam; ſed quia juxta deſcriptionem meam curvarum per focos, quælibet curva infinitis modis poteſt evolvi, hinc ejus doctrina infinities amplificari poterit, adeoque Geometria ſingulare hoc modo augmentum recipiet. Addam vero & aliud, quod in tempus aliud reſervaveram. Notum eſt, quod dato cuilibet ſpatio infinita alia ſpatia, diverſæ naturæ, æqualia perfacile inveniri poſſint; ſed idem in curvis lineis efficiendi nemo adhuc oſtendit rationem. Si enim via ordinaria rem aggrediamur, ad tangentium methodum inverſam deducimur, cujus ingenioſiſſima nobis ſpecimina dedit Illuſtriſſimus vir Marchio Hoſpitalius. Licet autem hanc quoque methodum probe excoluerim, & mihi fere omnimode ſatisfecerim, non tamen ea hic præſtat, quod comparari poſſit cum methodo univerſali, quam non ita pridem inveni, ope cujus *infinitæ diverſæ curvæ poſſunt deſignari datæ curvæ abſolute æquales*. Specimina hujus rei alio tempore exhibiturus ſum: jam enim vix licuit ob circumſtrepentia negotia ad amicorum inſtantiam præcedentia literis conſignare. Pag. 493.

G. G. L.

Act.Erud.
An. 1695.
M. Nov.

G. G. L.

DE NOVO USU CENTRI GRAVITATIS

Ad dimenſiones, & ſpeciatim pro areis inter curvas parallelas deſcriptas ſeu rectangulis curvilineis; ubi & de parallelis in univerſum.

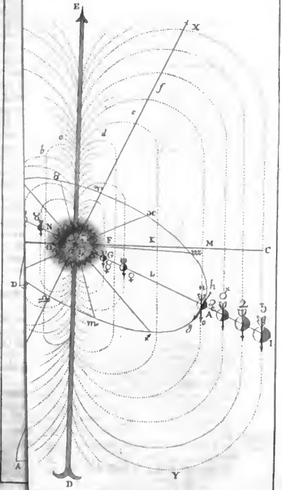
PAppus ſubindicaverat, quod Guldinus expreſſius oſtendit, aream motu debito generatam æquari facto ex ductu mobilis generantis in viam ejus centri gravitatis. Hac regula potiſſimum uſi ſunt Geometræ in motu rotationis circa certum quendam axem pro metiendis ſolidis ac ſuperficiebus, quæ ſic generantur. Sed non minus ſuccedit negotium, ſi axis vel centrum continue mutetur durante motu generantis, ut fit in evolutionibus curvarum & ſuperficierum. Itaque ſi curva AB ope fili DAB evolvatur, tunc pars fili, id eſt initio recta DA, deſcribet aream DA (A) D, vel brevius deſignando, D (A); duabus curvis parallelis condeſcriptis, D (D) & A (A) comprehenſam, quæ æquabitur rectangulo ſub recta AD, & recta æquali curvæ E (E) (iisdem parallelæ) a centro ſeu puncto rectæ AD medio, E, deſcriptæ. Quin amplius, etiamſi pars ipſius mobilis ſucceſſive quieſcat & moveatur, tamen productum ex toto in viam centri gravitatis totius, areæ generatæ æquatur; quod & hic locum habet. Pag. 494. Nempe totius fili DAB centrum gravitatis ſit G, in ſtatu primo; & (G) in ſtatu ſeu ſitu ultimo, cum filum totum in rectam B (D) abiit. Sit linea G (G) locus continuus hujus centri, dico B(D) filum, in G(G), æquari DAFB (D) D. Horum ut recordarer, fecit elegans theorema Dn. Joh. Bernoullii, qui notavit duorum arcuum evolutione condeſcriptorum, ut D (D) & A (A), differentiam, ſi convexitatem vertant ad easdem partes, ſummam ſi ad contrarias; æquari arcui AH, ſectoris circularis, intercepti inter duos radios, DA, DH, æquales filo vel regulæ extremis ſuis punctis binos illos arcus deſcribenti, & parallelos ipſis DA, & (D) (A) extremis ſitibus fili. Videantur Acta Augusti 1695. His cum meo theoremate conjunctis, ſequitur differentiam (vel collatis oppoſitis evolutionibus ſummam) duorum (ut ſic dicam) rectangulorum (bicurvilineorum) condeſcriptorum, velut D (K) & L (A) modo ſint æquialta (nempe ſi DK=LA) poſſe menſurari ope dimenſionis circuli. Nam collocetur ipſi DK vel LA æqualis MN in recta DA, medio loco inter D & A; & deſcribantur ſimul parallelæ M (M) & N TAB. V. Fig. 5.

(N).

15,110 168 A

…LARIS TAB. VI. ad A. 1695.

…liptica.



(N). Jam DL=KA, & DL in M (M)=D (L), & KA in N (N) =KA. Ergo D (L) — K (A) id eſt D (K) — L (A) =DL in M (M) — N (N) = DL in NP, poſito NP eſſe arcum circularem, centro M dicto modo deſcriptum, ſcilicet ut ſit MP parallela & æqualis ipſi (M) (N). Unum adhuc addam: quæ de parallelis noſtro more, id eſt generaliter acceptis, diximus, tam univerſalia eſſe, ut non tantum parallelis evolutione deſcriptis, ſed & rectis ac circularibus quadrent. Licet in circularibus linea evolvenda evaneſcat in punctum, & pro rectis hoc punctum concipiendum ſit infinite remotum. Generaliter autem *parallelas* definio (lineas vel ſuperficies) quarum intervalla (minima ſcilicet) ubique ſunt æqualia. Et cum *rectangulum*, (late ſumtum) figura ſit, quæ ſolos angulos rectos habet; conſequens eſt, figuram hic inter duas parallelas earumque intervalla extrema (minimam) contentam ut D (K) merito rectangulum appellari. Cæterum ut hoc quoque adjiciam: *Datæ lineæ* (curvæ vel rectæ) *parallelam ducere lineam*, problema eſt, quod etiam ſine evolutione conſtrui poteſt. Nempe ducatur recta perpendicularis ad lineam datam, & ex puncto ejus aliquo tanquam centro, ac pertingente ab eo ad curvam perpendiculari tanquam radio deſcribatur circulus lineam datam tangens; qui ſi volvatur, ſuper ipſa deſcribet centro ſuo lineam datæ parallelam. In eo tamen præſtat evolutio, quod ejus ope duci poteſt parallela datæ per punctum datum. Tantum enim opus eſt ex hoc puncto duci tangentem ad generatricem datæ, quæ ſimul & generatrix erit quæſitæ; tangente ducta partem fili faciente.

Act. Erud. An. 1695. M. Nov.

Pag. 495.

ADVERSARIA MATHEMATICA ET PHYSICA

DOMINI DE LA HIRE

Academiæ Regiæ ſcientiarum membri.

Pariſiis ex Typographia Regia. Ann. 1694. 4. *plag.* 25½.

LINGUA GALLICA.

COmplexus eſt doctiſſimus Auctor hoc libro varios tractatus, ad philoſophiam mathematicam & naturalem illuſtrandam a ſe conſcriptos: quorum *primus* agit de curvis, quæ rotatione circuli ſuper alium circulum tanquam baſin gignuntur, *epicycloidesque* commode vocari poſſint, de quibus tum celeberrimus New-

Act. Erud. An. 1695. M. Nov.

tonus in Philoſophiæ naturalis principiis mathematicis pag. 147. tum Dn. D. T. in Act. Erud. anno 1690. pag. 209. nec non nuper admodum illuſtr. Marchio Hoſpitalius in Act. Erud. 1695. p. 147. multa præclara tradiderunt. Oſtenditur autem in eo dimenſio ſpatii epicycloidalis, modus tangentes epicycloidum ducendi, dimenſio curvæ epicycloidis, ejusque evolutio tandem & uſus in mechanicis. Demonſtrat enim clar. Auctor inſignem hanc curvæ commemoratæ proprietatem, quod ſcilic. ſi duo fuerint circuli circa ſua centra mobiles, quorum poſterior inſtructus ſit dentibus, qui portiones ſint epicycloidis a circulo priori ſuper illum tanquam baſin deſcriptæ, ſintque duæ potentiæ circulis applicatæ & in æquilibrio conſtitutæ, dum dens poſterioris circuli agit in punctum circumferentiæ prioris in linea horizontali ſitum; eædem potentiæ manſuræ ſint in æquilibrio, ſi dens idem agat in idem punctum quocunque alio in ſitu. Hanc deinde ad uſum transferre docet, dataque figura dentis cujusdam rotæ deſcribere epicycloidem, cujus figuram æmulari debent dentes alterius rotæ æquali ſemper vi in alteram agentis, idque machinarum nonnullarum deſcriptione illuſtrat. Huic tractationi appendicis inſtar jungit examen conſtructionis curvæ cauſticæ (quoniam hæc quoque eſt ex epicycloidum numero, ut in Act. Erud. An. 1690. pag. 210. a Dn. D. T. oſtenſum) & illius quidem, quæ habetur in Act. Erud. An. 1682. pag. 99. errorique in calculo admodum prolixo commiſſo ſuos debet natales, correcta tamen dudum fuit ab Auctore ſuo in Actis Erud. An. 1690. pag. 199. & compenſata conſtructione ex æquatione curvæ naturam legitime exprimente deducta & pag. 209. geometrica demonſtratione munita. Quæ conſtructio ipſiſſima eſt, quam Dominus de la Hire (quem proinde Acta iſta noſtra anni 1690. non vidiſſe apparet,) profert, & in eorum forſan gratiam, quibus demonſtrationes ad abſurdum deducentes veterum more arrident, tali apagogica oſtenſione confirmat. Sequitur in ordine *Explicatio præcipuorum effectuum glaciei & frigoris*, huic ſuperſtructa hypotheſi: Frigus tunc a nobis ſentiri, quando particulæ aqueæ nos circumſtantes minus habent motus, quam illæ, quæ ſunt intra partes noſtri corporis; dari ſalia apta ad ſiſtendum motum particularum aquearum; parum horum ſalium eſſe in ſale communi, plus in nitro, plurimum in ſale ammoniaco; particulas horum ſalium eſſe graciles, rigidas, longas, acutas, aptasque ad penetranda metalla ipſumque vitrum, facile ab aere commoto transferri, & facilius adhæreſcere particulis aqueis, quam aliorum corporum. Quod enim attinet verb. gr. ad glaciei formationem, hæc ita explicatur: Dum ſalia, de quibus dictum, aquam penetrant, ſiſtunt particularum aquearum motum, quæ aliis eo-

Pag. 496.

dem

dem modo ad quietem redactis junctæ filamenta glaciei formant, majusque ſpatium occupant, non ob additionem tantum ſalium, ſed quia dum obrigeſcunt, non poſſunt amplius tam arcte ut antea ſibi invicem jungi, atque hinc filamenta illa leviora facta verſus aquæ aſcendunt ſuperficiem, & a ſalibus ſupervenientibus quaſi confibulata cruſtam glaciei conſtituunt. Quæ, dum aquæ reliquum ſimiliter concreſcit in filamenta majorem locum requirentia, rumpitur, niſi forſan vas aquam concludens debilius fuerit, & a glacie confringatur. Ex iisdem principiis redduntur aliorum phænomenorum rationes: Cur, ſi nec vas neque cruſta rumpatur, in medio glaciei appareat bulla aeris valde rarefacti? Cur aer craſſior, hoc eſt plurimas particulas aqueas valde agitatas continens, frigore condenſetur? Quomodo magnum frigus ſine congelatione poſſit ingruere; & viceverſa? Cur fructus arborum, paucas quippe particulas aqueas, plurimas oleoſas & unctuoſas continentes, non facile congelaſcant, ſed conglaciati frigidæque immerſi ſine noxa degelent, & a congelatione quoque defendantur, ſi tegantur ſtramine, & ſuper hoc extendatur pannus madefactus, vel matta ſtraminea valde ſpiſſa & probe humectata? Cur metalla, quamvis non multum aquæ contineant, niſi in ſuperficie, frigidiſſima adpareant? Cur glacies facilius ſolvatur ab aqua tepida, quam igne? Cur lapides cæmentitii, inprimis illi, qui ope pulveris pyrii loco ſuo natali excuſſi fuerunt, fiſſuraſque hinc, licet imperceptibiles contraxerunt, a gelu corrumpantur? Cur aqua ſalſa difficilius concreſcat quam aqua communis, cujus particulæ non diſtinguuntur a ſe invicem ab intercedentibus ſalinis? &c.

Act.Erud. An. 1695. M. Nov.

Pag. 497.

Excipit diſſertationem jam commemoratam *Explicatio diverſorum illorum ſonorum, quos chorda ſuper inſtrumentum muſicum buccinæ ſonitum æmulans* (trompette marine) *tenſa edit*, laudata expoſitione P. Dechales, & ſuppletis particularibus nonnullis, ad quæ dictus Pater non attendit. Huic ſubjicit eruditiſſimus Auctor ſuam de ſono hypotheſin, quod ſcilicet in corporibus elaſticis vera ſoni cauſa ſit motus undulatorius partium minimarum ex quibus conſtant; vibrationes autem vel totius corporis ſonori, vel ejus partium majorum, non poſſint niſi per accidens efficere ſonum, eumque admodum debilem. Ex hac explicat obſervationes partim proprias, partim Dn. Abbatis Galloys, quod ſcil. forceps focaria corpore duro percuſſa, ſi annulus ejus ſuſtineatur vel digito vel alia re molli, quæ non multum poſſit impedimenti objicere ejus undulationibus, vel duro quidem corpore, ſed quod facile poſſit in ſimilem mo-

Act. Erud. An. 1695. M. Nov.

tum concitari, valde clarum edat ſonum; obtuſiorem autem, ſi incumbat annulus clavi ferreæ aut alii corpori rigido, cui propter ſuam craſſitiem ac figuram, undulationes partis reſonantis non facile poſſint communicari. Ultimum locum occupat *Diſſertario de diverſis accidentibus viſus*, in duas partes diviſa, quarum *prima* generalia quædam de viſu primum proponuntur. Nimirum ſimilem humorum in duobus oculis diverſæ magnitudinis conformationem non ſufficere ad æqualem utrique viſus perfectionem conciliandam, cum oculus, cujus diameter duarum linearum, æque bene videat objecta valde remota, ac oculus ſimiliter conformatus, cujus diameter pollicaris requiratur, ut retina ejus 36.ies ſit ſubtilior & ad ſentiendum aptior, quam oculi alterius: eſſe in retina partem reliquis magis teneram, ut ſi in illam incidant apices conorum radioſorum, ob-

Pag. 498. jecta longe melius quam alias videamus, eamque in utroque oculo eundem habere ſitum, fierique hinc, ut utrumque oculum eodem modo verſus objectum convertamus; ſed ſi pars hæc non eundem locum in utroque oculo occupet, oriri ſtrabiſmum: diſtantiam objectorum apparentem ex magnitudine apparenti, coloribus vividis, directione oculorum, objectorum parallaxi, & diſtinctione minimarum objecti partium dijudicari: & id genus alia. Porro autem oſtenditur quid myopibus, presbytis, & viſu, qui perfectus dicitur, gaudentibus accidat, cum vel retinæ aut humoribus inſidet aliqua imperfectio, vel pupilla eſt nimis dilatata aut conſtricta. Quod ergo ad myopes attinet, de illis primum agitur, qui humores habent turbidos aut coloratos, & quia rara eſt eadem diſpoſitio in utroque oculo, methodus traditur explorandi, utrum imago in utraque retina iiſdem coloribus pingatur; quæ in eo conſiſtit, ut duæ chartæ luſoriæ foramen $\frac{1}{3}$ aut $\frac{1}{4}$ lin. habentes, oculis aliquamdiu clauſis & deinde verſus objectum album converſis applicentur, & ita moveantur, ut ipſis duo circuli albi appareant, qui an eodem colore ſint imbuti, facile animadverti poteſt. Refertur quoque experientia conſtare, illos, qui uno oculo objecta magis rubra vident quam altero, iſtum in uſu quotidiano fortiorem judicare. Ab his ad myopes acceditur, qui pupillæ aperturam nimis magnam habent, vitiaque recenſentur, quæ hinc oriuntur, quod cryſtallinus humor non habet figuram omnes radios a puncto quodam profectos in unum punctum colligendi. Ex eadem cauſa, irregularitate nimirum vel humoris cryſtallini vel corneæ, apparentia iridis circa candelas derivatur; non autem, ut putat Carteſius, ex rugis circularibus, quarum formatio difficilis explicatu. Ratio quoque redditur

tur experimenti paradoxi, in myopibus præcipue, quorum cornea valde protuberat, locum habentis, quo ſcilicet res videtur, quando non convertitur ad illam oculus, non videtur, quando convertitur: ſi ſcilicet corpus nigrum v. g. pileus genæ admoveatur, quod objectorum a latere poſitorum conſpectum impediat, & tamdiu convertatur caput oculo immoto, donec parvum objectum album in plano nigro in oculum incurrat. Si enim capite jam immoto convertatur oculus verſus objectum, viſui illud a corpore nigro eripitur. Docetur etiam, quod ex myopibus illi, qui cryſtallinum bene diſpoſitum, convexiorem autem corneam habent, juventur a vitris concavis; reliquis autem parum levaminis ab illis ſperare liceat. Eodem fere modo de presbytis agitur, rationeſque phænomenorum, quæ illis contingunt, redduntur. Ita, v. g., maculæ conſtantes, quas in objectis videre ſibi videntur, derivantur a vaſculis ſanguiferis disruptis, quæ in cauſa ſunt, ut retina illa in parte, quam ſanguis extravaſatus occupat, non ſit ſatis acuti ſenſus; mutabiles vero ex partibus heterogeneis humori aqueo innatantibus eoque ſpecie levioribus, quæ labem aſpergunt imagini, non ſecus ac atramentum, ſi vitrum oculare tubi optici eodem inficiatur. Ad viſus perfecti accidentia refertur, quod qui tali ſunt instructi, non vident colores iridis in bullis vitreis, aut roris guttulis herbis adhærentibus, niſi tanto ab illis abſint ſpatio, ut non ſatis diſtincte intueantur parvas illarum partes. Tandem illa quoque explicantur, quæ omni viſus generi ſolent accidere; qualia ſunt, quod paululum conniventes, radios circa candelas videmus; in quo phænomeno explicando Briggii probatur hypotheſis, Carteſii vero & Rohaulti refellitur: quod cum confuſe videmus objecta lucida, aliquando macula nobis apparet cito tranſitura, ſi palpebras commoveamus; cum oriatur ex materia opaca corneæ inhærente & facile abſtergenda: quod ſtrabiſmus oritur ex humore cryſtallino oblique ſuſpenſo: quod per ſciſſuram anguſtam & longam in charta factam candela multiplicata adparet: quod objecta utroque oculo conſpecta per aliquot dies geminata videntur, ſi muſculi alterius oculi a catarrho impediantur, quo minus dirigant axem viſionis more conſueto verſus objectum: quod qui res in conclavi repoſitas per feneſtras vitreas inſpiciunt, non ſatis diſtincte clareque illas videnr, in magna quippe luce exteriori conſtituti, recipienteſque lumen ſatis validum a feneſtris reflexum, neque proinde apti ut percipiant debile illud lumen, quod a corporibus in conclavi exiſtentibus parumque illuminatis per feneſtras propagatur, &c. Tandem confirmatur, retinam eſſe præcipuum viſionis organum, in quod tamen lumen agat choroide mediante, quæ cum ſit colore

Act. Erud. An. 1695. M. Nov.

Pag. 499.

Act. Erud. An. 1695. M. Nov.

re obſcuro, apta eſt ut a lumine valde commoveatur, motuſque ſuos retinæ communicet, perinde fere ac lamina ſpiralis motus aeris recipit, eoſque ramificationi nervi acuſtici adjacenti communicat: & ex hac hypotheſi Mariotti experimentum explicatur.

Secunda diſſertationis parte refutat clariſſimus Auctor eorum ſententiam, qui ut oculus objecta mediocriter propinqua ac Pag. 500. remota æque bene videat, mutationem vel in oculi totius, vel in cryſtallini humoris figura requiri ſtatuunt. Negat enim corneam figuram mutari poſſe, cum nullis inſtructa ſit organis ad hoc ipſum neceſſariis; aut ſcleroticam tunicam, valde quippe duram, a muſculis, qui motui oculorum dicati ſunt, ita *comprimi*, ut oblongior oculus efficiatur; aut tandem a ligamentis ciliaribus, in quibus nihil muſculoſi a dexterrimis Anatomicis adhuc inventum, cryſtallinum humorem ex pluribus pelliculis conflatum ita poſſe conſtringi, ut aliam ſubinde figuram induat, neque tamen pelliculæ rugas contrahant.

Cenſet autem, hoc præcipue experimento convelli poſſe communem hypotheſin, quo ſcilicet illi, qui objectum remotum $1\frac{1}{2}$ ped. per duo exilia foramina lamellæ, quorum diſtantia non eſt major diametro pupillæ, ſimplex vident, ſi idem objectum removeatur *6.* ped. per eandem lamellam illud geminatum conſpiciunt; quod fieri non poſſet, ſi oculus acquiſiviſſet conformationem ad objectum *6.* pedes remotum bene cernendum, quemadmodum eandem habet ad conſpiciendum objectum diſtans $1\frac{1}{2}$ ped. Eodem utitur experimento Auctor ad inveſtigandam oculorum conſtitutionem vireſque aut debilitatem eorum dimetiendam, ſive ad unam eandemque perſonam diverſis temporibus, ſive ad plures ſimul reſpectus habeatur. Si enim alicui objectum ex aliqua diſtantia viſum per lamellæ foramina geminatum appareat, quia pro illa diſtantia oculus vel majorem vel minorem, quam par eſt, convexitatem habet, lamellæque admoveatur lens convexa aut cava, quæ efficiat ut objectum in eadem diſtantia ſimplex cernatur, lentem illam vel potius diſtantiam foci ab ipſa, menſuram eſſe dicit defectus illius, quo oculus prohibetur diſtincte videre objectum in tali diſtantia collocatum. Hinc quoque relationem, quæ inter duos oculos eſt, quoad debilitatem deprehendi poſſe autumat, quia eorum differentiam metitur differentia focorum lentium adhibitarum ad idem objectum ex eadem diſtantia ſimplex videndum, ita ut, ſi unus oculus requirat lentem convexam foc. 15. pollic. alter. 10., hic cenſendus ſit debilior priori 5. pollic. Ut autem eodem experimento cognoſcatur, utrum quis ſit presbytes an myops reſpectu certæ diſtantiæ, tegere jubet unum ex foraminulis. Si enim ex illa parte ubi fora-

ramen opertum eſt, evaneſcat imago, radii ultra retinam con- currunt, ut in presbytis; ſin diverſa ex parte, cis retinam, ut in myopibus. Eandem methodum commendat ad quærendam longitudinem focalem lentis, quæ adhibenda myopi aut presbytæ ad minutos characteres in diſtantia $1\frac{1}{2}$ ped. legendos, nulla ut oculo vis inferatur. Tandem diverſam illam conformationem oculi ejusdem non eſſe neceſſariam contendit, cum licet paulo ante aut poſt retinam concurrant radii ab eodem provenientes puncto, imago tamen in retina non ſenſibiliter vitietur, præſertim ſi pupillæ apertura rite moderetur illapſum luminis, conosque viſorios ſatis acutos efficiat. Quod autem, quando diu hæſimus in objecto remoto contemplando, objectum propinquum ægre poſſumus diſtincte perſpicere, ſi ſubito ad illud convertamur, hoc non mutationi conformationis, ſed difficultati axes viſorios ſtatim rite diſponendi, aut aperturam pupillæ augendi vel minuendi tribuit.

Act.Erud. An. 1695. M.Nov. Pag. 501.

CASPARIS BUSSINGII &c.

MATHEMATUM PROFESSORIS

De ſitu Telluris Paradiſiacæ & Chiliaſticæ Burnetiano

DISSERTATIO MATHEMATICA.

Hamburgi typis Zieglerianis, *1695.*, *in* 4. *plag. 6.*

Pag. 504.

THeoriam ſacram Telluris *Burnetianam*, *Actorum anni* 1682. *p.* 70. *ſeqq. & Supplem. Tom. I. Sect. VIII. p.* 304. recenſam, non ab uno antagoniſta oppugnatam fuiſſe, ex Actis A. 1686. p. 522. ſeqq. & 1691. p. 97. 329. B. L. recolet. His, præter *Janum Birckerodium*, Theologum Haffnienſem, & *Chriſtianum Wagnerum*, collegam noſtrum deſideratiſſimum, utrumque *τὸν ἐν ἁγίοις* (quorum prior anno 1688. alter anno 1683. in diſſertatione academica, labore hoc defuncti ſunt) jungendus eſt clariſſimus *Auctor:* in hoc tamen ab iisdem diverſus, quod non integram ejus theoriam, ſed unam tantum ejusdem theſin, circa ſitum Telluris Paradiſiacæ examinandam ſibi ſumſerit.

Edit. Act.
Edit. Act.

Nimirum ſtatuerat *Burnetius*, Tellurem Paradiſiacam, non uti poſtdiluviana ſe habet, ad Solis orbitam obliquam, ſed rectam fuiſſe, eundemque hunc poſt conflagrationem ejus ſitum futurum

Chi-

Digitized by Google

Act.Erud. An. 1695. M. Nov. Chiliaſticæ: atque ex iſtiusmodi poſitu ea felicitatis Paradiſiacæ phænomena derivaverat, quæ ſub perpetuo æquinoctio ſummam cœli clementiam, temporumque perennem ſerenitatem, nulla æſtatis brumæque viciſſitudine, prout nunc contingit, conſequuntur.

Hanc *Burnetii* hypotheſin ita *Auctor* aggreditur, ut ex principiis, cum quæ omnibus promiſcue Aſtronomis rata ſunt, tum quæ *Burnetius* cum *Keplero* & *Carteſio* communia habet, & porro Burnetianam conſequuntur, nova & evidenti hypotheſi, a priori demonſtrata evincere ſtudeat: *Tellurem non alio ac nunc*, hoc eſt obliquo, *ad Solem ſitu fuiſſe, aut eſſe poſſe*.

Pag. 505. Ex fundamentis hypotheſeos, id unicum, cum cætera ex ſcitis *Kepleri*, *Carteſii* ipſiusque *Burnetii* nota ſint, memoramus, ſupponere *Auctorem* præducibus dictis Philoſophis, nec diſſentiente, uti vult, ipſo *Burnetio: materiæ vorticis Solaris aliquam etiam partem in latum ad polos vorticis ferri, & lineis parabolicis in alterutrum tam Solis quam Planetarum polum infundi, & per oppoſitum iterum effundi, harumque partium*, quas *directorias* & *libratorias*, *fibras* item *Solipetas* & *Solifugas*, *Keplerum* imitatus, appellat, *ſagittiformium impetum inæqualem eſſe; minorem earum, quæ ex Sole egreſſæ ſtatimque inflexæ, minores; majorem earum, quæ longius evibratæ majores parabolas deſcribunt. Harum fibrarum, quæ in Tellurem impingunt, ingreſſu egreſſuque, ignem Telluris ſubterraneum & centralem* (Burnetianum) *cruſtæ duriſſimæ incluſum, ita ventilari agitarique, ut eruptione violenta, per modum tormentorum aut pyrobolorum, ab exploſione reſilientium, impetum largiatur, non ſolum impetui fibrarum reſiſtentem, ſed & minores parabolas circa corpus Telluris de polo in polum generare validum*.

TAB.VI. Horum cauſa intelligatur, juxta Figuram adjunctam, Sol S circa axem DE, Æquatori BC perpendicularem, motu vertiginis continue gyrari; ex quo vorticis Solaris BWEXCYDZ partes (quas ut a partibus directoriis diſtinguat, Auctor *motrices* nuncupat) ſequentur motum Solis, ex B ante S in C, & hinc poſt S iterum in B: velociſſime quidem, quæ ſunt ipſi S proximæ; tardius, quæ in diſtantia F, K, M; tardiſſime, quæ in C aut B & ultra circumagentur: circumrotabuntur autem his cum partibus ſimul & corpora planetaria hic depicta, eadem velocitatis ratione. Interea & alterum particularum ætherearum genus, *fibræ directrices*, movebuntur a polo Boreo S verſus E, & hinc parabolice per X in C, poſt per I & Y verſus D ſimili prorſus parabola, uſque dum revertantur ad polum Auſtrinum Solis S. Et ſic pariter in oppoſitam plagam directa fibra ex S per E & W

per-

pertinget in H & B, indeque per Z & D retro agetur in S. Reliquis innumeris, longius propiusve evibratis ſimili per omnia itinere ad Solem revertentibus. Ed. Erud. An. 1695. M. Nov.

Supponatur jam Tellus in ♎, ſitque in Æquatore BC, in puncto perpendiculariter ante S concipiendo, indeque menſtruo circiter ſpatio moveatur ad M, cui in Æquatore reſpondet punctum F; erit ea non in F, ſed in Eclipticæ H*l*, puncto G: quia parabolæ fibrarum directricium, dum Tellus ad Aphelium A longius indies a Sole S recedit, fortiores indies fortioreſque in polum ejus Boreum irruunt, & igne centrali nondum ſatis renitente, dum S in F moveri deberet, ita continue detrudunt, ut ab S in G moveatur, & declinatione GF ab Æquatore jam diſtet. Moveatur porro in orbita ſua a ♏ ad ♐, hoc eſt in plano Æquatoriali ab F in K; movebitur ea in orbita ſua a G in L, quia fibræ directrices parabolarum ab S*d*G ad S*e*L ſemper majores & validiores, eam paulatim detrudunt a G in L, declinatione ab Æquatore LK. Cum autem his validioribus fibris ignis centralis Telluris validius agitetur: idem hic impetu in contrarium dato, reniti paulatim incipit, unde declinatio circa Tropicos minuitur. Nihilominus tamen, dum Tellus a ♐ movetur in A, ſeu ♑ a via Æquatoria KM magis adhuc ab L in A detruditur, atque ita declinationem maximam nanciſcitur. Hic enim ignis centralis jam ita invaleſcit, ut fibris directricibus deſuper irruentibus prævaleat, impetuque in contrarium ſurſum verſus, per modum pyroboli, totam Tellurem verſus Æquatorem elevare incipiat; qui conatus tanto felicius ſuccedit, quia Tellus ab A verſus P ſemper in minores parabolas incidit, quæ impetui ignis minus minuſque reſiſtunt. Unde dum Tellus a ♑ in ♒, hinc in H, & inde in V movetur; in plano Eclipticæ ab A in L, hinc in G, & inde in punctum, quod perpendiculariter poſt S latet, declinatione Auſtrina ſemper decreſcente, moveri videtur. In V autem, quamvis Terra in plano Æquatoris conſiſtente, æquilibrium rurſus obtinere deberet, quia tamen impetus fibrarum adhuc continue decreſcit, Terra minoribus parabolis expoſita, ignis centralis impetum ſuum ultra Æquatorem continuat, & dum Tellus ab ♈ in ♉ ab S in O moveri deberet, extruditur ab S in N, hinc in Q, & inde in P; creſcentibus ſemper declinationibus Boreis NO, QV, PR, dum per ♉ & ♊ incedens alias per V in R moveretur. Quia vero fibræ parabolarum minorum S*c*N, S*b*Q, S*a*P ignem centralem jam minus ſtimulant, ille paulatim ſopitur & ita ſedatur, ut fibræ parabolarum etiam minimarum circa P cum eo luctari, eidemque prævalere incipiant: quæ cum a puncto P, Terra a Perihelio Pag. 506.

Act. Erud. An. 1695. M. Nov. recedente, ſemper creſcant, & fibras majoribus viribus polo Telluris Boreo impingant, hanc dum per ♋ ad ♎ movetur, ex P per Q & N iterum ad punctum æquatoriale, unde periplus ejus
Pag. 507. cœptus eſt, detrudunt; eadem obliquitate ſingulis deinceps annis revolvendum.

Atque hæc eſt *Theoria obliquitatis Eclipticæ Buſſingiana*, quam cum Illuſtribus per orbem Mathematicis nuncupaverit, eorum judicio permittimus decernere de momentis ejusdem & difficultatibus, quibus eadem, prout hic breviter, & quantum per anguſtos diſſertationis limites fieri potuit, propoſita eſt, nondum expedita videtur; quarum libero judicio & placida diſcuſſione non dubitamus incitatum iri *clariſſimum Auctorem*, ad perficiendam porro hanc Theoriam ſuam planetariam.

Quod argumenta contra *Burnetii* orthotheſiam Telluris Paradiſiacæ concernit, eorum alia ex hypotheſi modo explicata, atque a priori, ſecundum *Autorem*, deprompta ſunt, eamque *ex cauſarum*, obliquitatem Telluris ad Solem efficientium perpetuitate & conſtantia, quam conſtantem & perennem effectum conſequi neceſſe ſit; ex *Eclipticæ & Æquatoris coincidentia*, in Telluris poſitu *Burnetiano* neceſſaria, ipſi vero *Burnetio* tantopere inviſa & negata; *ex fibrarum cum axe Solari in deſcenſu ſuo ad & ultra Tellurem parallelismo invariabili*, cui cum obliquatione earum, in ſitu *Burnetiano* neceſſaria, & per quam v. c. fibris in *h* & *i* Telluri impactis, per *g* & *k* iterum egrediendum fuiſſet, convenire nequeat; ex *particularum Solaris vorticis motricium obliquo in polos Telluris* (juxta *Burnetium* ad polos axis Solaris, circa quem eæ rotantur, obliquos) *incurſu*, indeque oriundis fibrarum directricium diſturbatione, Telluris vaga nutatione, ac tandem ex vortice ſuo ejectione, impugnant: Alia a theſibus *Burnetianis*, aut aliunde jam notis & indubitatis petita ſunt, videlicet a *conſtanti cæterorum Planetarum primariorum obliquo ad Solem poſitu, axibus vero eorum ad Æquatorem rectis*, parique adeo Telluris, tanquam paris, cum illis conditione; *Polorum Æquatoris circa Polos Eclipticæ quotidiana circumvolutione; gladio flammante*, (qui Zona torrida eſt *Burnetio*, eaque plane impervia) *loco Paradiſi trans Zonam torridam in terra Auſtrali*, atque inde *Burnetio* inexplicabili Protoplaſtorum in partem ſeptentrionalem expulſione; *Tellure primigenia maximam partem aliquo modo Paradiſiaca*, adeoque Protoplaſtorum conditione poſt ejectionem non ſequiore, quam ante eandem fuerat, quod cum maledictione divina diſerte pugnet; *unico Telluris hemiſpærio ante diluvium hominibus*
Pag. 508. *inhabitato*, cujus (ob Zonam torridam frigidamque, utramque *Burnetio* tunc inhabitabilem) ſpatium non ſuffecerit ingenti ho-

mi-

minum antediluvianorum multitudini; *eadem perpetuo temperatura Telluris antediluvianæ*, hominibus, animalibus & vegetabilibus noxia & vix tolerabili; *fluxu fluviorum Paradiſiacorum*, orbis Paradiſiaci partibus nullis declivibus, impoſſibili, nec figura Telluris ovali explicabili; *calore immodico & nimio Solis æſtu in recto Telluris poſitu* continuis ventorum orientalium flabris, profundiorique partium Telluris in umbram nocturnam immerſione, non ſatis commode temperato; vindicato dextreque expoſito *loco Geneſeos* IIX. 22. quippe qui non nova tempora inducta, ſed uſum tantum veterum reductum innuat; *ſacra chronologia*, per Telluris orthotheſiam fluxa atque incerta reddita: quorum ſingulorum explicationem cognitionem *Clariſſimus Auctor* Lectori præbebit. Act. Erud. An. 1695. M. Nov.

J A C. B.

EXPLICATIONES, ANNOTATIONES ET ADDITIONES M. Dec. Pag. 537.

Ad ea, quæ in Actis ſup. anni de Curva Elaſtica, Iſochrona Paracentrica, & Velaria, hinc inde memorata, & partim controverſa leguntur; ubi de Linea mediatum directionum, aliisque novis.

CUm ea, quæ ſuperioribus annis variis ſpeciminibus meditata exhibui, prælustribus Geometrarum Duumviris D. Hugenio & D. Leibnitio digna viſa fuerint, quæ peculiari ſubmitterent examini, ubi nonnulla approbarunt, quædam occultius dicta conjecturis ſupplerunt, alibi ſcrupulos invenerunt, alibi etiam diſſenſum apertum teſtati ſunt; ſtatui ſecundas meditationes primis ſuperaddere, & quid de ſingulis mihi videatur, ordine & candide exponere, ut & celeberrimorum virorum deſideriis ſatisfieret, & puriores veritatis ſcintillæ ex abditis iſtis naturæ receſſibus indies magis magisque emicarent. Præmiſeram in Actis M. Jun. 1694. ſolutioni Curvæ Elaſticæ Theoremata quædam de radiis circulorum oſculantium, quæ tum nobis ſolis & paucis aliis, quibuſcum Frater noſtra communicaverat, perſpecta credebam. Reſpondit celeberrimus Dn. Leibnitius ſeq. Aug. ſe jam antea ſimilibus vel expreſſe vel tacite uſum fuiſſe; & vero nemo eſt, qui neſciat, illum etiam multo majora dediſſe & dare potuiſſe; at quantum ad hæc Theoremata, fateor me dubitandi rationes habuiſſe. Sciebam enim, virum acutiſſimum a Flexionum contemplatione non plane abſtinuiſſe, cujus & ipſe in privatis ad me lite-

Act. Erud. An. 1695. M. Dec. literis olim mentionem fecit, & ad quam ſolutionis meæ ſignificatione jam M. Jun. 1691. facta invitari potuit. Videbam etiam, non modo ipſummet principii a me adhibiti Auctorem fuiſſe, ſed & inſuper calculum huic ſuperſtructum (ſola parte excepta, quæ Theorema dictum concernit) tam ſimplicem eſſe tamque facilem, Pag. 538. prout ex analyſi, quam ſubjungo, palam fiet, ut ſumme in ipſum TAB. fuiſſem injurius, ſi crediſſem, cognoviſſe Theorema, nec ſolu- VII. tionem dediſſe. (fig. 1.) In lamina curvata AQRSYV, cujus Fig. 1. elementum conſtans ſit SQ, vectem concipio fulcro Q innixum, in quo laminæ craſſities QY brevioris, ipſaque curvatæ laminæ portio QA longioris brachii vicem gerat; unde quia brachium brevius QY, & pondus longiori appenſum Z conſtanter manent eadem, perſpicuum fit, vires tendentes fibram SY (h. e. in vulgari hypotheſi ipſam tenſionem Yy) proportionari rectæ QP diſtantiæ fulcri a linea directionis ponderis AP. Et quoniam ob ſimilitudinem Triang. YyQ & RQn, ubi etiam RQ longitudo elementi laminæ conſtans fingitur, dicta Yy reciproce proportionatur ipſi Qn, quam patet eſſe radium oſculi, ſequitur ipſam Qn ſive z quoque reciproce proportionari ipſi QP ſeu x, adeoque conſtans quoddam ſpatium $\frac{1}{2}aa = xz$, hoc eſt, per Theorema noſtrum, $\frac{1}{2}aa = \frac{xdxds}{ddy}$, ſeu $aaddy = 2xdxds$, & facta ſummatione $aady = xxds$, quadrandoque $a^4dyq = x^4dsq$, ſubtrahendo $\overline{a^4 - x^4}$, $dyq = x^4dsq - x^4dyq = x^4dxq$, ac denique extrahendo radicem $dy\sqrt{a^4 - x^4} = xxdx$, ſeu $dy = \frac{xxdx}{\sqrt{a^4 - x^4}}$. quæ ultima eſt æquatio, e qua conſtructio mea, & cætera quæ dedi, fere omnia fluunt, inque cujus inveſtigatione nihil, ut apparet, Geometras morari potuit, niſi ſolus forte tranſitus ab xz ad $\frac{xdxds}{ddy}$, quem proin illos latuiſſe non abſque veri ſpecie concludebam. Sed utcunque ſit de novitate hujus Theorematis, de altero certe, quo dixi, radiis oſculorum reciprocas rectas axi applicatas ſpatium quadrabile efficere, nemo litem movebit; eſtque hoc tanto præſtantius illo Barroviano de ſubtangentibus eidem applicatis, quanto oſculorum, quam tangentium conſideratio rarior hucuſque extitit. Huic addo nunc, quod explicabo alias, easdem reciprocas ipſi curvæ in rectam extenſæ applicatas perpetuo ſpatium circulabile efficere; quod non minus memorabile Theorema eſt, & ſæpe magnum uſum habere poteſt in ſecundis differentiis æquationum ad primas reducendis. At hæc ὡς ἐν παρόδῳ. Radios, qui curvedines metiuntur eſſe in ratione contraria virium tendentium (ve-

(verius tenſionum,) quod ambo Viri celeberrimi me pro principio aſſumpſiſſe opinantur, ex æquatione primo inventa $\frac{1}{2}aa = xz$ cognoſcitur, & eſt concluſio potius quam principium, prout diſerte inter corollaria retuli, vid. cor. 6. conſtr. primæ, & cor. 4. conſtr. tertiæ. Principium autem quo uſus ſum, quodque ſumit punctum quodlibet ſuperficiei concavæ curvati elateris pro hypomochlio vectis alicujus, ipſum illud eſt, quod jam olim adhibuit acutiſſimus Leibnitius in Schediaſmate de Reſiſtentia ſolidorum M. Jul. 1684. adeo ut ſi dubium fuiſſet viſum Dn. Hugenio, putanti non tantum ſuperficiem externam extendi, ſed & internam contrahi, id objectum oportuiſſet Domino Leibnitio, non mihi, qui decennio poſt ab Auctore principii illud mutuatus fui. Fateor autem, quod cum primum olim aſpexiſſem hoc ſchediaſma, idem mihi ſcrupulus ſubortus fuerit; propterea quia quicquid extenſionis, etiam compreſſionis capax eſſe debet. Et hæc ratio quoque eſt, cur aliam Problematis conſtructionem quæſierim, priusquam moneret vir illuſtris, quæ ita habet (fig. 2.) Sit Linea Tenſionum AB, & Linea Compreſſionum AC, quam quidem veroſimile eſt eſſe tantum continuationem prioris AB; cum vires comprimentes nihil videantur eſſe aliud, quam vires negative tendentes, h. e. tendentes in partem contrariam, uti compreſſio nihil aliud quam negativa tenſio; adeo ut hinc conſtet, Lineam Tenſionum ultra verticem A flecti debere in partem oppoſitam, atque ex parte C habere aſymptoton parallelam axi AE, cum utique nihil ultra totam ſui longitudinem comprimi poſſit; unde ſimul omnia Paraboloidea ac Hyperboloidea ipſamque Lineam Rectam hinc excludi manifeſtum fit. Utcunque vero ſe res habeat, ſive Curvæ AB, AC, ejuſdem, ſive diverſarum curvarum partes exiſtant, intelligantur ductæ in angulis DAH & QAE duæ oppoſitæ Hyperbolæ Cubicæ BG, βC, interſecantes curvas AB & AC in B & C, ſic ut AD in DBq & AE in ECq æquentur eidem conſtanti ſolido; hinc alteri ipſarum applicetur FG = DB + EC, ad habendum punctum G: tum fiant aliæ duæ Hyperbolæ, quarum abſciſſæ in applicatarum quadrata ductæ æquentur majori minorive ſolido, & inveniatur novum punctum G. Omnia denique ſic inventa puncta G connectantur Curva AG, quæ eſt illa, ad quam Elaſtica eo modo conſtruenda eſt, quem M. Jun. 1694. pag. 27. præſcripſimus, prorſus ac ſi ipſa AG, non AB, Tenſionum Curva foret, faciendo nim. quadratum AK = ſpatio AIR, & rectangulum AN = indefinitæ ejus portioni AFG, ac tum deſcribendo circuli quadrantem LPM ſecantem rectam NO in P. &c. Puncta enim ſic inventa S vera erunt fulcra vectium, junctaque lineam conſtituent AST, quæ inter partes convexas & concavas

Act. Erud. An. 1695. M. Dec. Pag. 539.

TAB. VII. Fig. 2.

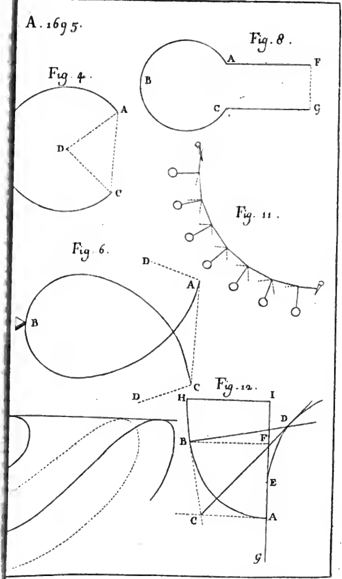
Pag. 540.

curva-

Act. Erud. curvati Elateris media eſt; ipſius vero externæ ac internæ ſuper-
An. 1695. ficiei puncta habentur, ſi per S ducantur curvæ perpendiculares
M. Dec. SV & SX, quæ ſe habeant in ratione rectarum BD & CE, ac ſimul ſumtæ æquent craſſitiem laminæ. Pondus in A appendendum duplum eſſe debet ejus quod requiritur in Q, ad vectem QTY ſuffultum hypomochlio in T & affixum portioni laminæ YZ eousque deprimendum, donec YΠ ad IR fiat ſicut YZ ad ſpatium AIR ſeu AK. Exceſſus longitudinis convexæ ſuperficiei αV ſupra concavam αX ad craſſitiem laminæ rurſum hic eſt, ſicut arcus LP ad AL. Quinimo generalis hæc eſt natura *condeſcriptarum*, ut ipſarum vel aggregatum vel differentia ad arcum circuli reduci poſſit; quod etiam Fratri obſervatum video nupero Auguſto, ubi hæc fuſius exponit. Ex dictis autem conſtare poteſt, quod ſi Curva Tenſionum AB & compreſſionum AC eſſent ſimiles & eædem curvæ, ac circa eundem axem DAE ſimiliter diſpoſitæ, ſicut poſitis AD, AE æqualibus, ipſæ DB & EC etiam æquales eſſent, puta ſi BAC foret vel linea recta, vel ex genere Paraboloidum &c. conſtructio prorſus conveniret cum illa, quam jam M. Jun. 1694. dedi, excepta ſola quantitate appendendi ponderis, & quod linea fulcrorum AS, quæ ibi in parte concava curvati Elateris concipitur, hic inter illam & convexam præciſe media eſt, & utrique condeſcribitur, exiſtente ubique SV = SX.

Quid ſtatuendum porro ſit de Figuris Elaterum a Domino Hugenio pag. 340. fig. 2. propoſitis, jam diſerte explicueram Schol. 5. conſtr. meæ gener. ſed quia viros acutiſſimos de iſtis etiamnum per conjecturas tantum loqui video, operæ pretium erit totam rem tradere apertius: Si Elater quiſpiam ABC a duabus potentiis æqualibus juxta directiones AD, CD, tangentibus extremitatum perpendiculares, curvaturam acquirat conflatam ex partibus ipſius lineæ, quam hucuſque contemplati ſumus, efficiendo arcum quem appello vel *diminutum*, ut fig. 3. vel auctum, ut figg. 4, 5, 6. At ſi trahatur Elater juxta directiones AC, CA, ſibi mutuo directe oppoſitas & ad tangentes extremitatum obliquas (quod fit, ubi hæ
TAB. extremitates aut chorda junguntur, ut in figg. 3, 4, 5. aut virga
VII. rigida, ut in fig. 6. aut etiam firmis parietibus, ut in fig. 7. ut-
Fig. 3. cunque ſuffulciuntur) mutabit elater paululum figuram ſuam, ut
ſeqq. in dicto ſchol. 5. expreſſe monui, quod vel hinc colligitur, quia
Pag. 541. iſto caſu nullo amplius in B retinaculo opus eſt ad coercendum elaterem in ſtatu violentæ tenſionis. Interim tamen generalis eſt ſolutio pro omnibus, pervenituque ad eandem æquationem ſupra inventam $ao = 2xz$ ſeu $aaddy = 2zdxds$, niſi quod in ſummatione ſtatuendum ſit $\int aaddy = aady - abds$, pro 3. & 7. fig. & $\int aaddy = abds$ ∞ $aady$ pro reliquis, deſignante a ad b rationem ſinus totius

ad


A. 1695.
Fig. 4.
Fig. 8.
Fig. 6.
Fig. 11.
Fig. 12.

ad ſinum anguli CAD ſeu obliquitatis directionis virium comprimentium; quo pacto finalis æquatio, e qua conſtructiones cæteraque omnia facile deducuntur, hæc reperitur: Act.Erud. An. 1695. M. Dec.

$\text{℞}\, dy = \frac{\overline{xx + ab},\ dx}{\sqrt{a^4 - \square\, xx\, \text{℞}\, ab}}$. Monendum etiam hoc eſt, quod linteum ejusdem cum Elatere longitudinis inter puncta A & C ſuſpenſum & fluido impletum uſque in AC, ab eoque tenſum, eandem & his in caſibus figuram induat. Quinimo ſi Elater ABC cohibeatur chorda FG (ut in fig. 8.) quæ non ipſi elateri, ſed extremitatibus rigidorum brachiorum AF, CG, ſit annexa; ac deinde ejus loco concipiatur linteum ABC affixum firmis parietibus AF, CG, atque impletum liquore uſque in FG, certum eſt & tunc eandem utriuſque curvaturam fore, quippe quæ portio tantum eſſe debet reſecta ex priorum aliqua. Atque ita plene ſatisfactum puto utiliſſimo Problemati, ut ei poſthac nihil quicquam deſit, quam ut experientiis determinentur in quavis materia veræ tenſionum & compreſſionum leges. Nam conſtructionum inventio eſt generalioris conſiderationis, nec proprie ad ſolutionem Problematum particularium pertinet.

Cæterum num modus conſtruendi tranſcendentes lineas per meras quantitates algebraicas, aſſumta una ſola quantitate tranſcendente univerſalis ſit, atque etiam in illis curvis locum habeat, quæ nec a circuli quadratura nec Logarithmicæ deſcriptione dependent, nullibi diſcuſſi; tantum dixi, Logarithmicam non ſemper adhiberi poſſe; quanquam nec prius ita clarum ſit, ut omni dubitatione careat; ſcrupulum enim movet hoc, quod nullæ non rectificabiles curvæ continuo biſecari poſſunt, ut arcus circulares & logarithmi. Novi equidem, quod data quavis Curva Algebraica reperiri poſſint puncta alicujus tranſcendentis lineæ per meram Geometriam ordinariam, ex. gr. per ſolas biſectiones inſcriptarum; ſed quæ ſit hujus tranſcendentis natura ſive differentialis æquatio, adeoque data æquatione qualis aſſumenda Curva Algebraica, cujus inſcriptas biſecando illa poſſit conſtrui, repertu arduum & difficile exiſtimo. Nota, quam dedi p. 32. qua conſtet, num Curva Mechanica ope Logarithmicæ conſtrui poſſit, vera eſt, ſed recte interpretanda: nam ſi quantitas tdx pluribus conſtet membris, examinanda ſunt non tantum omnia conjunctim, ſed & ſingula ſeorſim, atque ſecundum omnes modos poſſibiles inter ſe combinata; quoniam hoc caſu proprie non una adeſt æquatio, ſed plures; velut in exemplo quod objicitur $ady = \overline{x + \frac{aa}{x}},\ dx$, Pag. 542.

quam

Act.Erud. An. 1695. M. Dec. quam æquationem (poſita $y = s + z$) poſſum reſolvere in has duas: $ads = xdx$, & $adz = \frac{aadx}{x}$, quarum hæc cum notam præſcriptam habeat, illa abſolute integrari poſſit, conſtat etiam ex ambabus compoſitam ope Logarithmicæ conſtruibilem eſſe. Ad ſeries, quas dedi pro ſummandis quantitatibus $xxdx : \sqrt{a^4 - x^4}$, & $aadx : \sqrt{a^4 - x^4}$ per interpolationes Walliſianas perveni , easdem tamen etiam obtineri poſſe per indefinitam potentiam binomii eleganter obſervavit celeberrimus D. Leibnitius. Iis quæ ſubjicit hic Vir de numero concurrentium interſectionum in oſculis , non habeo quæ reponam ; cum non eo dicta putem , ut ſententiam meam , cujus veritatem paulatim agnoſcere videtur , impugnaret , ſed commoda potius explicatione cum ſua conciliaret. Ego profecto mentem mutare prius non poſſum, quam ad inſtantiam Parabolæ circulum oſculantem in alio præterea puncto interſecantis reſponſum legero , aut calculum pro quatuor interſectionum concurſu militantem in ſpeciali aliquo exemplo videro , ſimilem meo qui trium tantum concurſum ſuppoſuit.

Jam porro ad conſtructionem accedendum Curvæ acceſſus & receſſus æquabilis, ſive Iſochronæ, ut Domino Leibnitio appellatur, Paracentricæ, qua etiam Jun.ſup.anni Problema jam dudum ſopitum reſuſcitavi: hic illud primo reprehenſum video, quod rectificationem curvæ alicujus adhibuerim, quæ & ipſa ad ſui conſtructionem ſpatii quadraturam requirit, cum Problema im-

Pag. 543. mediate per quadraturam vel etiam rectificationem curvæ ordinariæ confici potuiſſet. Quod recte quidem, at non diſſimulanda fuiſſet ratio hujus meæ optionis, quam ibid. pag. 37. & poſtmodum pag. 65. expreſſe addidi. Nempe exiſtimo curvas, quas natura ipſa ſimplici & expedito motu producere poteſt ; quorumcunque ſint generum & graduum , in conſtructionibus præferendas eſſe aliis , etiam algebraicis , quas arte vel nullo modo vel difficulter delineamus; cum illud ſemper in practica effectione operis ſit cenſendum optimum, quod cum ſumma exactitudine ſummam quoque facilitatem conjunctam habet. Sed etiamſi quippiam hic peccatum eſſet , illud tamen ſeq. etiam Sept. abunde reparatum a me puto , ubi non tantum conſtructionem hujus Problematis omnium facillimam per rectificationem Curvæ Algebraicæ, quam *Lemniſcatam* voco, exhibui, ſed & generaliter docui, quænam curvæ Algebraicæ, in tentandis conſtructionibus Mechanicarum , lineam circularem & parabolicam proxime excipiant; ad quod perquirendum memini Fratrem

trem paulo ante per literas a Domino Leibnitio inſtigatum fuiſſe. Quod vero conſtructiones per quadraturas concernit, quas cæteroquin cum Domino Hugenio non magni facere ſoleo, ut hinc inde ſum profeſſus, non rejiciendas illas puto tum, cum id tantum intenditur, ut in æquatione conſtruenda literæ indeterminatæ cum ſuis differentialibus ſeparentur a ſe invicem, quod ſolum intendebant illuſtris cum Fratre Hoſpitalius, cum primum præſens Problema mihi propoſuiſſent; nec enim reduci problema ad quadraturas poteſt, niſi literæ jam ſeparatæ ſint, unoque præſtito alterum quoque præſtitum habetur. Multo minus autem quadraturæ debuerunt negligi in materia Elaſticarum, cum in hypotheſi indeterminata Problema aliter confici non potuiſſet. Sed nec demonſtratum video, ſemper alias conſtructiones haberi poſſe: Barrovii ſane tempore nullæ aliæ fuere notæ, niſi quæ fierent per quadraturas; nec illas prius faſtidire cœperunt Geometræ, quam celeb. D. Leibnitius elegantiſſimam Catenariæ conſtructionem per Logarithmicam dediſſet. Dixeram, unam tantum dari Iſochronam reſpectu ejusdem centri ejusdemque altitudinis, quod quanquam eo ſenſu quo dictum fuit excuſari forte poſſit, malo tamen melioribus monitis locum dare, fateorque magis congrue dici dari infinitas. Errorem autem ſola peperit feſtinatio; nec enim ignorabam, in ſummatione differentialium ſummas abſolutas augeri minuive poſſe conſtante quadam quantitate b; cum id alias mihi obſervatum eſſe, ex generali ſolutione Elaſticarum ſupra allata & jam etiam Jun. 1694. pag. 28. ſcol. 5. prælibata conſtet: & meminiſſe poteſt Lector, inventam mihi ſolutionem fuiſſe, cum prolixum ſatis ſchediaſma pene finiviſſem, atque jam ſcribendo laſſatus eſſem, ubi de ſumma rei certus ad ſingulas Problematis circumſtantias cautius attendere non ſuſtinui. Agnoſco itaque cum acutiſſimo Dno. Leibnitio, quod poſſit aſſignari Iſochrona, quæ per datum quodvis punctum tranſeat: ſed neſcio, cur excipiat puncta rectæ horizontalis per ipſum centrum tranſeuntis, cum ſimiliter nullum eorum ſit, per quod non aliqua ſatisfaciens duci poſſit. Sit enim ubivis in illa datum punctum C (fig. 9.) invenientur puncta Iſochronæ convenienter conſtructioni meæ menſis Septemb. hoc pacto: Sumto indefinite puncto Q in curva lemniſcata AQB, ſubtendatur ei ex nodo recta AQ, tertia proportionalis ad rectas AB & AQ (quæ ſit 3ι) applicetur ſemicirculo & jungatur Aι, in qua ſi abſcindatur Aa tertia proportionalis ad AB & Lemniſcatæ portionem AQ auctam minutamve conſtante quadam longitudine b, quæ media ſit proportionalis inter AB & AC,

Act. Erud. An. 1695. M. Dec.

Pag. 544.

Act. Erud. An. 1695. M. Dec. erit punctum *a* in quadam Iſochrona, quam apparet tranſituram per datum C punctum. Poteſt vero fieri, ut quæ per diverſa horizontis puncta tranſeunt, non ſemper ſint totidem diverſæ lineæ, ſed portiones tantum unius ejusdemque. Sciendum enim, terminos quos ipſi aſſignavi pag. 39. §. 3. non eſſe niſi ſecundum quid tales, unamque & eandem Iſochronam ab utraque horizontis parte in infinitum produci poſſe, omnes vero in centro A coire, ac inde ſub horizonte utrinque per infinitos plexus ſeu mæandros ſe diffundere, quales fig. 10. etſi ob ſpatii anguſtiam non debita proportione delineati, conſpiciuntur, adeo ut grave per curvam latum perpetuas circa A librationes ſed uſque & uſque ampliores peragat, & poſt ſingulas oſcillationes horizontalem repetat eamque radat. Cujus rei argumentum eſt, quod & Lemniſcatæ ceu curvæ in ſe redeuntis portio AQ, quæ longitudinem rectæ A*a* in fig. 9. determinare debet, intelligi poteſt non de ipſa tantum ſolitarie accepta, ſed & cum adſumta ſemel pluriesve integra perimetro Lemniſcatæ, quo fit, ut in eadem recta A*a* ſemper plura plurave puncta, qualia *a*, reperiri poſſint. Diſcimus etiam hinc, Iſochronam geometrice non conſtruibilem eſſe, cum Lemniſca-
Pag. 545. ta nequeat eſſe rectificabilis; ſtatuo enim etiamnum, (ne quid eorum intactum relinquamus, quæ antehac inter nos acta ſunt, vid. M. Jan. 1691. pag. 260.) nullam curvam geometricam in ſe redeuntem rectificationem admittere; quod quia memini me potuiſſe demonſtrare, valde ſcire cupio, quales ſint inſtantiæ, quas in contrarium adduci poſſe ſcripſit D. Leibnitius M. Sept. 1691. pag. 296. Sed hoc ex dictis conſequitur, quod Iſochronæ, quæ ſupra horizontalem aſſurgunt, non poſſunt circa centrum A in ſpiras convolvi, ut conjecit acutiſſimus D. Hugenius; cum ſecus partes inferiores cum Iſochronis noſtræ conſtructionis communes habere, adeoque horizontalem per A extenſam ſimul & ſecare & tangere deberent, quod impoſſibile. Memini tamen me reperiſſe, quod ejusmodi ſpiræ circa centrum A prodirent, ſi ipſum ſimul poneretur centrum gravium, & quod eo caſu curvæ conſtructio ope duarum ſpiralium Archimedeæ & Logarithmicæ facile peragi poſſet.

Sed ut ad reliqua meletematum noſtrorum capita tranſeamus, atque aliquid etiam adjiciamus de *Curva velaria*, quam eandem eſſe ſtatui cum Catenaria, ſciendum, me nunquam mutaſſe ſententiam, ſed tantum diſtinxiſſe caſus. Dixeram M. Maj. 1692. pag. 386. art. 1. Velum arcuari in circulum, ſi quando ventum ſic excipiat, ut hic intra ſinum ejus ſtagnare, totamque ſuam preſſionem in velum exerere cogatur; velut ſane manifeſtum fit in bul-

lis

Digitized by Google

lis ſaponariis, quæ flatu oris in perfectas ſphæras rotundantur. At hæc pro velis marinis hypotheſis tantum fuit, quæ, ſi veritati minus conſona, propterea primarium calculi fundamentum non evertit. Et revera aut nullus aer intra veli ſinum ſtagnat, ſed omnis ad latera veli evadit; aut ſi quis ſtagnat, is non niſi partem preſſionis, quam ab aere pone inſequente partemque motus ſui retinente accipit, in velum transfert, illudque proin aliter non afficit, quam faceret, ſi juxta caſ. §. 10. ipſemet oblique in velum irrueret, ac reliquum motus ſui libere continuare poſſet. Unde re attentius penſiculata non tantum non ſententiam muto, ſed jam nullus dubito, velum inflatum omni in caſu Funiculariæ curvaturam aſſumere. Nec moror diſcrimen, quod fortaſſe intercederet, ſi velum ex numero finito rectarum compoſitum intelligeretur; cum nihil ſit frequentius in natura, quam ut in caſu infinite parvorum quantitatum differentia evaneſcat; nec magis hoc mirandum, quam miramur, quod evaneſcente baſe trianguli evaneſcit crurum differentia. Approbavit autem in fundamentalibus ſolutionem ipſe Frater, nec approbavit tantum, ſed & ſuam fecit, brevisque inventi hiſtoriola hæc eſt: Cum ineunte an. 1691. Fratri Genevam miſiſſem proportionem hanc ſolvendam: $ddx . dx :: dy^3 . \int dy^3$, qua Velariam comprehendi indicabam, ille ex P. Gaſtone Pardies retulit, Velum conſiderari poſſe inſtar funiculi pondere carentis, cui infinitæ lineæ æquidiſtantes & æque graves inſiſtant; adeoque in Priſma Parabolicum curvari juxta id, quod in Actis habetur M. Jun. 1691. pag. 286. Sed monitus diverſam eſſe rationem fluidi impellentis, ac ſolidi ponderis juxta eandem directionem trahentis vel prementis, mox ſententiam mutavit, intuensque velum ceu linteum liquore aliquo impletum indagare cœpit, quænam ejus curvatura foret, ſi preſſio fluidi linteo communicaretur ſecundum directionem horizontalem ſive verticalem; harum enim hypotheſium alterutram veram eſſe perſuaſum habebat, & cum ne hoc quidem probarem, exiſtimabat ſaltem lintei hujus, ſi non veli, curvaturam ſe dediſſe; donec ego paulo poſt apertius me explicans hanc fluidorum naturam eſſe perhiberem, ut preſſionem communicent nec ſecundum horizontalem nec verticalem, ſed ſecundum lineam corpori impulſo in quovis impulſus puncto perpendicularem, hac tamen cum differentia, quod ubi fluidum motum ſuum poſt impulſum poteſt proſequi, partem tantum virium in premendo corpore impendat; ſi vero ſtagnat alicubi, nec habet quo evadat, omnes ſuas vires in illud transfundat: hinc velum concipiendum inſtar funis (fig. 11.) ab infinitis potentiis æqualibus aut inæqualibus tracti vel impulſi, quæ cum ſunt æquales, manifeſtum eſſe formari circulum, quem-

Act. Erud. An. 1695. M. Dec. Pag. 546.

Tab. VII. Fig. 11.

Act. Erud. An. 1695. M. Dec.

admodum etiam per calculum inveneram, eoque in hypotheſeos aſſumtæ veritate prorſus confirmabar. Interea dum ille ſub finem anni *1691.* Pariſios ſe confert, transmuto proportionem hanc $ddx.\ dx :: dy^3,\ \int dy^3$, in æqualitatem $adsddx = dy^3$, indeque ope methodi cujusdam, quam pro ſecundis differentiis ad primas reducendis paulo ante excogitaveram, Funiculariam elicio, mox etiam æquationem tecta ſolutione Fratri Lutetiam mitto, viſurus num & ſua huc pertingeret. Is vero rem ſibi ſucceſſiſſe videns atq; jam factus cupidior ſciendi, quomodo ad hanc æquationem pervenerim, denuo ad Veli contemplationem redit, nec ceſſat, donec animadverteret, artificium in hoc uno conſiſtere, ut ſingulæ impulſuum directiones in duas alias, horizontalem puta & verticalem reſolvantur. Nec mora; protinus inventum prælo committit, ac M.Apr. *1692.* Ephem. Gallicis curat inſeri, & quia ſe ſolum Problema abſolviſſe putabat, me de plenaria reſolutione deſperaſſe ſcribit, neſcius quod illam jam præcedente Martio una cum Regulis uſum inventi concernentibus Lipſiam miſiſſem. Corrigere etiam poſtea voluit curvaturam ſuam lintei liquore adimpleti, novamque D. Marchioni ſolutionem exhibuit, ſed eam etiamnum erroneam & a mea diverſam. Hanc enim eandem eſſe cum Elaſtica, non minus atque Velariam cum Funicularia, conſtanter ſentio; & quod certum veritatis indicium eſſe poteſt, identitatem hanc, quam initio ex ſpeciali natura curvarum prolixiore analyſi collegi, nunc abſque omni fere calculo duabus lineis oſtendo. Factum interim fuit, ut uterque principium preſſionis fluidorum ad alia quoque utiliter adhiberemus, ille ad motum muſculorum explicandum, ego ad eximendum mihi ſcrupulum, quem olim habui circa cauſam perpendicularis deſcenſus gravium, M. Febr. *1686.* Videbam enim ex eodem fonte rationem peti poſſe, cur materia terreni vorticis juxta directiones æquatori parallelas excuſſa, in circumferentia vorticis vi ſui elateris per lineas circumferentiæ perpendiculares repercuti, ac propterea gravia verſus centrum potius quam per easdem directiones repellere debeat. Quanquam autem in hoc negotio nonnulla fuerunt, quæ initio ut vera aſſumpſimus, demonſtrare vero non potuimus, velut illud primarium, quod legem preſſionis fluidorum ſtagnantium concernit, eorum tamen veritatem omnem nunc a priori cognoſco. Quorſum etiam pertinet aliud, quod me monere cogit veritatis amor: Suppoſueram initio, axem æquilibrii tranſire per concurſum rectarum extremitates veli linteive tangentium, & eſſe curvæ perpendicularem; ſed cum poſtea certis indiciis cognoſcerem, ambas hujus hypotheſeos partes non poſſe ſimul ſtare, priore repudiata alteri ceu, ut videbatur, veriſimiliori inhæſi. Quis enim exiſtimaſſet,

Pag. 547.

ex

ex infinitis directionibus, quæ omnes curvæ alicui perpendiculares ſunt, ſolum axem æquilibrii ſeu lineam directionis mediæ talem non eſſe? At nunc cum evidentia ſucceſſit conjecturis, omnino contrarium video, cogorque retractare omnes illas Regulas, M. Maj. 1692. p. 387. & M. Jun. 1694. p. 35., quæ ex priore opinione fluxerunt, dum reliquarum directionem hanc atque impulſus vim concernentium veritas inconcuſſa manet. Quibus, ut ἀβλεψίαν meam utcunque reparem, addo nunc novum aliquod Curvæ genus determinandæ generaliter huic directioni inſerviens, quam ab uſu *Lineam mediarum directionum* appello, atque ſequenti modo conſtruo, fig. 12. In data quavis Curva AB, quam concipio formatam eſſe a preſſionibus utcunque inæqualibus fluidi alicujus ſeu præterlabentis ſeu ſtagnantis, ſunto rectæ AI, BD, ei perpendiculares, tangentes AC, BC, ponaturque AF $= x$, FB $= y$, & AB $= s$; quo facto ſi ex perpendiculari BD abſcindatur BD $= \frac{xdsq + xdyds}{dxq}$ (quod ſemper & in omni curva duobus circini ductibus abſolvo, ſpeciatim autem in Velaria ſeu Funicularia, cujus centrum G, faciendo tantum BD = GF, in Elaſtica ſumendo BD $= \frac{AIq}{AI + IF}$) dico fore punctum D ad curvam deſideratam ED, quæ talis eſt, ut ducta quavis BD perpendiculari ad AH & abſcindente ex illa portionem AB, ſecante vero curvam ED in D, juncta CD media ſit directio portionis AB ſive axis æquilibrii, circa quem hinc inde portio AB impulſiones æqualium momentorum ſuſtinet. Cæterum obſervavit olim acutiſſimus D. Leibnitius (vid. Ephem. Gall. M. Sept. 1693.) quod recta tendentiæ ſeu directionis mediæ mobilis a pluribus potentiis impulſi tranſeat per commune centrum gravitatis omnium punctorum tendentiæ particularium; quod verum etiam cum potentiæ ſunt infinitæ, at tum cavere debet Lector, ne centrum grav. loci punctorum, ſeu lineæ per infinita puncta tranſeuntis, cum centro ipſorum punctorum confundat, quippe quod ob intervallula punctorum plerumque inæqualia ab altero eſt diverſum. Quanquam autem peregregium hoc ſit Theorema, nullius in re præſente uſus eſſe poterit, cum ſupponat, omnes directiones particulares ex uno puncto divergere, quas hic ex integra linea, Evoluta ſcilicet, emanare concipimus. Alia via eſt, qua idem certo & expedite licet conſequi. Jam enim plane aſſevero, me omnia demonſtrare poſſe, facileque fidem impetrabo apud Lectorem, ſi perpenderit mihi & ſatis eſſe perſpicaciæ, ut ſponte agnoſcam cum impegero, & ſatis quoque ingenuitatis ut fatear. Sed non omnia hic vacat agere, mal-

Act. Erud. An. 1695. M. Dec.

Pag. 548.

Tab. VII. Fig. 12.

Act.Erud. An. 1695. M. Dec. Pag. 549. mallemque hæc cum affinibus aliis, quæ reſiſtentias fluidorum, velocitates corporum motorum in fluidis &c. concernunt, integro tractatui reſervare, ſi modo valetudo firmatior & ſufficiens huic elaborando otium concederetur, nec meæ me conditionis neceſſitas ignobilioribus plerumque ſtudiis adſtringeret. Ut tamen certius appareat, me non vana promittere in hac materia, volo hic in veritatis patrocinium & commodum rei nauticæ etiam ſymbolam meam conferre ad diſcuſſionem quæſtionis illius utiliſſimæ, de velocitatibus navium eodem vento in diverſas partes velificantium, quæ ſup. annis inter D. Renavium Auctorem Theoriæ *de la Manœuvre des Vaiſſeaux* & D. Hugenium agitata fuit, quorum ille velocitates has voluit eſſe, ut ſinus angulorum veli naviſque, hic ut ſinuum radices: quanquam enim D. Hugenius veritati multó propius accedat, uterque tamen, ſi præciſe loquendum ſit, navi obliquius latæ velocitatem juſto minorem tribuit, quod palpabile fit conſideranti, naves in diverſas plagas tendentes non iisdem ab eodem vento viribus impelli (ut tacite ſupponit Hugenius) cujus rei ratio eſt, quia navis in tantum ſe ſubducit pone inſequentis venti impulſui, in quantum propria celeritate juxta directionem venti promovetur, adeo ut ventus non totali ſua celeritate, ſed parte tantum celeritatis in navem agat, eo minore, quo rectior eſt navis curſus, h. e. ut poſita celeritate venti a, navis rectioris y, obliquioris z, & ratione ſinuum angulorum veli naviſque $\frac{a}{b}$, ventus ad priorem navem appellat velocitate $a-y$, ad alteram velocitate $a-\frac{bz}{a}$: unde cum vires, quibus naves impelluntur, componantur ex ſimplici ratione ſinuum a & b, ac duplicata velocitatum $a-y$ & $a-\frac{bz}{a}$, atque inſuper (in caſu maximæ velocitatis navium) reſiſtentiis aquæ, quæ duplicatis navium celeritatibus proportionales ſunt, æquentur, erit $yy.zz :: a.b + aa - 2ay + yy . aa - 2bz + \frac{bbzz}{aa}$, hoc eſt, quia poſito pondere aquæ ad pondus aëris ut p ad a, & ſuperficie proræ ad ſubtenſam veli ut a

Pag. 550. ad m, reperi olim maximam velocitatem navis $y = \frac{a\sqrt{m}}{\sqrt{p}+\sqrt{m}}$, fiet inde $z = \frac{aa\sqrt{bm}}{a\sqrt{ap}+d\sqrt{bm}}$, adeo ut emergat $z.y :: \sqrt{b}+\sqrt{\frac{bm}{p}} . \sqrt{a}+\frac{b}{a}\sqrt{\frac{bm}{p}}$, quæ ratio major eſt ratione Hugeniana $\sqrt{b}$ ad $\sqrt{a}$,

& diſ-

& differentiam parit trigeſimæ circiter partis totius velocitatis, quod in longiori itinere errorem nimis enormem reddit. Optaſſem vero, ut aliquando mihi licuiſſet propius cum deſideratiſſimo D. Hugenio, at nunc eheu vivis erepto, ſuper his conferre, qui tum ob loci commoditatem, tum ad profundam rerum cognitionem atque in mechaniſmis excogitandis ſolertiam, multa inventis noſtris perficiendis ac in uſum rei maritimæ traducendis communicare potuiſſet. Act. Erud. An. 1695. M. Dec.

Reſtarent nunc nonnulla Fratris ſchediaſmata examinanda, præſertim illud M. Octobris 1694., quod conſtructionem Iſochronæ ſpectat, meque propius tangit. Verum de re ipſa non multa dicenda habeo, niſi quod nobis hic ova, quod ajunt, poſt prandium apponit, nihilque novi docet, quod non ſimplicius quodammodo jam præced. Septembri a me præſtitum ſit. Dixeram, illum multum fuiſſe in Problemate, quamdiu autem ejus ſolutioni præciſe incubuerit, non definio: hoc tantum novi, quod D. Marchio, eo tempore quo Fratrem ſecum habebat, ſuper æquatione $\overline{xdx + ydy\sqrt{y} = xdy - ydx\sqrt{a}}$, bis me per literas pulſarit, ipſeque Frater poſt ſuum e Gallia reditum, cum æquationem denuo mihi proponeret, atque ſimul Problema, ex quo fluxiſſet, indicaret, ſponte faſſus ſit, ſe methodo ſua qua Beaunii Problema aliaque difficiliora ſolverat, hic nihil efficere potuiſſe; quod utique ſatis arguit, rem non ſemel ipſi antea tentatam fuiſſe. Calculum ſuæ conſtructioni præfigit, ne quis eam, ut inquit, ex mea M. Jun. deſumptam exiſtimet; quaſi quid eſſet facilius, quam ſyntheſin meam convertere in analyſin, ac perſpicere ex illa, quænam lineæ pro indeterminatis ſint accipiendæ. Miror autem, cur caſu potius quam induſtria me huc perveniſſe ſcribat, cum initio ſui ſchediaſmatis de ſua ſolutione ſic loquatur, ut innuere velle videatur, ſe filo certæ methodi ad illam perductum fuiſſe; niſi forte dicere velit, ſemet arte poſſe conſequi, quod a me non niſi caſu invenitur. Qua ipſe arte fuerit uſus, nolo curioſius inquirere; mihi certe nihil hic caſuale, nihil inexpectati accidit, ſed hoc ipſum quod inveni quærere intendi, certoque conſilio, non temere factum eſt, quod has potius lineas indeterminatas quam alias adhibuerim. Non nego, fortuito mihi natam fuiſſe occaſionem cogitandi primum de Problemate; at ſi hoc inventum caſuale faciat, nihil non caſui debebitur, atque ex. gr. obſervatio identitatis curvæ æquilibrationis cum cycloide a Fratre facta M. Febr. 1695., non induſtriæ alicui ſed caſui accepta ferenda eſt, eo quod ex fortuito aſpectu figurarum D. Marchionis ſuſpicio cycloidis ipſi oboriri potuit, qualis mihi nata fuit, priuſquam fraternam ſolutionem legiſſem. Pag. 551.
Pergit deinde Frater, ac promittit nobis modum, mihi ut opinabatur ignotum, conſtruendi æquationes differentiales per rectificationes curvarum algebraicarum, quem in eo conſiſtere ait, ut quadratum

tum

Act.Erud. An. 1695. M. Dec.
tum quantitatis differentialis dividatur in duo alia quadrata, quorum latera, ſi fieri poſſit, integrabilia ſint (ſcilicet hoc omnes norunt, etiamſi non dixiſſet;) at qui hoc ſemper & ubique fieri poſſit, non oſtendit; quod tamen vel maxime factum oportuiſſet, ne Lectores meris ſolutionibus paſcerentur, atque etiam exiſtimare poſſent, caſu potius quam induſtria rem hic nobis ſucceſſiſſe. Sicut quoque optandum eſſet, ut vires methodi ſuæ, ſi quam habet, ſeparandi indeterminatas cum ſuis differentialibus a ſe invicem ac conſtituendi per rectificationes, expertus fuiſſet in reſolvenda Iſochrona ſupracentrali, nec non æquatione $xxdx + yydx = aady$, quam
Edit. Act. ipſe propoſuit M. Nov. p. 436. Nam modus generalis illa conſtruendi, quem ibidem affert (quique ab illo quem D. Leibnitius jam M.
Edit. Act. Aug. p. 373. expoſuerat, niſi in ſuperfluis non differt) nullibi quam in ſpeculatione locum habet, cum conſtructiones non verſentur circa quantitatum elementa; & quamprimum in praxin transfertur, ceſſat eſſe conſtructio geometrica, & fit mechaniſmus. Sed nec ſe-
Edit. Act. ries, alias ſatis ingenioſa, quam nobis dedit p. 438., hic in uſum verti poteſt: quod tenendum, ne quis exiſtimet hæc adeo univerſalia eſſe, ut nihil amplius hic deſiderari poſſit. Quod ſi autem conſtructionibus ſpeculativis, ſaltem earum æquationum, que literas indeterminatas jam ſeparatas habent, acquieſcere velimus, plures aliæ elegantes Theoriæ excogitari poſſunt. Talis eſt constructio, quæ fieret per Elaſtra; poſita enim generaliter natura curvæ conſtruendæ $ady = tdx$, ubi t datur per x, dico, ſi qua arte in materiam ea induci poſſit tenſionis lex, ut, dum vires tendentes ſunt ut x, ten-
Pag. 552. ſiones ſint ut $a^4 dt : \overline{aa + tt} \sqrt{aa + tt}, dx$, fore, ut lamina inde confecta & inflexa curvaturam optatam ſponte ſit acquiſitura. Ita determinare licet, qualiter filum aliquod gravari conveniat, ut ab extremitatibus ſuſpenſum deſideratam curvam repræſentet. Verbo, huc referri poſſunt omnes illi conſtruendi modi, qui certam aliquam conditionem prærequirunt in materia, qua poſita natura ipſa ſpontaneo motu quæſitum exhibeat.

Hæc vero omnia, ne ſequius accipiantur, unice in veritatis præſidium hic allata moneo, & ut illi, qui hiſtorica inventorum narratione delectantur, ſciant, quid quantumque ſingulis tribuendum ſit, minime vero ut aliorum reperta vel ſugillem & elevem, aut mea contra nimium quantum extollam. Præſtat enim hic ſentire cum Columbo, qui amicis detectionem novi orbis ſibi invidentibus reſpondiſſe fertur, non jactando & exaggerando inventi magnitudinem, ſed quæſtionem de re aliqua frivola ipſis proponendo, qua modeſte innuere voluerit, ipſos eidem inveniendo, ſi advertiſſent, facile pares eſſe potuiſſe, attamen hoc ipſis ante ſe in mentem non veniſſe. Imo vero tantum abeſt, ut exiſtimem, nos multum gloriari

poſſe

poſſe de inventorum difficultate vel ſubtilitate aliqua, ut perſuaſus potius ſim, (puto, Frater & de ſuis fatebitur) nos nihil hic præſtitiſſe, quod non cuivis mediocri ingenio noſtris principiis imbuto pariter in mentem venire potuiſſet. Quemadmodum enim in natura nuſpiam, ita nec in ſcientiis ſaltus datur, ſed omnis noſtra cognitio more quantitatum quaſi creſcit per elementa, atque ita pedetentim augetur, ut ab uno ejus gradu ad gradum proxime ſequentem non niſi ſaltus, ut ſic dicam, requiratur infinite parvus, ut nemo tam ſit hebes, qui ſi modo ordine incedere velit, ac præcedentia intellexerit, non proprio marte pergere & ad ſequentia tranſire poſſit. Quin etiam ſubtiliſſima ſæpe quæ videntur inventa, principia habent tam obvia tamque trivialia, ut non inepte comparari poſſe videantur cum artificiolis illis Præſtigiatorum (*tours de paſſe-paſſe*) quæ ignari tantopere mirantur; qui vero norunt, contemnunt ac rident. Ratio vero, cur non omnia inveniamus omnes, hæc eſt, quod tanta rerum multitudo ſit, ut iis omnibus animum advertendi nulli ſufficiens otium vel occaſio detur; aut etiamſi duo eidem quærendæ rei mentem applicent, fieri plerunque ſolet, ut diverſas vias ineant, naturæ rei non æque accommodas, quas tamen quo ducant, initio prævidere non poſſunt; ſimiles duobus, qui pari quidem ſagacitate terras incognitas luſtrant, amboque novis ſpoliis onuſti domum redeunt; ſed neuter, quæ alterius tantum terra tulit, aſportare poteſt.

Act. Erud. An. 1695. M. Dec.

Pag. 553.

Problema: Æquationem $ady = ypdx + by^n qdx$ (ubi a & b quantitates datas & conſtantes, n poteſtatem quamvis lit. y, p & q quantitates utcunque datas per x denotant) conſtruere, ſaltem per quadraturas, hoc eſt, ſeparare in illa literas indeterminatas x & y cum ſuis differentialibus a ſe invicem.

G. G. L. RELATIO AD INCLYTAM SOCIETATEM LEOPOLDINAM NATURÆ CURIOSORUM

Pag. 559.

De novo Antidyſenterico Americano magnis ſucceſſibus comprobato.

EDitor hujus relationis propriis meditationibus, quibus varias eruditionis partes promovere laborat, adjungit crebrum per literas commercium cum eruditis intra extraque Germaniam. Itaque cum intellexiſſet, ante annos aliquot novum remedium Antidyſentericum in Gallia fuiſſe productum, nunciavit hoc celeberrimo nunc p. m. Viro *Joh. Georgio Volcamero*, inclytæ Naturæ Curioſorum Societatis tunc Præſidi, ut in eam rem amplius inquireretur. Cum ve-

Act. Erud. An. 1695. M. Dec. ro exinde nondum rem in Germania ſatis increbuiſſe didiciſſet, & ex ore Sereniſſimæ Ducis, ex Gallia reverſæ, certiſſimam medicamenti poteſtatem multis modis confirmatam fuiſſe comperiſſet; dedit operam, ut de toto negotio edoceretur plenius, & quæ nactus eſt, bono publico extare voluit, quorum ſumma hæc eſt: Dn. *Grenier* mercator, navigationibus crebris in longinquas oras dans operam, attule-
Pag. 560. rat Pariſios remedium compertæ contra dyſenteriam, diarrhœam, aliosque id genus ventris fluxus virtutis. Juſſu Regis multa ſumta ſunt experimenta, felicia omnia, aitque Rex in literis patentibus, ne unum quidem experimentum ex multis per Noſocomia ſumtis, etiam in ægrotis maxime deſperatis feſelliſſe. Orta fuit Grenerio lis cum Medico celeberrimo, qui ipſius conſenſu medicamentum apud Regem & alibi produxit, & quem inventum & lucrum ſibi ſoli tribuiſſe accuſavit; ſed nos hæc præterimus, rem dediſſe contenti. Compertum fuit tandem, eſſe radicem plantæ Americanæ a Piſone in Hiſt. Nat. Braſil. lib. 4. c. 53. & lib. 5. c. 19. deſcriptæ, cui nomen Ipecacuanha, ipſumque Piſonem jam hanc ipſam virtutem cognoviſſe & ex merito celebraſſe. Variæ ſunt ſpecies, quæ colore diſtinguuntur. Bruna ſeu fuſca magis efficax quam alba, & minus vehemens quam nigra, atque adeo optima ad uſum, nuperis Galliæ experimentis deprehenſa eſt; ubi dari ſolet in ſubſtantia, redacta in pulverem. Doſis ordinaria eſt a drachma ſemis ad integram, in uno vel altero cochleari vini aut juſculi, vel jejuno ſtomacho, vel duabus horis poſt paſtum. Operatur per ſedes, ſed tamen & per vomitum ſæpiſſime, atque ita ſimul & materiam noxiam ejicit, & viſcerum tonum vi aſtrictoria peculiari reſtituit, & malignitati reſiſtit.

Autor Relationis adjecit verſionem Methodi utendi hoc remedio ſed recte dato, quam clariſſimus apud Pariſinos Medicus Adrianus Helvetius (Joh. Friderici apud Batavos celebris filius) publicavit, qui ante alios hujus medicamenti productione & uſu inclaruit. Adjecit tamen Editor etiam nonnullas Grenerii in hanc methodum notas, tum excerpta ex literis patentibus Regiis & approbatione Archiatri Regii aliorumque; inque illis omnibus ſecutus eſt, quæ ſibi communicata fuere manuſcripta, addiditque excerpta ex libro Piſonis, cui prima laus debetur. Hanc autem relationem dedit Bibliopolæ celeberrimi Medici Angli Martini Liſteri libellum de morbis quibusdam ſpecialibus nuper editum recudenti, ob ſimilitudinem argumenti adjiciendam. Unum non prætereundum eſt, moneri merito, eos ægros excipiendos eſſe, quibus ventris fluxus ſymptomate ex morbo aliunde lethali obortus eſt, veluti ſi gangræna ſit in inteſtinis aut hydrops phthiſisve adſit corruptioque partium infimi ventris, ubi fluxus ſuperveniens caloris extinctionem & propinquam mortem indicat.

Digitized by Google

EXCERPTA
EX ACTIS ERUDITORUM
LIPSIENSIBUS
ANNI 1696.

BERNARDI NIEUWENTIIT

Analyſis infinitorum, ſeu Curvilineorum Proprietates ex Polygonorum natura deductæ.

Act.Erud. An. 1696. M. Febr. Pag. 76.

Amſtelodami apud Joh. Wolters, 1695. in 8. Conſtat plag. 22. tab. æn. 21.

PErvenit paulo ſerius ad manus noſtras hic clariſſimi Viri tractatus, in quo ea, quæ in *Conſiderationibus* in Actis Eruditorum anno ſuperiore pag. 128. a nobis memoratis promiſerat, exhibere ſatagit. Principium nempe, quo mederi difficultatibus, quas in Conſiderationibus propoſuerat, ſe poſſe ſperat, in Præfatione & alibi paſſim hoc exponit: Quicquid per numerum infinitum multiplicatum nullam quantitatem datam, utut exiguam, adæquare valet, entibus annumerandum non eſt, & nihilo æquale haberi debet. Unde ſi voces quantitates datas a aut b, numerumque infinite magnum m, eſſe $\frac{a}{m}$ & $\frac{b}{m}$ quantita-

Act. Erud. An. 1696. M. Febr. Pag. 77. tes infinite parvas & adhuc aliquid; quadratum vero $\frac{aa}{mm}$ aut rectangulum $\frac{ab}{mm}$ & ſic porro, recte pro nihilo haberi. Hinc quoque ſequi illam veritatem maximi momenti, omnem quantitatem vi infinita in nihilum eſſe reducibilem, eademque vi infinita quantitatem quamcunque ex nihilo produci poſſe. Et cum varia Geometrarum inventa ex hoc ſuo principio firmari dixiſſet, ſola, inquit, differentiationum ſucceſſio (differentio-differentiales, ſive differentias rurſus differentiatas intelligit) ex eodem cum cæteris principio deduci renuit: quæque eam infeſtare videntur difficultates D. Autori in Conſiderationibus ex parte propoſui, ac hoc in loco inſtantia una ac altera roboravi, quarum ſolutionem inſimulque legitimam repetitarum differentiationum confirmationem, ne tantum inventum in Geometria intercidat, ſummo deſiderio merito exoptat Orbis Mathematicus. Cui quidem celeberrimum noſtrum Leibnitium doctiſſimis ſuis reſponſionibus cumulate ſatisfeciſſe, patet ex Actis Erud. anni ſuperioris p. 138. 145. ſeqq. Porro doctiſſimus Autor agit cap. 1. de modo ducendi tangentes, deque puncto flexus; cap. 2. de curvilineis (quæ vere polygona eſſe ait) & Wallisii quibusdam Gregoriique & Mercatoris inventis; cap. 3. de genitis per rotationem ſolidis; cap. 4. de ſuperficiebus talium ſolidorum; cap. 5. de Hugenianis evolutionibus; cap. 6. de centro gravitatis; cap. 7. de methodo maximorum & minimorum; cap. 8. de analyſi infinitorum Leibnitiana, & calculo differentiali ſeu infiniteſimali; cap. 9. de æquationibus infiniteſimas involventibus; cap. 10. de methodo infiniteſimali inverſa pro quibusdam caſibus; cap. 11. de miſcellaneis, ubi & de cauſticis & ſimilibus, modo, ut ait, a Tſchirnhauſiano aliquatenus differente. Sed cum modus, quo hæc ex ſuis derivat, cum differentiali calculo facile conciliari queat, & in notandi ratione potius quam re differat, prolixe hæc excerpere ſuperſedemus. Quanquam dubitandum non ſit, ſpecialia quædam egregia paſſim in iis latere. Optandum autem eſſet, convenire Mathematicos in unum notas uſurpandi modum, ne tanta varietas lectores turbet, cumque notatio per ſummas & differentias & fontem inventionis aperiat, & egregiis viris, ipſique Hugenio, horum optimo, dum viveret, judici perplacuerit, uſurpataque ſit, jamque multis præclaris

Pag. 78. inventis ſit comprobata & illuſtrata, atque augeatur indies; conſiderandum Geometris proponimus, an non huic inſiſti conſultius videatur.

JOHANNIS BERNOULLI

Act.Erud. An. 1696. M. Febr.

DEMONSTRATIO ANALYTICA ET SYNTHETICA

Suæ Conſtructionis Curvæ Beaunianæ in Actis Erud. An. 1693. pag. 464. exhibitæ.

QUos diu ante deſideraveram, D. Bernardi Nieuwentiit bini tractatus de Analyſi infinitorum nuper mihi Amſtelodamo tranſeunti in manus inciderunt; quorum alter, quem *Conſiderationes circa calculi differentialis uſum* inſcribit, in eum tantum finem videtur factus, ut clariſſimus Auctor difficultates, quas in inſolita noſtra methodo multis in locis ſibi remoram injicere queritur, adimendas nobis proponeret. Eas revera tanti momenti non puto, ut vel minimum illius præſtantiæ derogare, vel quempiam remorari queant; quemadmodum enim ex ſola non ſatis clare intellecta methodo ſuboriuntur, ſic nullus dubito, quin debita mentis attentione adhibita ſponte diſpareant. Ideoque relictis illis (ad quas quidem in univerſum celeberrimus Leibnitius ſolide reſpondit in ultimo Act. Julio) illud dumtaxat tangam, quod me ſpeciatim concernit.

Pag. 41. ſuarum Conſiderationum, ad diverſitatem oſtendendam ſuam inter & meam methodum, quaſi per digreſſionem & nulla neceſſitate urgente, ſibi impugnandam ſuſcipit meam in Actis anno 1693. M. Maj. publicatam conſtructionem problematis Carteſio olim propoſiti. Quod (quamvis optaſſem, ut exhibuiſſet ſolutionem meliorem, quo luculentius conſtitiſſet, an eouſque ſua ſeſe extenderet methodus, noſtræque proin anteferenda & ab ea diverſa eſſet) adeo non ægre fero, præſertim cum id ſumma modeſtia faciat, ut potius gaudeam mihi occaſionem ſuppeditari ſatisfaciendi ejus deſiderio, quo hanc ſui ſcrupuli enodationem efflagitare videtur. Laudanda enim eſt eorum ingenuitas, qui quod ſibi obſtaculo eſt, candide fatentur, ut illo ſublato eo tutius progredi poſſint; non vero tot alii imitandi ſunt, qui malunt ignorare præclariſſima quæque, quam edoceri ab aliquo, quem vel ætate, vel dignitate, vel imaginaria quadam nominis celebritate, ſe inferiorem putant, & proin ipſam, quam nequeunt aſſequi, artem miſere traducunt. Eadem hæc ſors inevitabilis fuit novæ noſtræ Analyſi, quæ ut ſui ignorantes ubique, ita etiam ſui oſores, Pag. 79. quorum quoſdam ipſe novi, reperiit. Quod præſtantiſſimus Nieuwentiit æquius animatus ſit, & nobis & arti noſtræ gratulor: ſpero enim illum, ubi celeberrimi Leibnitii reſponſiones & meam difficultatis ſuæ illuſtrationem mature perpenderit, ultro noſtram

ample-

Act. Erud. An. 1696. M. Febr.

amplexurum methodum; ita ut forte brevi notabile incrementum hinc ſtudiis acceſſurum ſit, præprimis ſi junctis viribus eo adnitamur.

Sed ne longius a ſcopo recedam, tantum abeſt, ut calculus ipſe quem inſtituit, meam deſtruat conſtructionem, ut illam potius mirifice confirmet: cauſa autem erroris in hoc præcipue conſiſtit, quod falſa hypotheſi nixus credidit, æquales differentiales habere etiam æquales integrales vel ſummas, id quod abſolute dictum non ita ſe habet: una enim eademque quantitas differentialis, ut jam ſæpius innui, infinitas habet integrales; veluti integralis ipſius dx non ſolum eſt x, ſed etiam poteſt eſſe x plus vel minus quavis alia quantitate data; idem quoque valet in omnibus aliis. Hinc ſi reſolvendo aliquod problema pervenitur ad æquationem differentialem, infinite ſemper diverſæ niſi omnes interdum coincidant ſolutiones ſatisfacient, quod Dn. Leibnitius in paracentrica egregie obſervavit.

Nunc ut applicatio hujus eo melius perſpiciatur: Sit AIP curva eo modo conſtructa, quo in Actis docui; ita nempe ut ad aſymtoton AB perpendicularem ad axem AK deſcripta logarithmica DC, cujus ſubtangens AF ſit æqualis datæ r, & abſciſſa AK vel BI ſit æqualis portioni CH ipſi AB parallelæ, & inter C & tangentem DF interceptæ. Evincam ex calculo Nieuwentiitiano (quem hic paucis repetam) hanc noſtram curvam eſſe eam ipſam quæ quæritur, cujus nimirum applicata IK ad ſubtangentem KM rationem habet, ut data r ad portionem applicatæ IL reſectam a recta AL faciente angulum ſemirectum cum axe.

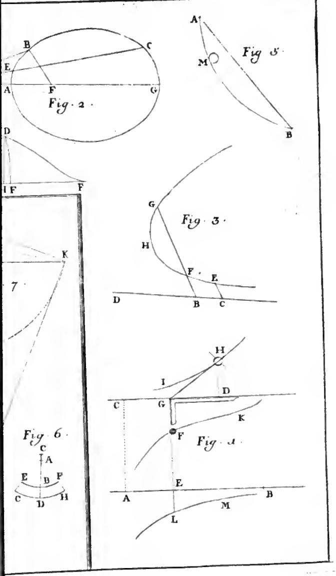
Tab. I. Fig. 1.

Vocentur (ductis lineis ut apparent in ſchemate) KI; y, KM; t, CB; z, AD; k, AK; x, IL; $y - x$ erunt ex mea conſtructione AF $=$ QB $= r$, & CH $=$ BI $=$ AK $= x$, unde & HG $= y - x$ & DG $= k - z$: tum ſit PO $=$ NB $=$ RS $= dy$, IO $= dx$, CS $= dz$. Hiſce poſitis ex problematis conditione $y . t :: r . y - x :: dy . dx$ elicitur $xdy = ydy - rdx$, adeoque ſumtis integralibus, *omnia* $xdy = \frac{1}{2} yy - rx =$ trilineo BIA. Sed ex conſtructione problematis $k . r :: k - z . y - x$. Unde $ky - kx = kr - rz$ & ductis omnibus in dy, fiet $ydy - rdy + \frac{rzdy}{k} = xdy$, ac tandem ex natura logarithmicæ facto $rdz = - zdy$ (hic ſumitur ſignum $-$ quia creſcente z decreſcit y) erit $ydy - rdy - \frac{rrdz}{k} = xdy$.

Pag. 84.

Huc uſque optime ratiocinatur clariſſimus Nieuwentiit, ſed conſequentia quam inde petit, claudicat, concludit enim quantitatem $ydy - rdy - \frac{rrdz}{k}$ unicam habere quantitatem integralem

$\frac{1}{2} yy$


Fig. 2.
Fig 5.
Fig. 3.
7.
Fig. 6.
Fig. 1.
A
B
C
D
E
F
G
H
I
K
L
M

$\frac{1}{2}yy - ry - \frac{rrz}{k}$ quando facit $\frac{1}{2}yy - ry - \frac{rrz}{k} = omn:\ xdy = \frac{1}{2}yy$ Act. Erud. An. 1696. M. Febr.

$- rx$; Ego autem dico, quod hoc loco $\frac{1}{2}yy - ry - \frac{rrz}{k}$ non poteſt eſſe $= omn:\ xdy$; Evaneſcente enim trilineo BIA ſeu $omn:\ xdy$, quantitas $\frac{1}{2}yy - ry - \frac{rrz}{k}$ non evaneſcit, ſed fit $= - rr$. Quod arguit, quod hoc ipſum quod reſtat $- rr$ ſub ſigno contrario addendum ſit, ut habeatur vera quantitas integralis hæc $\frac{1}{2}yy - ry - \frac{rrz}{k} + rr = omn:\ xdy$. Sed regeret forſan, qui fit, ut priori integratione $omn:\ xdy = \frac{1}{2}yy - rx$ non pariter aliqua quantitas data addenda vel demenda ſit? hoc, inquam, fit quia evaneſcente trilineo BIA & ipſa quantitas $\frac{1}{2}yy - rx$ jam per ſe evaneſcit abſque ut quadam data vel diminuatur vel augeatur. Hoc ſi animadvertiſſet, non ſolum in hoc ſed in plurimis aliis locis, & præcipuis ſuis difficultatibus ſe facile extricaſſet, & vidiſſet noſtram conſtructionem ad nihil plane deducere quod a veritate ſit alienum: ſi enim æquetur $\frac{1}{2}yy - ry - \frac{rrz}{k} + rr$ cum ſuperius inventa $\frac{1}{2}yy - rx$, & dein reducantur membra, prodibit $ky - kx = kr - rz$, quæ omnino eadem eſt æquatio quam ex conſtructione problematis elicuit. Ergo &c.

Sed ut anſam habeat, abſurditatem quam exinde emergentem Pag. 85. credidit, ſi non publice revocandi, ſaltem probitatem noſtræ methodi tacite agnoſcendi, ſubnectam hic Demonſtrationem Syntheticam, quam ab illis etiam, qui vix communis Geometriæ limina ingreſſi, nedum qui penitioris noſtræ principia jam deguſtarunt, intelligi poſſe puto.

Ductis omnibus lineis, quas jubet in figura ſua huc tranſlata, agatur inſuper HE parallela axi DAK. Jam CG = IK & ablata CH = (per conſtr.) BI = AK = (per hyp.) KL, ergo reliqua HG vel EA = IL. Quoniam autem per conſtr. NP = RX & BI = CH, erit NP — BI ſeu IO = RX — CH ſeu RS — XV ideoque PO. IO :: RS. RS — XV :: QB (ex propr. logar. AF). QB — FE (EA ſeu IL) ergo PO. IO (:: IK. KM) :: AF (data r). II. Q. E. D.

ME-

Act. Erud. An. 1696. M. Febr. Pag. 93.

MERIDIANA TEMPLI S. PETRONII,

Ducta & præparata ad obſervationes Aſtronomicas An. 1655. reviſa & reſtaurata anno 1695. a JOHANNE DOMINICO CASSINI, Aſtronomo primario Univerſitatis Bononienſis, Mathematico Pontificio, & Membro Academiæ Regiæ Scientiarum Pariſienſis.

Bononiæ, apud Hered. Vittorii Benacci, 1695. fol. Plag. 11. Tab. æn. 4.

LINGUA ITALA.

COmmemoratum jam alias a nobis fuit ſingulari laude digniſſimum inſtitutum Academiæ Scientiarum Regiæ in Gallia, quo ex obſervatis, certiori quam antehac factum methodo, locorum longitudinibus, errores mapparum geographicarum emendare ſatagit. Harum Obſervationum cum inſignem jam adepta eſſet numerum, comperit, multa loca, quæ in chartis priſcis, v. g. Ptolemæi, ſub eodem ſita ſunt Meridiano, jam ſub diverſis exiſtere, contra quæ ſub diverſis ponuntur, ſub eodem nunc jacere; ita quidem ut obſervationes recentiores, accuratius comparatæ cum veterum monimentis, ſuſpicionem moverint, Meridianam motu quaſi oſcillatorio verſus ortum & deinde rurſus verſus occaſum lente agitari. Quamvis enim certum ſit, paucis annis non mutari ſenſibiliter lineæ Meridianæ ſitum, dubium tamen remanet, annon inſigni temporis ſpatio exigua contingat variatio. Id quod ut tolleretur de medio, jam olim Meridiana Uraniburgica Tychonis examinata fuit, deprehenſaque differentia, inter Tychonicam & recentiſſime illo in loco ductam, 18. minutorum. Quæ tamen cum errori in obſervando commiſſo tribui poſſit, recurrendum fuit ad lineam Meridianam, a celeberrimo Caſſino in templo Petronii Bononiæ A. 1655. ſumma exquiſitiſſimaque cum diligentia deſcriptam. Quamvis enim quadraginta annorum intervallo, quod interceſſit inter annum jam commemoratum & 1695. fortaſſis ædificium tam vaſtum mutationem aliquam in altitudine pati, aut inæqualiter ſubſidere potuerit, ipſam tamen lineam Meridianam priſtinum retinere ſitum, niſi aliqua polorum mundi facta tranſlatio, erat neceſſe. Hac ergo de re certiores ut redderentur Aſtronomi, ipſe Caſſinus itineris in ſe ſuſcepit moleſtias, deportatisque ex Obſervatorio Pariſienſi accuratiſſimis inſtrumentis examina-

Pag. 94.

minavit, Januario menſe & principio Februarii An. 1695. Meridianam jam dictam, deprehendensque ipſam ſibi adhuc conſtare, concluſit, ſpatio 40. annorum Meridianos ſenſibiliter ſitum non mutaſſe. Quoniam autem crediderunt nonnulli, ſeculo præterito inſignem accidiſſe Meridianorum mutationem, inducti in hanc ſententiam a Meridiana olim An. 1575. ab Egnatio Dante, ad obſervanda Æquinoctia & Solſtitia, deſignatam eodem in templo, quæ a Caſſiniana 9. circiter gradus a ſeptentrione verſus ortum declinat; hanc diverſitatem Caſſinus vitio conſtructionis tribuendam docet in libro, ex quo præcedentia excerpſimus, quique beneficio clariſſimi editoris Dominici Guilielmini, curante humaniſſimo Magliabechio, ad nos pervenit. Neque vero ſubſtitit hic Caſſini diligentia, ſed cum altitudinem foraminis, per quod Solis immittuntur radii, cujusque diameter eſt unius unciæ pedis Regii Pariſienſis, necnon partes lineæ columnis vicinas a priſtino ſuo ſtatu defeciſſe deprehenderet, ita omnia reſtituit, ut jam exactiſſimi Heliometri munus obire denuo poſſit. Eſt enim hæc Meridiana inſtar tangentis, cujus radium 100000. particulas comprehendentem refert perpendiculi foraminis centro in lineæ meridianæ principium demiſſi altitudo, 1000. unciis pedis Pariſienſis Regii æqualis. Ipſam lineam deſignat ferrea regula, cujus latus claudunt duæ ſeries marmorum, quarum una numeros habet partium centeſimarum perpendiculi, in quas linea diviſa, quarumque ſingulæ in mille partes ope ſcalæ poſſunt ſubdividi; in altera notati ſunt gradus integri diſtantiæ Solis a vertice, qui tangentis partibus reſpondent. Seorſim quoque ſignorum Zodiaci imagines illis locis, in quæ cadit Solis ſpecies, cum in principiis ſignorum verſatur, additæ ſunt, nec non horæ integræ ortus Solaris, ibique inſculpta Solaris ellipſis, quo cecidit ſolſtitii æſtivi die An. 1655. cum præſentibus multis Aſtronomis, Montalbano, Manzino, Ricciolo, Grimaldo &c. Meridiana ducta fuit; tandemque notata quoque ſunt ſecunda & tertia minuta peripheriæ terreſtris, cujus partem 600000mam linea a principio uſque ad centrum ellipſis Solaris extremæ occupat. Facile ergo apparet, tantæ eſſe magnitudinis hanc lineam, ut minuta ſingula probe in ea diſcerni poſſint, quippe cum ſolſtitii æſtivi tempore, quando maxima eſt Solis altitudo, (Bononiæ 69. grad.) minuto altitudinis reſpondeant 33. particulæ tangentis, quæ 4. lineas Pariſienſes æquant, in minima vero ſolſtitii hyberni, quæ eſt 22. graduum, particulæ 210. quæ efficiunt duas uncias unamque lineam pedis Pariſienſis. Atque uſus fuit inſigni cum ſucceſſu hoc Heliometro, quamdiu

Pag. 95.

Act.Erud. An. 1696. M. Febr. diu Bononiæ commoratus fuit, Caſſinus, atque ex obſervationibus ibi habitis deduxit tabulam ſuam refractionum, nec non tabulas Solares apprime cœlo conſentientes, ut obſervationes a Dn. Richer in inſula Americæ Cayenæ quinque gradus ab Æquatore diſtante factæ teſtantur; meritoque proinde dignum illud habitum fuit ab illuſtriſſimis Senatoribus, templi hujus fabricæ præfectis, ad cujus reſtaurationem ſumtus ſuppeditarent, & cujus integritati in futurum quoque proſpicerent. Eum enim in finem non ſolum aſſervari juſſerunt inſtrumenta, quæ ad libellationem ſoli aliaſque operationes in reſtaurando Heliometro fuere adhibita, ſed negotium quoque dederunt Guilielmino, tum ipſa tum eorum uſum accurate deſcribendi, quo facilior impoſterum ejus eſſet reſtitutio, ſi a temporis diuturnitate depravaretur. Id quod Vir doctiſſimus abunde præſtitit in appendice ad Caſſinianum librum, additis quoque tabulis ad faciliorem Heliometri uſum pertinentibus. Ejuſdem quoque curæ debetur conſtructio gnomonis in eodem templo, ad elevationem poli inveſtigandam, quam deprehendit paucis in ſecundis differre ab elevatione a Caſſino octante ante ſuum diſceſſum reperta, nempe 44°. 30′. 15″. quæ proinde major eſt 1′. & 15″. illa, quam invenerat anno 1655.

M. Mar. Pag. 145.

G. G. NOTATIUNCULA

Ad Acta Decemb. 1695. pag. 179. ſeqq.

INiquus ſim, ſi non agnoſcam, excellentis Mathematici Jacobi Bernoullii Baſileenſium profeſſoris meditationibus plurimum debere ſcientias iſtas profundiores, & me potiſſimum ipſi pariter ac fratri ejus ingenioſiſſimo, Johanni Bernoullio, nunc apud Groninganos Profeſſori clariſſimo obſtrictum eſſe, quod qualiacunque a me jacta Analyſeos cujuſdam ſuperioris fundamenta ad varios uſus applicuere, ſuisque inventis mirifice auxere, & ut magis magisque innoteſcerent ac celebrarentur effecere. Virum autem celeberrimum Jacobum Bernoullium, cujus nupera me ad hoc ſchediaſma invitavere, perſuadere ſibi velim, longiſſime a me abeſſe animum de meritiſſimis ejus laudibus detrahendi. Gloriam inventarum figurarum Elaſticarum (ex hypotheſi ſcilicet valde veriſimili) ipſi illibatam relinquo. Theoremata de radiis circulo-
Pag. 146. rum oſculantium, etſi mihi non ignota, ne attigiſſem quidem, niſi originem eorum pariter ac ſimilium aliorum, ex ſingulari quodam differentialis calculi genere ſimpliciſſimam exponendam occaſio-

caſione data putaſſem. Ut iis in Elaſticis figuris uterer, in mentem non venit, quod figuris illis quærendis nunquam animum adjeciſſem, non quod res non ſit pulchra & inquiſitu digna, ſed quod in tanta agendorum copia, quæ ab illo recte acta putavi, nollem denuo agere, incertus etiam, an poſſem. Itaque non eſt, cur imputet theorematum de oſculis defectui, cum ipſe agnoſcat, etiam publicatis illis, nondum vel Hugenium vel me de lineis illis Elaſticis ſatis meditatos fuiſſe. Ac ne nunc quidem, expoſita Analyſi Viri egregii, a me impetrare poſſum, ut hunc campum licet pulcherrimum ingrediar; cujus rei plures habeo rationes, quam vellem. De cætero video eum a mea de conſtructionibus ſententia vix diſſentire, optaremque ipſum, ſi vacat, ulterius cogitare de conſtructione tranſcendentium, per puncta Algebraice inventa: id enim magis analyticum fuerit, etſi non æque ſit in poteſtate hactenus, ac reductio quadraturarum ad Euthynſes. De numero radicum oſculi candide profeſſus ſum dudum, me re diligentius excuſſa ſententiam ipſius amplecti. Quod inſtantiam a me poſtulat curvæ ordinariæ rectificabilis in ſe redeuntis, ſuccurrit nunc Epicycloeidalis, quam punctum deſcribit fixum in circulo provoluto ſuper alio circulo. Hanc rectificabilem eſſe, a celeberrimis Viris, Hugenio & Tſchirnhauſio eſt oſtenſum; eſſe autem in ſe redeuntem, hæc conſtructio ipſa monſtrat, cum circumferentiæ ſunt commenſurabiles. Præclare facient Bernoullii fratres, ſi conjunctis, vel etiam ſeparatis ſtudiis velariæ figuræ contemplationem cœptam abſolvant. Quod medias Directiones attinet, de quibus ego in Ephemeridibus Gallicis Sept. 1693. cum tendentiæ puncti mobilis ſunt infinitæ, puncta tendentiarum intervallulis æqualibus aſſumi arbitrarium putem. Diverſis autem punctis tendentias exercentibus, ex punctorum progreſſibus habetur & progreſſus communis centri gravitatis, nempe conferendo ejus ſitum ante progreſſum, cum ſitu proximo poſt progreſſum punctorum elementarem. Quod ſi punctorum impulſorum tendentias conſideremus, quæ ſæpe ab impellentium tendentia diverſa eſt, tendentia media ab iis recepta eodem modo definietur. Eaque omnia pro re nata ſunt varianda, ſed in his promte eleganterque exhibendis a V. Cl. non vulgaria expecto, ac publico eum nomine rogandum cenſeo, ut ſua de fluidorum motibus aliisque meletemata præclara diutius non premat. Quod controverſias attinet inter D. D. Hugenium & Renaudum ingeniarium rei apud Gallos marinæ generalem, ipſe Hugenius (cujus certe ſummi Viri amiſſi & ipſe deſiderium tanto fero ægrius, quanto propius mihi cum eo commercium erat, no-

Act. Erud. An. 1696. M. Mar.

Pag. 147.

Act. Erud. An. 1696. M. Mar.

tioresque maximæ dotes, in quibus vis animi candorque certabant) me ſententiam rogare dignatus eſt; ſed tunc nondum erant ad manus utrinque agitata. De re ipſa alias. Recte notatur, eundem ventum magis impellere navem quieſcentem, quam procedentem, & diſcrimen aliquando non eſſe negligendum. Puto etiam, diverſa venti vi, declinationem, (*derive*) ſecus quam D. Renaudus ſuppoſuit, non eſſe æqualem, ſed eo majorem quo major eſt venti violentia. Modum generalem conſtruendi tangentium inverſas Auguſto ſuperioris anni pag. 57. ipſe non niſi pro Mechaniſmo venditavi. Utiliſſima cogitatio eſt, de iisdem ad quadraturas redigendis, ſeparandisve ab invicem indeterminatis. *Problema* de eo præſtando circa æquationem differentialem $ady = ypdx + by^n.\ qdx$ ſolvere poſſum, & reduco ad æquationem, cujus forma eſt $...dv + ...vdz + ...dz = 0$, ubi per punctata intelliguntur quantitates utcunque datæ per z. Talis autem æquatio generaliter per me reducta eſt ad quadraturas, ratione jam dudum amicis communicata, quam hic exponere neceſſarium non puto, contentus effeciſſe, ut acutiſſimus Autor problematis agnoſcere poſſit methodum (ut opinor) non diſſimilem ſuæ. Neque enim dubito, & hoc ipſi innotuiſſe. Et ſunt a me in iſtis multa olim tentata, non pauca etiam præſtita, quæ jacent diſperſa in ſchedis, nec mihi ipſi in numerato habentur, copia inopi, ut ſimul habere videar & non habere. Hæc tamen facilius ſuppeditavit memoria, ea ipſa die qua Lipſienſia Acta Decembris proximi ſum nactus, id eſt heſterna, in ipſis ſcilicet nundinis Brunsvicenſibus, ubi hæc inter diſtractiones utcunque in chartam conjeci.

JAC. B..

OBSERVATIUNCULA AD EA,

M. Junii. Pag. 260.

Quæ nupero Menſe Novembri de Dimenſionibus Curvarum publicata leguntur Auctore D. T.

PRæclara ſunt, & e maxime deſideratis illa, quæ hic promiſit Nobiliſſimus D. T. atque ſi ullatenus præſtari poſſunt, ab ejus certe ingenio expectanda erunt. Optandum tantum eſſet, ut cum de excellentia Methodi, quam tegere voluit, per exempla nobis judicandum ſit, talia ſelegiſſet, quæ haud facile aliunde ſolvi poſſent, aut aliis exceptionibus obnoxia forent; qualia num iſta ſint, quæ dedit Vir eximius, paucis examinandi veniam ab ipſo flagi-

flagitamus. Primo, quod de Spatio elliptico nos docet in fig. 1. nulla ſingulari methodo videtur indiguiſſe, cum ex natura Ellipſis ſimplici proportione concludatur; juncta enim CH & producta GH donec ipſi CF occurrat in I, quoniam ubique IH eſt ad IG, ſicut CD eſt ad CE, erunt tum ſpatia IHDC, IGEC, tum Triangula IHC, IGC, tum his ablatis ſectores CHD (ſive $\frac{1}{2}$ CD in DH) & CGE, ut CD & CE, hoc eſt, erit CE in DH = 2CGE. Et patet generaliter, quod ſi loco circuli & ellipſis ſubſtituantur quævis aliæ curvæ *ejusdem generis*, hoc eſt, quæ habeant applicatas IH, IG in conſtante ratione, fore in eadem illa ratione etiam ſectores CHD & CGE. Quod deinde proprietatem ſpectat, quam focis curvarum per fila deſcriptarum attribuit fig. 2. omnibus illa indifferenter punctis eſt communis, & ex generaliſſima centri gravitatis natura manat; ſumptis etenim in quacunque curva quibuſcunque & quotcunque punctis A, B, C, D, eorumque centro gravitatis E, ſemper vel ſumma trilineorum AFG, BFG, CFG, DFG; vel (ſi punctorum nonnulla ad convexas curvæ partes aſſumantur) differentia trilineorum quæ ab una, & eorum quæ ab altera parte ſunt, trilinei EFG totuplex erit, quot aſſumta puncta fuerint. Sed & præter punctum E infinita alia puncta idem præſtant, quæ in axe aliquo æquilibrii per E tranſeunte exiſtunt. Conſiderationem igitur focorum nihil hic ad rem facere apparet. Quod porro aſſeritur de portionibus Parabolarum communem focum habentium fig. 3. etiam procedit cum diverſos habent, modo punctum C, e quo recta CE educenda eſt, tale aſſumatur, ut ipſæ CA, CB, ſint in ratione parametrorum; at nihil hic peculiare tribui video parabolis, quod non idem quoque valeat de omnibus *ejusdem ſpeciei* curvis, hoc eſt, curvis ſimilibus & circa communes axes, focos, centra, aliave puncta ſimilia ſimiliter conſtitutis; puta, ſi curvæ AE, BD, forent duæ Ellipſes vel Hyperbolæ ſimiles circa eundem axem AC, & communem focum ſeu centrum aliudve punctum ſimile C ſimiliter conſtitutæ, ſemper eſſent abſciſſæ portiones curvarum AE, BD, in ratione rectarum ſimilium abſcindentium AC, BC, vel CE, CD, utræque nimirum in ratione conſtante: quorſum applicari poſſunt ea, quæ jam anno 1692. M. Majo ad ſpiram mirabilem de triangulo circa angulum (hic infinite parvum ECD) rotato & proportionaliter fluente in genere dicta ſunt. Quod denique ſubjungit nobiliſſimus Auctor de aſſignandis in Parabola portionibus datam ad invicem rationem habentibus, fig. 4. id rogo ut revideat; deprehendet enim rem aliter ſe habere, atque in locis a vertice A tantillo remotioribus portionem CD ad EF ſemper

Act.Erud. An. 1696. M. Junii.

Pag. 261.

mi-

Act. Erud. An. 1696. M. Junii. minorem obtinere rationem, quam GH ad IK. Quorum omnium ingenioſiſſimum Auctorem non ideo commonefacimus, ut præſtantiſſima ejus inventa, quibus ipſi plenam fidem adhibemus, ullatenus ſuſpecta reddamus, ſed illum invitemus potius, ut vel ipſam ſuam methodum præclariſſimam nobiſcum communicare dignetur, vel ſi hanc diutius nos latere cupit, ſelectioribus ſaltem ſpeciminibus eandem nobis comprobet. Quibus ſi addere velit nonnulla methodum tangentium inverſam concernentia, tentare poterit tum Problema præteriti Decembris, cujus & ego ſolutionem dabo proxime, tum alia hinc inde in Actis occurrentia, quæ nondum ſolutionem acceperunt, ipſique adeo uberem materiam publico gratificandi ſuppeditabunt.

EJUSDEM CONSTRUCTIO GENERALIS

Omnium Curvarum tranſcendentium ope ſimplicioris Tractoriæ & Logarithmicæ.

Methodus Tangentium inverſa, in qua dubio procul ſummus Geometriæ apex conſiſtit, tribus potiſſimum partibus abſolvitur, quarum prima verſatur in reducendis differentialibus altiorum generum (ſeu differentio-differentialibus) ad differentialia primi generis; altera in ſeparandis literis indeterminatis cum ſuis differentialibus a ſe invicem; & tertia in conſtruendis æquationibus hoc modo reductis. In ſingulis perficiendis varie huc uſque occupati fuimus, quotquot promotioni hujus ſcientiæ operam noſtram addiximus. Pag. 262. Ad primam inter alia pertinet Theorema de radiis circulorum oſculantium, cujus nupero Dec. p. 180. mentionem injeci, quodque in ſecundis differentiis ad primas reducendis uſum habere dixi, ut ſuo tempore uberius explicabo. Ad ſecundam ſpectat, quod ibidem ad calcem meditationis ſubjunxi Problema, cujus ſolutionem, ni alius quiſpiam interea me prævenerit, brevi quoque exhibebo. Reſtat tertia Methodi pars, de qua nobis impræſentiarum ſpecialius agendum eſt, & quæ conſtructiones curvarum tranſcendentium concernit. Omnes conſtruendi modi, quorum hucusque ſpecimina in Actis comparuerunt, ad duo vulgo nota genera revocari poſſunt, fiuntque vel per motum continuum eumque ſeu naturalem ſeu artificialem, vel per inventionem plurium punctorum. Motum naturalem voco, quem natura ipſa ſibi relicta ſponte producit: artificialem quem inſuper ars moderatur. Ad illum refero conſtructiones ſuper. Dec. p. 191. 192. memoratas, quæ fierent per elaſtra vel funes debita conditione imbutos: ad hunc, quæ per tractiones, qualem non ſine intelligentium

tium approbatione dedit ingenioſiſſimus Dn. Leibnitius M. Sept. 1693. Conſtructiones, quæ punctorum inventione abſolvuntur, ſiunt vel per quadraturas, quæ non ita pridem ſolæ in uſu fuerant: vel per rectificationes curvarum algebraicarum, quo pacto puncta Catenariæ per Curvam Parabolicam & Iſochronæ per Lemniſcatam determinantur: vel denique per coordinatas aliarum Tranſcendentium ſed deſcriptu faciliorum, veluti præfatus Cel. Leibnitius puncta Catenariæ reperire docuit per Logarithmicam. De quibus breviter hæc teneantur; quod conſtructiones curvarum per motum ſive naturalem ſive arte temperatum productæ procul dubio omnium forent optimæ, ſi facili aliquo mechaniſmo in effectum deduci poſſent; ſed cum illæ tales conditiones prærequirant in materia, quas ei introducere æque vel fortaſſe magis arduum eſt; hæ motum depoſcant ita compoſitum & implicatum, qui in praxi difficulter ſuccedat; neceſſitas omnino cogere videtur, ut in curvarum tranſcendentium non ſecus ac in algebraicarum altiorum delineationibus ſola punctorum inventione acquieſcamus. Ubi quidem quadraturæ, cum ad praxin æque inidoneæ ſint, jam fere exoleverunt, iiſque merito præferuntur conſtructiones, quæ fiunt per logarithmicam, lineam ſinuum, aut ſimiles, vel etiam per rectificationes curvarum algebraicarum, ſicubi haberi poſſunt. At quoniam dubium eſt, an ſemper inveniri poſſint, nec ſi poſſunt, univerſalis regula iis inveniendis præſcribi queat; jure deſiderari poteſt adhuc methodus, qua puncta curvarum ſemper & ubique facili & ad uſum accommodata operatione inveniantur. Oſtendam igitur hic modum, quo hoc conſequi poſſumus ope unius Logarithmicæ & cujusdam Tractoriæ motu ſimplici facillimoque deſcribendæ. Quemadmodum enim puncta algebraicarum determinantur per interſectiones duarum aliarum algebraicarum deſcriptu faciliorum; ita quoque ope duarum ſimpliciorum mechanicarum reperiri debere conſentaneum puto.

Ed. Erud. An. 1696. M. Junii.

Pag. 263.

Si propoſita ſit æquatio $ady = tdx$, ubi t dari intelligitur per x, (ad hanc enim formam facta ſeparatione indeterminatarum omnes reducuntur) ducantur in plano aliquo horizontali duæ rectæ parallelæ AB, CD, in diſtantia arbitraria AC, interque illas ſtatuatur curva algebraica FK talis, ut exiſtente AE vel BE $= x$, EF quarta ſit proportionalis ad t, a, & duplam ſubtangentem Logarithmicæ, qua hic uti voluerimus: tum ſumto filo FGH longitudinis AC deſcribatur Tractoria Curva HI ope normæ DGF propellentis extremitatem fili F ſuper curva KF, eo modo, quo id M. Jun. 1693. p. 476. explicatum fuit. Deinde, trajecta indefinite per rectas AB & CD perpendiculari GE, centro

TAB. II. Fig. 1.

Act. Erud. An. 1696. M. Junii. tro G radio EF arcus deſcribatur ſecans Tractoriam in H; unde demittatur in CD normalis HD, ac jungatur GH: quo facto tum aggregatum rectarum GH & GD tum earundem differentia applicentur Logarithmicæ, eritque axis portio, quæ applicatis intercipitur, = quæſitæ y, cui proinde ſi ſtatuatur in E æqualis EL, atque hoc ubique fiat, habebitur per puncta ſic deſcripta optata Curva LM. Nota, ſi æquatio fuerit $rdy = tdx$, & r etiam indeterminata ſit, ſed data per y, conſtructio nihilo difficilior evadit; poſito enim $rdy = adz = tdx$, conſtat ex præcedente conſtructione, inveniri poſſe relationem inter x & z, itemque inter y & z, quare etiam inter x & y innoteſcet. Patet autem etiam ex allatis, quod ſi data ſit relatio trium linearum CG, GH & GD (quod contingit, quandocunque Tractoria HI eſt ex numero algebraicarum) Curva LM poſſit conſtrui per ſolam Logarithmicam ſine adjumento alterius mechanicæ; unde novum criterium pro dignoſcendis curvis hoc modo conſtruibilibus reſultat, quod Lectores noſtri cum olim exhibito conferre poſſunt.

Pag. 264.

JOH. BERNOULLI SUPPLEMENTUM DEFECTUS GEOMETRIÆ CARTESIANÆ Circa Inventionem Locorum.

Annotata quædam in Schediaſmata Leibnitianum & Tſchirnhauſianum in ultimo Actorum Novemb. edita. De Complanatione ſuperficierum Conoidearum & Sphæroidearum. Problema novum Mathematicis propoſitum.

QUantum Geometriæ incrementum acceſſerit, ex quo variæ infinitorum Methodi, inter quas Differentialis Calculus nemine invidente primas tenebit, inclaruerunt, mille inventorum exempla comprobant, quæ, ſi verum dicere fas eſt, noſtro hoc ævo, ut ſuperiora taceam, etiamnum pro deſperatis habebantur; quemadmodum ex plurimis modernorum Mathematicorum ſcriptis conjicere licet. Non quidem deſunt, qui meliora non edocti audacter nimis aſſerunt, nihil eſſe in tota matheſi pro quo communis Geometria a Carteſio aliiſque tradita non ſufficiat. Alii paulo æquioris judicii ab ea *infiniti* tantum conſiderationem excludunt, & hac in parte ejus imbecillitatem lubenter agnoſcunt, admittentes interim indiſcriminatim omnia quæ circa finitas & ordinarias quantitates verſantur. Sed quid ſi oſten-

oſtendam, etiam hic multa deſiderari, quæ vulgarem Geometriam mirum quantum imperfectam relinquunt? Act.Erud. An. 1696. M. Junii.

Notum eſt, potiſſimam Carteſianæ partem conſcriptam eſſe pro inveniendis locis & natura curvarum, tanquam materia in Geometricis ſummi momenti. Notum vero etiam eſt, quod methodus Auctoris ſemper ſupponat, certam quandam dari relationem punctorum in curva ad puncta in recta poſitione data quam axem vocat, pro qua relatione invenit æquationem algebraicam, unde curvæ naturam & conſtructionem determinat. Verum ſi ex ſola mutua relatione ipſorummet curvæ punctorum (nullis aliis conſideratis vel datis) natura vel conſtructio curvæ eruenda ſit, non video qua ratione id obtinere liceat per regulas Carteſii. Nec etiam methodus infiniteſimalis ibi quicquam præſtare poterit. Non itaque ingratum Geometris fore puto, ſi novam pro his & ſimilibus mihi repertam eſſe, per ſolutionem unius vel alterius exempli oſtendero.

Primum quod huic meditationi anſam dedit, erat decantatiſſima illa proprietas circuli demonſtrata prop. 35. & 36. lib. 3. Euclid. *Quod omnis recta per punctum datum ducta & a circumferentia circuli terminata habeat rectangulum ſegmentorum dato conſtanti æquale*. Quis eſt qui non ſtatim pronuntiaret, hanc proprietatem eſſe circulo eſſentialem, & concluderet reciproce: *Ergo curva faciens rectangulum ſub ſegmentis cujusvis rectæ per punctum datum ductæ dato æquale, eſt peripheria circuli*. Ego vero contrarium ſtatuo, & dico ſic argumentantem enormiter hallucinari, utpote reperiens, quod infinita dentur genera curvarum, quæ non minus quam circumferentia circuli dicta proprietate gaudeant, cum hoc ſolo diſcrimine, quod in hac ob ſimilitudinem partium ſuarum punctum datum ubivis, in cæteris vero certo tantum loco poſſit ſumi. Quod ut clarius explicem, ſuppono, me hucuſque ignorare, quod ſit circulus, cui iſta proprietas conveniat, ſed mihi problematice proponi: *Invenire & conſtruere curvam ABC* (*vid. Fig.* 2.) *ita ut ex puncto dato D ducta quævis recta DEC, ſecante curvam in punctis E & C, rectangulum ſub ſegmentis DE & DC ſit ſemper æquale eidem conſtanti dato*. Cui problemati, ut jam dixi, infinitis modis ſatisfieri poteſt; ducta enim utcunque recta DAG pro diametro in qua abſciſſa DF & ad hanc ordinatim applicata in quocunque angulo BF; aſſumatur quædam recta pro unitate, junctaque DB; vocetur DB, x & BF, y; Dico ſi fiat $y = ax^{\alpha} + ax^{2-\alpha}$, vel $y = ax^{\alpha} + ax^{2-\alpha} + bx^{\beta} + bx^{2-\beta}$, vel $y = ax^{\alpha} + ax^{2-\alpha} + bx^{\beta} + bx^{2-\beta} + cx^{\gamma} + cx^{2-\gamma}$, vel $y =$ quantitati hoc modo quouſque libuerit

Pag. 265.

Tab. II. Fig. 2.

 continuatæ, fore ſemper punctum B in curva ABC quæ quæritur. Ubi notandum, quod coëfficientes a, b, c, &c. ut & poteſtates α, β, γ &c. ſint conſtantes & arbitrariæ, affirmativæ ſive negativæ; unde pateſcit, curvam ABC non ſolum quoad dimenſionem variare in infinitum, ſed etiam poſſe fieri tranſcendentem, ſi pro α, β, γ, &c. ſumantur numeri irrationales. Quod ſi eligamus æquationem ſimpliciſſimam faciendo nempe $y = ax^{\alpha} + ax^{2-\alpha}$ & ponendo $\alpha = 0$, habebimus $y = axx + a$ vel ſuppletis homogeneis per quadratum unitatis, quod ſit an; erit $ny =$ Pag. 266. $xx + an$, quæ æquatio, ſi examinetur, videbitur eſſe ad circulum; adeo ut nunc ſatis liqueat, quod aſſerui, præter circulum, qui generaliſſimæ noſtræ ſolutionis ſpecialiſſimus exiſtit caſus, innumeras alias altiorum graduum curvas conſtrui poſſe, quibus æqualitas rectangulorum ſub ſegmentis competit.

TAB. II. Fig. 3. Sed nunc ad aliud progredior non minus curioſum: *Quæritur curva FHG* (vid. Fig. 3.) *ita ut ducta quavis recta GFB ad poſitione datam DC in angulo dato, rectangulum ſub ſegmentis BG & BF ſit ſemper æquale conſtanti dato.* Ex conicis patet, hyperbolam reſpondere quæſito, ſed præter illam, ſequentes infinitas curvas habe: Sumta quadam recta pro unitate, ſit DC, y & CE, x; & facias $y = ax^{\alpha} + ax^{-\alpha}$, vel $y = ax^{\alpha} + ax^{-\alpha} + bx^{\beta} + bx^{-\beta}$ vel $y = ax^{\alpha} + ax^{-\alpha} + bx^{\beta} + bx^{-\beta} + cx^{\gamma} + cx^{-\gamma}$, vel $y =$ quantitati hoc modo ad lubitum continuatæ; atque ſic obtinebis ſolutiones infinitas. Hinc ſumta æquatione ſimpliciſſima $y, = ax^{\alpha} + ax^{-\alpha}$, & poſito $\alpha = 1$ prodibit æquatio $xy = axx + a$ pro hyperbola, quæ ut circulus in ſuperiori exemplo ſimpliciſſimi gradus eſt omnium reliquarum.

Sed ne nimis prolixus ſim in exemplis, quorum duo jam prolata probitatem methodi ſatis ſuperque manifeſtant, tranſeo tandem ad problema, quod olim mihi, ſi bene memini, aliquis non infimæ notæ Geometra propoſuerat; erat autem tale. *Quæritur*

Fig. 4. *qualis ſit curva ABCDE* (vid. Fig. 4.) *ita ut ducta per verticem A tangente AC, & alia utcunque ſecante curvam in punctis B & D, ſumma ſegmentorum DA & BA ſit ubique dupla ipſius tangentis AC.* *Sol.* Accepta quadam AE pro unitate, ex qua abſcindatur indeterminata AF, & ad AE, AF tertia proportionalis AG; Fiat ut AE ad AF ſic FG ad quartam HD, quæ erigatur perpendiculariter ſuper AE, ita ut ſit ſinus arcus FD centro A & radio AF deſcripti, erit punctum D in curva optata. Vel ſi mavis expreſſionem literalem, idem infinitis ſolutionibus præſtari poteſt,

ſi fiat

ſi fiat (poſitis AE = 1, AF vel AD = x, DH = y) $y = x.\overline{x - xx}^{\,n}$, Act.Erud. An. 1696. M. Junii.
ubi n numerum quemvis conſtantem denotat.

Si qui alii in hiſce ſuarum methodorum vires experiri velint, Pag. 267.
quærant (Fig. 2.) curvam ABC, ejus proprietatis, ut ducta a puncto dato D recta utcunque DEC, ſolidum ſub uno ſegmento DC & quadrato alterius DE, vel (Fig. 3.) ſolidum ſub uno ſegmento GB & quadrato alterius FB ſit conſtanti dato æquale.

Cum hæc meditarer, accepi cum aliis ultimum horum Actorum Novembrem, ubi non ſine magno delectamento legi, quæ Illuſtre virorum par Leibnitius & Tſchirnhauſius publico impertierunt. Et quidem utrique vidi novum meum theorema Menſi Aug. ſuperioris anni inſertum anſam ſuppeditaſſe, ut nova novis augerent: Celeb. Leibnitio perbene notante, differentiam vel ſummam rectangulorum curvilineorum & æquealtorum una evolutione condeſcriptorum æquari ſpatio circulari. Quæ inſuper habet de tectangulis curvilineis & de curvis parallelis, pro more ejus ingenioſe excogitata ſunt. Omnino mihi placet ejus conſtructio ducendarum parallelarum non adhibita evolutione, quam etiam, contra ac ipſe ſentit, præfero alteri illi per evolutionem factæ, tum quod facilius circulus conſtruatur quam evoluta, tum etiam quod per rotationem non minus quam per evolutionem parallela per punctum datum duci poſſit, ſi modo radius circuli fiat æqualis perpendiculari ex puncto dato ad curvam ductæ.

Quæ Nob. Tſchirnhauſius ex contemplatione focorum in curvis nobis dedit, ſatis oſtendunt, quantum hæc materia mereatur ut diligentius tractetur; fateor enim ſtupenda theoremata, & veritates alioquin indaginis abſtruſiſſimæ nullo interdum aut levi negotio inde erui. Interim non perſpicio, quomodo per aliam evolutionem quam Hugenianam theorema meum de condeſcriptarum dimenſione demonſtrari, nedum ejus doctrina amplificari poſſit, cum in demonſtratione neceſſario reſpiciendum ſit ad normalitatem radii evolventis ad curvam, quæ normalitas in ſola evolutione Hugeniana contingit. Adde quod Vir acutiſſimus nondum docuerit modum generalem deſcribendi curvam quamlibet per focos ſimplices non lineares, quem ſi premit, rogandus eſt, ut communi bono illum in lucem emittat, eumque ex. gr. parabolæ cubicali per focos deſcribendæ applicet. Ardenter quoque deſideramus publicationem methodi univerſalis, cujus ſe compotem dicit art. III. *In qualibet curva, data portione ejusdem, aliam ſemper aſſignandi, quæ datam rationem ad priorem obtinet*. Pag. 268. Quinimo totum Mathematicorum Orbem ſibi obſtringet & æternam laudem merebitur, ſi dabit demonſtrationem ſpeci-

 minis quod ibidem exhibuit pro aſſignandis in curva parabolica portionibus in data ratione. Miror Celeb. Auctorem pro perſpicacitate ſua non animadvertiſſe, quod hoc ſpecimen longe plus in receſſu habeat quam apparet. Det enim mihi demonſtrationem conſtructionis ſuæ, & ego ipſi dabo quadraturam hyperbolæ, & proinde rectificationem curvæ parabolicæ Geometricam, in qua indaganda omnes, quotquot extiterunt Mathematici, hactenus fruſtra deſudarunt.

Cætera, quæ Nob. Tſchirnhauſius in dicto ſchediaſmate profert, pereximia ſunt. Præprimis art. I. notatu digniſſima eſt reductio ſectorum ellipticorum ad ſectores circulares, ex qua commode deducit diviſionem ſpatii elliptici in partes æquales, quamvis alias ſector ellipticus & hyperbolicus commodiſſime bifariam dividatur, biſecando tantum ſubtenſam arcus ſectoris per rectam e centro eductam. Obſervo inſuper, conſtructionem Viri Nobiliſſimi etiam locum habere, ſi pro radio circumferentiæ BFD (vid. Fig. I. Auct.) ſumatur major ellipſeos diameter, id eſt, quando ellipſis AFE cadit intra circulum BFD: Dico enim etiam tunc rectangulum ex recta AE in arcum circularem HD eſſe ſemper quadruplum ſectoris elliptici CGE. Mirari hic ſubit, quod pro menſuranda hyperbolæ area velit adhibere arcum curvæ mechanicæ, cum tamen id fieri queat commodiſſime ex ductu rectæ conſtantis in arcum curvæ Geometricæ, nempe parabolæ, ceu notum eſt.

In fine articuli primi elegans habetur theorema, quod tamen meo judicio non fluit ex natura focorum, quoniam longe univerſalius eſt, quam Celeb. Auctor illud proponit, ſeſe extendens ad omnes curvas, ſive ſint per focos, ſive aliter, quomodocunque, & ſi vis, libera manu deſcriptæ. Sit enim Curva quæcunque FG (vid. Fig. II. Auct.) ſitque E centrum gravitatis quocunque punctorum A, B, C, D, ad arbitrium ſumtorum, ſi ex ſingulis hiſce punctis ducantur rectæ ad duo quælibet puncta curvæ F & G, erit ſumma ſectorum AFG, BFG, CFG, DFG ad ſectorem EFG ut numerus punctorum ad unitatem.

Quod ſupereſt, non poſſum, quin hic ex occaſione utiliſſimi condeſcriptarum theorematis inſinuem, me poſſidere modum generalem complanandi ſuperficies omnes conoideas & ſphæroideas habentes axem ad baſin rectum, & ex illis abſcindendi portionem dato ſpatio ſive rectilineo ſive curvilineo æqualem, utrumque ope ſolius quadratricis vulgaris. Ubi monendum tamen eſt, quod in aliquibus, ut in ſphærica, conica, conoidea parabolica aliisque abſolute & ſine quadratrice id præſtari poſſit. Hinc ænigma Florentinum non ſolum in ſuperficie ſphærica, ſed in quavis alia Pag. 269.

co-

conoidea vel ſphæroidea nullo labore & diverſimode ſolvere licet. Hinc etiam emergit inſignis coni recti proprietas, quam quia a nemine hactenus animadverſam ſcio, huc refero: *Si ſuper baſi coni recti elevetur priſma rectum, habens pro baſi figuram quamcunque ſive rectilineam ſive curvilineam, abſcindet hoc priſma ex ſuperficie conica portionem, quæ erit ad baſin priſmatis, ut latus coni ad radium baſis coni.* Ex quo ultro patet, cuilibet ſpatio plano ſive quadrabili ſive non quadrabili poſſe ſumi abſolute ſpatium æquale ex ſuperficie coni recti, & viciſſim. Item omnis portio ſuperficiei conicæ rectæ terminata a tribus pluribusve hyperbolis in cono factis, quorum axes ſunt paralleli axi coni, eſt quadrabilis, utpote æqualis figuræ rectilineæ. Act. Erud. An. 1696. M. Junii.

Problema novum ad cujus ſolutionem Mathematici invitantur.

Datis in plano verticali duobus punctis A & B (vid. fig. 5.) *aſſignare Mobili*, M, *viam* AMB, *per quam gravitate ſua deſcendens & moveri incipiens a puncto* A, *breviſſimo tempore perveniat ad alterum punctum B.* TAB. II. Fig. 5.

Ut harum rerum amatores inſtigentur & propenſiori animo ferantur ad tentamen hujus problematis, ſciant non conſiſtere in nuda ſpeculatione, ut quidem videtur, ac ſi nullum haberet uſum; habet enim maximum etiam in aliis ſcientiis quam in mechanicis, quod nemo facile crediderit. Interim (ut forte quorundam præcipiti judicio obviam eam) quanquam recta AB ſit breviſſima inter terminos A & B, non tamen illa breviſſimo tempore percurritur; ſed eſt curva AMB Geometris notiſſima, quam ego nominabo, ſi elapſo hoc anno nemo alius eam nominaverit.

JAC. B. PROBLEMA BEAUNIANUM UNIVERSALIUS CONCEPTUM,

M. Julii. Pag. 332.

Sive Solutio Æquationis nupero Decembri propoſitæ: $ady = ypdx + by^n qdx$, cum aliis quibusdam annotatis.

QUod olim Carteſio a Beaunio propoſitum, & aliquot abhinc annis reſuſcitatum fuit Problema (vid. Ephem. Gall. M. Sept. 1692. & Acta Lipſ. M. Maj. 1693.) univerſaliter ita proponi poteſt: *Data quavis Curva, ſeu Algebraica, ſeu Tranſcendente,*

Act.Erud. *te, ſeu libera tantum manu formata, invenire aliam ita comparatam,* An. 1696. *ut ejus applicata ad ſubtangentem eandem rationem habeat, quam* M. Julii. *habet conſtans quædam linea* a *ad ſummam differentiamve applicatarum curvæ datæ & quæſitæ, vel etiam reciproce, quam hæc ſumma differentiave habet ad conſtantem* a. In caſu enim Beauniano, ubi loco datæ Curvæ Recta aſſumitur angulum ſemi-rectum cum axe conſtituens, utrovis modo conceptum Problema in idem recidit, alias duplex eſt & maxime diverſum. Poſterioris ego ſolutionem hac vice cum publico communicabo, ſed omiſſa analyſi, & prioris quoque enodatione Lectori relicta, ut ſi majorem, quam initio fortaſſe exiſtimarat, in receſſu difficultatem repererit, eo Tab.III. Fig. 1. benignius operam hic præſtitam interpretetur. Eſto (Fig. 1.) Curva data AC, vel Ac, Axis AB, & ſit abſciſſa $AB = x$, BC vel $Bc = q$ data per x, & $BD = y$, erit ex præſcripto Problematis $dy.dx :: y$ ℞ $q.a$, hoc eſt, erit $ady = ydx$ ℞ qdx. Eſt autem hæc Æquatio non caſus tantum, ut apparet, ſpecialis Æquationis M. Dec. propoſitæ, $ady = ypdx + by^n qdx$, ſed ipſamet potius hæc æquatio ſimplicioribus duntaxat terminis expreſſa, cum una ad alteram perpetuo reduci poſſit, conſentiente illo quod Cel. Dn. Leibnitius nupero Martio obſervavit, ubi dictam æquationem in hanc transformat $\ldots du + \ldots udz + \ldots dz = 0$, hæc enim & ipſa ulterius ad allatam formulam $ady = ydx$ ℞ qdx reduci valet, ſi nempe, Pag. 333. quod intelligo, q concipiatur dari per x non modo in terminis algebraicis, ſed & in tranſcendentibus, veluti ſi q ponatur $= \int dx\sqrt{aa - xx}$, hoc eſt, ſi Curva data AC fingatur eſſe ex Mechanicarum numero. Quantæ igitur univerſalitatis hoc Problema ſit, quantumque conferat ad promotionem Methodi Tangentium inverſæ, nemo non videt, gaudeoque præfatum Virum Celeb. illud ſua quoque opera dignum cenſuiſſe; hoc enim præſtantiæ & utilitatis ejus argumentum eſſe poteſt.

Solutionem meam quod attinet, ad quam tres quatuorve ducentes vias habeo, illa præter Curvam AC, quæ ut jam delineata ſupponitur, ſolam requirit Logarithmicam, qua mediante inveniri debet alia, per cujus quadraturam quæſitæ ED puncta ob- Tab.III. Fig. 2. tineantur, id quod hoc modo fit: Eſto Logarithmica FG, (fig. 2.) cujus ſubtangens $= a =$ AF (quanquam omnis alia idem præſtet, ſed prolixitatem vito,) AC Curva data, AL utriusque axis, AB vel $\alpha B = x$, & $BC = q$, fiatque alia Curva AH, cujus applicata BH quarta ſit proportionalis ad BG, BC & AF; tum ſpatio curvilineo ABH ad AF applicetur æquale rectangulum FL, rurſumque ſtatuatur BD quarta proportionalis ad AF, BG & AL (vel ML, ſumto ubivis in axe AL puncto fixo M) erit D punctum in optata Curva ED, exiſtente BD y æquationis $ady =$

$+ ydx$

Digitized by Google

$+ydx$ ℞ qdx, vel $ady = -ydx$ ℞ qdx, quorum illud obtinet, ſi AB dicatur x, & M ad ſiniſtram dextramve puncti L conſtituatur; hoc vero, ſi ſit a B quæ vocetur x, atque M viciſſim ad dextram ſiniſtramve ipſius L collocatum fuerit. Act. Erud. An. 1696. M. Julii.

Notatu dignum hic eſt, quod ſi q ſimpliciter denotat poteſtatem aliquam integram & poſitivam ipſius x, hoc eſt, ſi Curva data AC eſt ex genere Paraboloidum, curvilineum ABH ſemper mediante Logarithmica quadrabile exiſtit, adeoque Curvæ quæſitæ puncta immediate per Logarithmicam abſque quadraturis inveniri poſſunt, quod ſequenti exemplo monſtrabo, e quo lex progreſſionis in cæteris ſatis perſpicietur; Eſto, ut antea Logarithmica FG (fig. 3.) ſubtangens ejus $=$ AF $= a$, Parabola quædam ſurſolida IC, vertice I ubivis in axe AB accepto, proinde IB $= x$, & BC $= x^5 : a^4$, productaque indefinite BC ſecet Logarithmicam in G, tum conſtruantur termini progreſſionis ſequentis, $1.2.3.4.5.a$, $2.3.4.5.x$, $3.4.5.xx : a$, $4.5.x^3 : aa$, $5.x^4 : a^3$, $x^5 : a^4$; (quod ipſum quoque Logarithmicæ beneficio expeditiſſime peragitur, applicando ipſi in diſtantiis æqualibus AH, HL, LM, MN, NO, rectas HP, LQ, MR, NS, & OT, quarum prima HP ſit $=$ IB $= x$; cæteræ enim ordine erunt $xx : a$, $x^3 : aa$, $x^4 : a^3$, & $x^5 : a^4$, quarum multiplices ſeriei noſtræ, ut apparet, terminos conſtituunt) quo facto in recta GB abſcindatur ex puncto G vel deorſum verſus axem vel ſurſum in partes oppoſitas pro ſigni ambigui varietate pars GD, quæ ſit æqualis vel aggregato terminorum hujus ſeriei, ſi habeatur $ady = +ydx$ ℞ qdx; vel differentiæ inter ſummas terminorum in locis paribus & eorum qui ſunt in imparibus, ſi fuerit $ady = -ydx$ ℞ qdx, eritque ſemper, quod hoc pacto obtinetur, punctum D in Curva deſiderata ED. Demonſtrationem non addo, quod unusquisque illam ex conſtructionibus iſtis haud difficulter eliciet. Forte autem recordari poterit Cel. D. Leibnitius, an & quousque ſua Problematis ſolutio cum iſta conſpiret.

Fig. 3. Pag. 334.

Priusquam hinc digrediar, Notatiunculæ, quam hic Vir Martio præterito ad Acta Decembris communicavit, in uberiorem veritatis explanationem pauca quædam hic ſubnectere liceat: Problematis Elaſtici ſolutionem, cujus ipſe primo loco meminit, tam generalem puto me dediſſe, ut ad omnem indefinite hypotheſin veram non minus ac veriſimilem æque ſe extendat, inſuperque fulcra vectium non ſupponat, ſed inveniat; quod totum illud eſt, quod in hac materia jure requiri poteſt, quamdiu ſpeciales tenſionum leges nobis ignotæ ſunt. Conſtructionem Tranſcendentium per puncta algebraice inventa fateor rem

egre-

egregiæ ſpeculationis fore; dubito tamen hic ut in aliis generale quippiam inveniri poſſe, etiamſi fortaſſe in paucis quibusdam res ſuccedere deprehenderetur: itaque negotium tanti non videtur eſſe, ut ei implicari ſit neceſſe, præſertim cum alia præſto ſint, quæ defectum hic ſupplere poſſint; & conſiderandum Lectoribus relinquo, an alius generalior ſimul, ſimplicior & ad praxin accommodatior conſtruendi modus reperiri poſſit illo, qui fit per Tractiones, atque nuperrime a me ad Acta communicatus, neſcio an etiam publicatus fuit. Quæſtionem de numero radicum oſculi conſenſus Viri celeberrimi jam extra controverſiam ponit. Mutuo cum ipſo candore acturus, quæ de Curvis in ſe redeuntibus putabam olim me demonſtrare potuiſſe, corrigo, gratiasque habeo, quod exemplo me edocuerit, tales quandoque rectificationem admittere poſſe, ſine quo fortaſſe nunquam huc animum advertiſſem. Fecit autem Viri nobiliſſimi monitum, ut diſcurſum M. Jan. 1691. pag. 259. hanc in rem allatum denuo examinarem, deprehenderemque, eum in hoc laborare, quod ſupponit, unam dumtaxat debere dari æquationem, quæ relationem ipſius *x* ad *t*, arcus ad tangentem exprimat. In curvis enim in orbem redeuntibus, quæ rectificationem admittunt, & in quibus *x* portionem curvæ una cum integra perimetro ſemel aliquotiesve accepta ſignificare poteſt, relatio ipſius *x* ad tangentem aliamve functionem pro numero vicium, quibus perimeter accipitur, ſubinde variat, peculiaremque æquationem depoſcit.

Pag. 335.

Quæ vero porro ſubjicit Vir acutiſſimus de Mediis Directionibus, haud ita facile a me aſſenſum impetrant; nec enim ſatis capio, quo ſenſu puncta tendentiarum æqualibus intervallis aſſumi arbitrarium exiſtimet. Mentem meam exemplo declaro: (fig. 4.) Sit ventus aliquis circumfuſus æqualiter arcui circulari B*bb*, vel etiam potentia quæpiam trahens circumpoſita oppoſito arcui C*cc*, agatque in ſingulis arcus punctis in centrum A viribus, quæ proportionentur rectis AD ſecantibus arcuum B*b* vel C*c*, quo pacto puncta omnium tendentiarum particularium *d*, *d*, reperientur in recta tangente D*dd*; adeoque diſterminabuntur intervallulis inæqualibus *dd*, *dd*, ob æqualia arcuum elementa *bb*, *bb*, vel *cc*, *cc*. Nam ſi quis exiſtimet, intervalla *dd* æqualia aſſumi poſſe, is viciſſim ſtatuere debet inæqualia arcuum elementa *bb* vel *cc*, ac proinde ob æqualiter circumfuſam potentiam ejus vires cenſebit eſſe in ratione compoſita elementorum *bb* vel *cc*, & ſecantium A*d*; non ergo ſunt in ſimplici ratione ſecantium A*d*, igitur nec puncta tendentiarum in tangente D*d*; utrumque contra hypotheſin. Addo, quod inventio centri gravitatis punctorum *dd* inæqualiter diſtan-

Tab. III. Fig. 4.

ſtantium pendet a circuli & hyperbolæ relatione nondum cognita, æqualiter diſtantium a ſimplici biſectione rectæ Dd; unde ſi ſit arbitrarium illa fingere, ut lubet, problema directionis mediæ ſimul & ſimplex erit & tranſcendens, quæ denuo repugnant. Navem quieſcentem ab eodem vento fortius impelli, quam procedentem, mecum agnoſcit Vir eximius, idemque videt unusquisque, ſi conſiderat, tantam ſemper velocitatis venti partem motu navis reddi irritam, quanta velocitate ipſa navis progreditur; unde cum hæc, ut dictum alibi, partem velocitatis venti ſatis notabilem, eoque majorem, quo velum ſpatioſius fuerit, adæquet, conſtat etiam diſcrimen hinc oriri, quod in uſu navigationis minime contemni poſſit. At, quod deviationem ſeu declinationem navis attinet, hic rurſus diverſum ſentire cogor; hanc enim ab intenſiore vel remiſſiore venti vi non alterari, mihi extra dubium eſt; prout hoc etiam aſſumit Ingeniarius Gallicus (ſive Renavium appelles *Renau* cum Authore Gallico Hiſt. Oper. Erudit. ſive malis Renaudum *Renaud* cum D. Leibnitio) nec diffitetur Hugenius, etſi prior in ejus quantitate definienda aberret, poſterior definire plane abſtineat. Ex ſyſtemate meo motus fluidorum illam ſic determino fig. 5.): Ponatur navis AB figuram habens rectangulam oblongam (hæc enim pro diverſitate figuræ variant) proram converſam in E, velumque ad rectos angulos ventum excipiens, cujus ſit directio AD, verus navis curſus fiat per lineam ſtriatam AF, ſic ut ejus declinatio cenſeatur EF; reperio, qualiſcunque venti ſit velocitas, ſemper fore DE ad EF in ratione dimidiata ejus, quæ componitur ex ratione DE ad AE, & ex ratione longitudinis parallelogrammi AB ad ejus latitudinem. E quo illud conſectarium fluit, quod quandoque EF æquare, vel etiam ſuperare poſſit ipſam ED, contra Ingeniarii Gallici hypotheſin, nempe tum, cum ſinus ang. DAE ad ſinum compl. ejus æqualem vel minorem rationem habuerit, quam latitudo navis ad longitudinem. Sed & aliud hic ſingulare occurrit, velocitates navium concernens, & quod multis paradoxum videbitur, ſed tamen veriſſimum; nimirum, quod tum navis AB cæteris paribus velocius movebitur in via ſua AF, quam eadem poſita in AC, proramque juxta ipſam directionem venti AD converſam habens, per AD progrederetur; ac proinde, ſi ex. gr. nauta nave vectus, cujus longitudo latitudinis ſit decupla, ſtante Borea iter in Auſtrum meditetur, veloque ad ventum recto proram a Meridie parumper deflectat angulo 5. gr. 43. min. illam dirigendo in plagam fere mediam inter Auſtrum & Rumbum huic proximum, nautis Zuyd-ten-Ooſten vel Zuyd-ten Weſten dictum (quo pacto ob accedentem declinationem illum præciſe in Auſtrum ferri ex antedictis conſtat)

Act. Erud. An. 1696. M. Julii.

Pag. 336.

TAB. III Fig. 5.

Act. Erud. An. 1696. M. Julii. Pag. 337.

iter hoc ſuum celeritate revera majore proſequetur, quam ſi manente velo ad ventum recto navigii curſum recta in Auſtrum inſtituiſſet; quanquam hæc velocitatum differentia in praxi tam ſit exilis, ut unicam tantum leucam in quadringentis lucrefieri hac ratione poſſe deprehendam. Horum vero omnium demonſtrationes, quæ fluidorum corporumque motorum in fluidis affectiones concernunt, cum juſti fere voluminis materiam præbere poſſinr, malo aliquando junctim exhibere, ubi Deus vitam tranquilliorem, firmioremque valetudinem indulſerit, quam hinc inde quædam ſparſim atque imperfecte indicando, pretium illorum imminuere.

Dum hæc meditabar, accipio Cl. Nieuwentiit ambos Tractatus de Analyſi Infinitorum, ubi præter quædam bonæ notæ, quæ habet, non contemnenda, id quoque agit, ut difficultates quaſdam nobis proponat contra principia Geometrarum hucusque recepta, præſertim calculum nobis uſitatum, eo potiſſimum tendentes, ut differentiationum ſucceſſionem ſeu differentio-differentialia ceu purum *non-ens* vel *nihil*, ut vocat, eliminet, quod nonnullis concluſionibus abſurdis & manifeſto falſis, quas ex iis admiſſis ſequi exiſtimat, evincere conatur, Meum itaque eſſet, ut calculi noſtri probitatem hic loci adverſus objectiones ejus vindicarem, maxime quia mea ſuo tractatui occaſionem dediſſe ſcribit: ſed quia cauſa communis ipſum jam calculi Auctorem Cel. D. Leibnitium defenſorem nacta eſt, qui Menſe Julio ſup. anni ſcrupulis omnibus tum ſibi tum mihi objectis ſufficientiſſime & plane ad mentem meam reſpondit, ſuperfluum eſſet, veritatem pluribus contra D. Nieuwentiit aſſerere, vel oſtendere, quam multis ipſe contradictionibus per ſua principia ſeſe implicet.

CATOPTRICÆ ET DIOPTRICÆ SPHÆRICÆ ELEMENTA

AUCTORE DAVIDE GREGORIO,

M. D. Aſtronomiæ Profeſſore, Saviliano Oxoniæ, & Societatis Regiæ Socio.

Oxoniæ e Theatro Sheldoniano, An. 1695. 8. *pl. g.* $6\frac{1}{2}$.

QUæ non ita pridem in lucem prodierunt Catoptrica & Dioptrica Elementa, jam ante undecim annos a Cl. ſuo Auctore

te publice prælecta fuerunt in Academia Edenburgenſi, atque ita adornata, ut ad ipſa intelligenda Geometria Euclidea tantum opus eſſet, iis exceptis, quæ ad lucis motum a dato puncto ad alterum breviſſimo tempore factum calculoque differentiali demonſtratum, & proprietates pertinent, quas ſectiones Conicæ habent in reflectendo lumine aut refringendo. Ex his enim oſtendit, circulos, qui iſtas ſectiones oſculantur, quam proxime eadem efficere, quæ ab illis perfectiſſime præſtantur. Complexus vero eſt, quæ tradenda ſuſceperat, 24. propoſitionibus, quarum priores decem ad Catoptricam, reliquæ ad Dioptricam ſpectant, & poſt expoſitam reflexionis & refractionis naturam, illa explicant præcipue, quæ ad focos reflexorum aut refractorum radiorum determinandos, & hinc definiendam imaginem requiruntur, reſpectu oculi in axe radiationis conſtituti, quoniam imago ab oculo ſic poſito viſa alia quavis diſtinctior eſt & magis vivida, atque hinc pleræque Machinæ opticæ ad hunc oculi ſitum jam ſunt comparatæ. Ex his tandem derivantur, quæ ad Microſcopiorum & Teleſcopiorum conſtructionem ſcitu ſunt neceſſaria. Speciminis loco ultimum dabimus Problema, quo doctiſſimus Auctor tale docet conſtruere ſpeculum ex vitro, quod efficiat, ut radiantis longinqui imagines binæ a binis ſuperficiebus ſpeculi effictæ coincidant, quodque adeo optimum ſit vel ad comburendum, vel ad longinquorum imagines efformandas; hoc eſt data concavitatis EBF ſemidiametro $AB = a$ & craſſitie ſpeculi $BD = b$, invenire ſemidiametrum DC convexitatis GDH. Conſtructio derivata ex calculo analytico, quæ reperitur $DC = \frac{9a^2 + 18ab + 5b^2}{9a + 5b}$

Act. Erud. An. 1696. M. Julii. Pag. 338.

Tab. III. Fig. 6. 7.

ita ſe habet: Ab infinitæ rectæ SM puncto quovis L, ab una parte capiatur LN æqualis BD, ab altera vero LR ejus dupla. Capiatur item ab N prorſum recta NT rectæ AB tripla; & TV rectæ NT dupla, item VM rectæ RL etiam dupla. Centro R diſtantia RT deſcribatur circulus, perpendiculari ad L erectæ occurrens in R: junctæque MK ſit KS normalis, infinitæ primo ductæ occurrens in S. In recta DA a D verſus A capiatur DC rectæ LS æqualis, centroque C diſtantia DC deſcribatur circuli arcus DG, arcui BE centro A deſcripto ſimilis, & jungatur EG. Figura ſolida ex rotatione planæ figuræ BDGE circa rectam BD genita & ex vitro conſtans, eſt ſpeculum quæſitum. Verum ſi AB ſit ſatis magna reſpectu craſſitiei BD, Problema expeditiſſime ſic conſtruitur: Dividatur BD in O ita ut majus ſegmentum BO ſit minoris OD ſeſquiquartum.

Pag. 339

Act. Erud. An. 1696. M. Aug. Producatur BA ad C, ut CA ſit æqualis OD, eritque C quam proxime centrum ſuperficiei exterioris GDH.

INTIMATIO
Singularis novæque emendationis Artis Vitriariæ, per D. T.

Pag. 343. QUam incredibile attulerit hucusque damnum generi humano vulgare illud præjudicium, non poſſe quid excogitari melius illo, quod a majoribus noſtris hæreditario jure accepimus, hoc demum ſeculo clariſſime animadverſum fuit, quo multi præclaram navarunt operam in tam firmis nixa radicibus & ab eruditis ipſis propagata opinione ex animis hominum evellenda. Utinam vero illa non tantum exſtirparetur magis magisque, abjiceretur que penitus, ſed contraria quoque invaleſceret ſententia, nihil nempe eſſe certius, quam in ſcientiis artibusque nullum fixum eſſe terminum, ſed quantumcunque etiam procedatur, licere tamen ſemper ultra progredi, pluraque excogitare, quam quæ ſunt reperta. Non patitur temporis ratio ſpecialius hæc confirmare; e re tamen fore putavi, ſi cum publico communicarem aliquid non levis momenti, quod jam dicta multis modis comprobare poſſit.

Etſi compertum mihi dudum fuit, quam præclara ſit Optice clavis ad reſeranda Phyſices penetralia, quamque ſingulares, paucisque forſan rite cogitati progreſſus ejus ope fieri adhuc poſſint; non parum tamen, quo minus deſtinata perficerem, obſtitit, quod non omnia, quæ ab artificibus vitriariis deſiderabam, præſtare ipſi poterant. Id ergo huic arti operam ipſe aliquam ut darem, me coegit; ſed cum conflictandum mihi fuerit cum ejusmodi hominibus, qui ægre tentant quod novum ipſis & a methodo, quam ſequi ſolent, alienum videtur, vix credibile eſt, quanti ſumtus profundendi, quantumque temporis impendendum fuerit, ut adducerentur ad id, quod ipſis propoſueram. Quamvis enim nonnulla præſtitiſſem, quæ impoſſibilia illi judicaverant, & e. g. rotundas tabulas vitreas, quarum diameter ulnam fere ſeu duos pedes, craſſities pollices duos æquabat, easque puras & diaphanas, methodo ipſis ſolemni conflari curaſſem; deinde quoque vitra utrinque convexa, quorum chorda ulnam Lipſienſem ſuperabat, craſſities vero media trium & exterior in margine unius erat pollicis, absque uſitato illo, qui flando abſolvitur, modo perfeciſſem, inque eam deveniſſem ſpem, non procul me abeſſe a ſcopo,

Pag. 344.

futu-

futurumque ut admoverent manus operæ ad tabulas vitreas craſſitiei magnitudinisque a me propoſitæ elaborandas: fruſtra tamen fuerunt omnia, quæ ad demonſtrandam rei poſſibilitatem ſurdis auribus narrabantur. Quo factum, ut rem ipſe aggrederer, methodique a vulgari alienæ veritate, in efformandis ſine perflatu ferrei tubi tabulis minoribus, quarum diameter dimidii pedis, craſſitudo duorum eſt pollicum, explorata, majus opus molirer. Ad quod dum accingor, incidi in virum artis vitriariæ apprime callentem, Conſtantinum Fremel, Colonienſem, qui, cum quæ jam a me effecta & retuliſſem & objeciſſem oculis, in hanc quoque deſcendit ſententiam, rem non adeo eſſe impoſſibilem, uti a pleriſque omnibus vitriariis cenſetur. Non deſii ergo illi addere animum, hortarique, ut aggrederetur opus; ſumtus quoque & apta materia ut ipſi ſuppeterent, curavi. Cum vero in irritum cecidiſſent nonnulla tentamina, parum abſuit, ut ille quoque deſpondiſſet animum a tot contradicentibus fractum, niſi opem eidem ferens confirmaſſem illum in ſententia, rem non eſſe impoſſibilem. Hac ergo ſpe fretus feliciter, Deo propitio, eam ad finem perduxit, tabulamque mihi attulit tam pulchram nitidamque, ut cum quovis vitro cryſtallino certare poſſit. Forma ei circularis eſt, magnitudo trium pedum, craſſities quatuor pollicum, gravitate vero centenarium cum ſemiſſe ſuperat. Act.Erud. An. 1696. M. Aug.

Quandoquidem igitur parari jam poſſunt vitra datæ magnitudinis & craſſitiei, datæque figuræ, v. g. cylindricæ &c. ille facile hujus rei momentum ponderabit, qui novit, quam incredibilis ſint firmitatis talia vitra, modo craſſities eorum duorum ſit digitorum. Ut propterea optandum foret, poſtquam hæc res in Germaniæ officina vitriaria, non procul a celeberrima Saxonum Univerſitate Wittebergenſi, feliciter inventa fuit, Principum magnorum Miniſtros operam conferre ſuam, ut opus, quod plurimum momenti habet ad commercia promovenda, ulterius provehatur. Pag. 347.

Quæ autem hinc ad Opticen commoda ſint redundatura, perſpicaciores facile intelligent, ſiquidem jam ipſe alias ſingularia vitri cauſtici bipedalis effecta recenſui, deinceps autem elaboravi vitra bipedalia in diſtantia duodecim pedum flammam in ligno momento excitantia, certuſque jam ſum, talia in incredibili diſtantia poſſe effici. Vitrum quoque formavi ſeſquipedale, viginti pedum in diſtantia durum lignum perurens, ſine flamma equidem, ritu vitrorum cauſticorum vulgarium. Poſtquam vero modo alias a me indicato focum, vel imaginem potius Solis, alio vitro contraxi, exſuperavit hoc effectus vitri bipedalis, ita ut fer-

Act.Erud. An. 1696. M. Aug. ferrum in momento funderetur, & asbeſtus in vitrum mutaretur pellucidum; quod experimentum plus, quam multis videbitur, habet in receſſu. Illi autem quibus perſuaſum eſt, machinis parum boni in Opticis præſtari poſſe, contrarium ſuo tempore experientur; interim dubitare ſaltem fas erit, quenquam ſine machina ad hunc uſum parata vitro, cujus gravitas ſesquicentenarium æquat, ſegmenti ſphærici perfectam formam poſſe inducere.

Pag. 479. M.Octob.

J. B. COMPLANATIO

Superficierum Conoidicarum & Sphæroidicarum.

Conferantur Acta M.Junii hujus Anni p. 208.

Occaſione Problematis Florentini, inter alias ejus ſolutiones ante hoc quadriennium M. Aug. 1692. exhibitas, primus aperui artificium, ex ſuperficie ſphærica portionem abſcindendi dato cuivis plano æqualem. Habui quidem jam tum modum iſtud efficiendi mechanice in quavis alia ſuperficie conoidica vel ſphæroidica, cum & ſimplicioris quodammodo ſit inventionis, & meditanti mihi primo ſeſe obtulerit; ſed quoniam rectificationem lineæ circularis ſupponebat, contempſi. Nunc quia video, Fratrem hæc dignari, quorum mentionem faceret publice, placet etiam Lectori breviter exponere, quid ego hic tum præſtiterim. Sint duæ Curvæ (Fig. 1.) quæcunque AHC & PEF in eodem plano exiſtentes, & ſumtum in priore indefinite punctum H, e quo demiſſa intelligatur in axem normalis HI ſecans curvam PEF in E, nec non ducta tangens HM, eique perpendicularis radius oſculi HN ſecans axem in G, & curvam PEF in F. Eſto etiam punctum aliquod in axe fixum O, & ſit ducta OH ſecans curvam PEF in P, eique normalis OR tangenti HM occurrens in R. Quibus poſitis inveni, quod ſi ſumatur quarta proportionalis ad tangentem HM, ſubtangentem MI & applicatam IE, eique ex peripheria circuli HKL rotatione puncti H circa axem AD deſcripti æqualis abſcindatur arcus HK (quod fieri poteſt mediante Quadratrice, Trochoide, Linea ſinuum, aut aliter) atque hoc ubique fiat, junganturque in ſuperficie conoidis omnia puncta K curva AK, æquabitur trilineum gibbum AHKA ſpatio curvilineo plano AIEPA. Quod ſi fiat arcus HK æqualis quartæ proportionali ad duplam NH,

TAB. IV. Fig. 1.

Pag. 480.

NF

NF + NG & NF — NG ſeu GF, reſultabit trilineum AHK = portioni dati plani AGFPA. Sin vero ſtatuatur HK talis, ut habeat ad ſemiſſem rectæ OP rationem compoſitam ex ratione totius OP ad OH, & ipſius OR ad RH, fiet AHK = portioni AOPA: multifariam enim Problema confici poſſe animadvertebam, prout datum planum hoc vel illo modo in elementa diviſum conciperetur. At quoniam omnes iſtæ conſtructiones circuli tetragoniſmum ſupponebant, cœpi cogitare, annon etiam abſque hoc liceret intentum aſſequi, ſi curva data PEF, quæ modo in plano per axem conoidis intelligebatur, transferretur in planum baſis conoidis; nec mea me fefellit opinio, mox enim deprehendi, quod in ſuperficie quorundam conoidum etiam geometrice conſtitui poſſit portio, quæ dato plano ſit æqualis: quanquam vero id de ſola ſpherica oſtendiſſe tum contentus fui, cum de alia non ageretur, puto tamen, neminem perſpecta conſtructionis meæ analyſi latere poſſe methodum hoc univerſaliter præſtandi, indeque omnia determinandi conoidea, in quibus negotium abſolute ſuccedat. Eſto (fig. 2.) AC curva, ut antea revolutione ſua circa axem AD generans conoides, cujus baſis circulus BHC, in cujus plano ſit projecta data curva PEF, tum vero in plano per axem conoidis ADC concipiatur alia curva LMN ita comparata, ut applicata GM ubique ſit æqualis rectæ IK ductæ ab interſectione I ad axem AD normaliter curvæ AIC. Quo poſito ſumatur indefinite aliud quodvis planum per axem ADH, formans in ſuperficie conoidis curvam ARH eandem cum AB vel AC, & ex puncto H agatur radius HD, & recta HQ perpendicularis ipſi BD, quarum illa ſecet curvam datam PEF in E, hæc in P. Dico, ſi ex curvilineo ADNL reſecetur portio AGML, quæ ſit æqualis vel ſemiſſi quadrati rectæ DE, vel toti rectangulo HQP, atque reſectæ portioni curvæ AI ex ARH æqualis abſcindatur AR, idque ſemper fiat, fore trilineum gibbum ARSA in priori caſu = portioni dati plani BDEPB, in poſteriori = portioni BQPB; hic enim iterum res varie conficitur, & obſervari poteſt, quod ſi loco portionis AGML altera DGMN æqualis ponatur ſemiſſi dicti quadrati DE vel dicto rectangulo HQP, atque abſciſſæ curvæ CI æqualis ubique ſtatuatur HR, tum quadrilineum gibbum BHRS dato plano BDEPB vel BQPB futurum eſt æquale. E quibus patet, quoties curvilineum ADNL quadrabile eſt, hoc eſt, curva AIC talis exiſtit, ut ſumma omnium perpendicularium IK ductarum in elementa abſciſſarum AG geometrice haberi poſſit (quod non tantum in circuli peripheria, ſed etiam in linea recta, curva parabolica & infinitis aliis in caſibus contingit) ſemper dato plano æquale ſpatium

Act. Erud. An. 1696. M. Octob.

TAB. IV. Fig. 2.

Pag. 481.

tium

Act.Erud. An. 1696. M.Octob. tium ex ſuperficie conoidis abſcindi poſſe; & utile eſt, ſimpliciores caſus, qui præ cæteris elegantiora Theoremata ſuppeditant, ſpeciatim annotaſſe. Sed & hoc tenendum eſt, quod in ejusmodi Conoidibus omnibus eadem quoque facilitate abſolvatur converſum Problematis, nempe: *Datam portionem ſuperficiei conoidicæ vel ſphæroidicæ in planum projicere, ſeu planum conſtruere illi æquale;* quod pluribus explicare opus non videtur.

Quoniam hæc omnia occaſione Problematis, quod celeberrimus Vivianus Magni Ducis Hetruriæ Mathematicus, edito A. 1692. ſcripto publice propoſuit, in medium allata ſunt, non alienum erit hoc loco memorare, quod paucis Lectorum noſtrorum animadverſum puto; nempe conſtructionem Problematis, quam clariſſimus ejus Auctor (vid. M. Majum 1694.) ope torni inſtituendam exhibuit, reipſa plane convenire cum ea, quam dederam M. Aug. 1692. p. 422. artic. 1. quod ita demonſtro: In baſe hemisphærii (Fig. 3.) ABCDE, cujus centrum F, diameter BD, radiis BF, FD tanquam diametris alii duo circelli BHF, FLD deſcribantur, quorum uterque ſit baſis alicujus cylindri recti, quo velut trepano perforari intelligatur globus. Sumatur in circumferentia alterutrius circelli BHF quodvis punctum H, e quo excitetur HI recta ad planum baſis BHF, occurrens ſphæricæ ſuperficiei in I, quod ſic unum erit eorum, in quibus ſuperficies ſphærica & cylindracea ſe mutuo interſecant. Dico, hoc idem quoque reperiri per meam conſtructionem: Ductis enim BH, HF, FI, ac demiſſo per I quadrante verticali AIG, liquet, quod in Triangulis BHF & FHI, propter BF = FI, latus commune HF & angulos BHF & FHI rectos, latera BH & HI quoque æquentur; unde & arcus BG & GI, quorum ſinus iſta latera ſunt, æquabuntur, id eſt, ſi circulus BCDE fingatur eſſe æquator, A polus, BAD primus meridianus, AIG meridianus loci I, longitudo puncti I ipſius latitudini æquabitur. Quod ipſum eſt, quod noſtra conſtructio articuli primi præſcribit.

(Tab. IV. Fig. 3.)

Pag. 482.

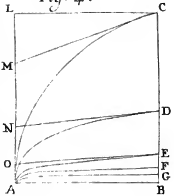
Explicatio Marmoris cujusdam Antiqui.

(Tab. IV. Fig. 4.)

MArmor ipſum, cujus figuram æri inciſam hic exhibemus, Romæ in ædibus illuſtriſſimi Marchionis *Camilli Maximi*, Equitis Romani non generis minus nobilitate quam rei antiquariæ cultu florentiſſimi, viſitur. Hujus inſcriptio cum ſubobſcura eſſet, nec idem de ejus ſenſu Romæ Viri eruditi ſentirent, noſtram

1.5.110 224 +

Fig. 4.



Digitized by Google

Digitized by Google

ſtram quoque de ea mentem Vir clariſſimus *Jo. Baptiſta Marinella* explorandam cenſuit, figura marmoris, prout ea ab eruditiſſimo Abbate *Paſtritio* Græcarum literarum in Collegio de Propaganda Fide Profeſſore delineata fuit, per illuſtriſſimum S. R. I. Comitem *Mediobarbum Biragum* eo fine transmiſſa. Et deprehendimus utique ſculptoris ruditatem ac oſcitantiam, per quam non potuerunt non nebulæ hic illic Lectorum oculis offundi. Nec difficili tamen negotio *Joh. Godofredus Herrichius* noſter, Vir clariſſimus & Græce ac Latine doctiſſimus, vocibus probe ſeparatis, paucisque literis, quæ perperam inciſæ aut mutilatæ erant, emendatis, inprimis vero τῳ CAC, quod in ſuperiore area conſpicitur, & vel maxime crucem figere Lectori poteſt, ſuum in locum repoſito, & lectionem inſcriptionis genuinam reſtituit, & ſenſum ejus ſatis ita nunc, ut arbitramur, planum ac perſpicuum eruit. Epitaphium nempe eſt Hexaſticha exhibens, in infantem puerulum decem duntaxat menſium, eumque formoſiſſimum, fortaſſe etiam nobili & Patricia ſtirpe oriundum, a liberto, ut apparet, ſeu cliente quodam, gratiæ a Patrono ineundæ ergo concinnatum: quod ut cum omnibus harum rerum cupidis communicaretur, operæ pretium duximus. Ita ergo legendum: Ed. Erud. An. 1696. M. Octob.

Βαιὸν ἐπιϛήσας ἴχνος ἐνθάδε τύμβον ἄθρησον
 Παιδὸς ἄφνω μαζῶν μητρὸς ἀποπταμένυ.
Ωχετο δ' ἐν νεκύεσσι λιπὼν πατρὶ πένθος ἄληκτον
 Διαστιὸ πληρώσας πεντάδα τῶν σεινόδων.
Τοῖος δ' ἦν γεγαὼς, οἷος ποτε φῦσεν Ιακχος,
 Η θρασὺς Αλκίδης, ἢ καλὸς Ενδυμίων.

Latine ita reddit laudatus Herrichius:

Paulum ſiſte gradum, puerique hic aſpice tumbam,
 Matris ab uberibus qui velut umbra volat.
Is deſiderium patri luctumque reliquit,
 Impleſſet menſes cum vaga Luna decem. Pag. 483.
Attamen hic moriens, oriens velut alter Jacchus,
 Pulcher & Alcides Endymionque fuit.

Act.Erud.
An. 1696.
M. Nov.
Pag. 519.

RESPONSIO ad Obſervationes Dominorum Bernoulliorum,

Quæ in Actis Eruditorum menſe Junio hujus anni continentur, *per D. T.*

PErſpexi paucas ante hebdomadas in Actis Eruditorum menſe Junii, quæ celeberrimi Bernoullii circa meditata mea Geometrica, quæ menſe Novembris 1695. publicata ſunt, annotarunt; in quæ utinam incidiſſem tali tempore, quo Viris tam ſingulari præditis eruditione eo potuiſſem, quo ipſi deſiderant, modo ſatisfacere. Verum enim vero continuis itineribus, & ejus generis occupationibus, quæ ab hoc argumento diverſiſſimæ ſunt, diſtractus fui, facileque prævidi, vix mihi conceſſum iri ante hyemem inſtantem his ſtudiis dare operam. Quo factum eſt, ut ſatius duxerim pauca interim quam nihil reſpondere.

Primum ergo ea in ſententia me fuiſſe profiteor, recte & ex ordine me facturum, ſi facilia & nova exempla mearum methodorum generalium exhiberem, ut alii ex his intelligerent,
Pag. 520. quo modo illas ad omnes alias curvas applicare, &, ſi ipſis ita viſum foret, mecum augmentum veritatis promovere poſſent. Quapropter etſi theorema circa *fig.* 1. de ellipſi aliis, imo infinitis modis demonſtrari poteſt, nihil tamen hoc theſi meæ officit, quæ novum hoc eſſe theorema, quod ad omnes pertinet ſectiones conicas, & (quod præcipuum eſt) ejusmodi via omnes curvas menſurari aſſero. Quam quidem methodum ſingularem plane eſſe puto, neque miror Cl. Joh. Bernoullium hujus theorematis momentum, pro ea, qua pollet, ingenii acie, bene perſpexiſſe.

Quod attinet ad theorema *fig.* 2. perplacuit mihi ejus augmentum, quodque univerſalius fuit traditum: ego vero in tantum illo ſolum uſus fui, quantum ad focorum naturam indagandam fuit neceſſarium. Quamvis enim Cl. Jacobus Bernoulli aſſerat, conſiderationem focorum nihil hic ad rem facere, neque negari poſſit, primo intuitu non ſtatim adparere conſiderationem centri gravitatis in Geometria alicujus eſſe uſus, ſatis tamen notum eſt, quantum quamque egregium uſum habeat in curvarum dimenſione invenienda, facileque adparebit perſcrutanti curvarum deſcriptionem per focos, quantum quam-

que

que ſingulare conſideratio centri gravitatis hic præſtet commodum; neque proinde ſine prægnantibus rationibus ad alios eo deducendos, & ad inquiſitionem ulteriorem excitandos, tale theorema cum publico communicavi. Quod vero Dn. Joh. Bernoulli ſequentia verba: *ſeſe extendens ad omnes curvas, ſive ſint per focos ſive aliter quomodocunque, & ſi vis, libera manu deſcriptæ*, innuere videntur in ea ipſum eſſe ſententia, non omnes curvas per focos deſcribi poſſe, ejus contrarium facile demonſtrari poteſt. Act.Erud. An. 1696. M. Nov.

Circa *fig.* 3. dicitur: *etiam procedit cum diverſos focos habent, item, nihil hic peculiare tribui video parabolis, quod non idem quoque valeat de omnibus ejusdem ſpeciei curvis &c.* ut facile poſſit in eam deduci Lector opinionem, me tale quid non animadvertiſſe. Velim ergo, ut hæc cum verbis meis conferantur: *neque abſolute neceſſe eſt, ut eundem focum habeant &c. item, datur unicum tale theorema pro omnibus curvis ejusdem ſpeciei*. Quapropter cum non conſtet mihi, ejus generis quiddam ab alio publici juris factum, dignum illud judicavi, ut ejusdem aliquod exhiberetur ſpecimen, ſed ita comparatum, ut facile hinc ad cognitionem theorematis univerſalis perveniri poſſit. Quod num Dn. Jacobo Bernoullio cognitum ſit, ex illis, Pag. 521. quæ addidit, non ſatis colligere licuit, cum longe ſit univerſalius. Quamvis autem facile largiar, ejus demonſtrationem, non ſecus ac omnium maxime univerſalium, haud difficulter inveniri poſſe; nihilo tamen ſecius facilitatem non imminuere puto ejus pretium, præſertim cum facillima viris ingenioſis quandoque ſint ignota.

Methodum tangentium inverſam ante aliquot annos magno in pretio me habuiſſe, jam vero eandem non leves ob cauſas eo loco non amplius a me haberi fateor: neque tamen quenquam, cujus ingenium ad eam excolendam fertur, animus eſt retrahere. Et quamvis ante annos bene multos methodum illam eo deduxi, ut nihil hactenus propoſitum viderim, quod ejus ope, cum operam dare ei licuit, non potuerim determinare, ipſasque adeo non ita pridem proprietates tangentium, quæ pluribus curvis ſunt communes; in ea tamen opinione ſemper fui, non eſſe hanc genuinam viam determinandi curvarum deſcriptiones & dimenſiones: & quia nunc mihi tantum temporis non relinquitur vacuum ad hæc ſtudia perſequenda, lubenter hæc aliis relinquo, & quod mihi ſuppetit otium tribuo hujus generis ſtudiis eo ordine tractandis, qui mihi pariter & publico maxime conducere videtur.

Act.Erud. An. 1696. M. Nov.

Quæ pertinent ad focos in qualibet curva ſpeciali, jam in Medicina mentis pertractavi, oſtendique, quantum ſufficit harum rerum peritis, quomodo omnes certo ſint determinandi. Quamvis enim mea ſententia quælibet curva, ex. gr. circulus, infinitos habet focos, omnes tamen ita poſſunt inveniri; cujus rei jam in Act. Erud. exhibui ſpecimina. Id tamen negare non poſſum, peculiaria hic dari compendia, ſine quibus ordinaria analyſi hanc rem ſuperare pæne impoſſibile eſt, lubensque, ſi quis huic rei, quam maxime utilem in tota Matheſi meo quidem tenui judicio eſſe cenſeo, incumbere vellet, in commune conferrem, & cum ipſo, quæ mihi jam ſunt cognita, communicarem, quamvis in parabolæ cubicæ focis determinandis non adeo magna ſit difficultas, ut jam diu, cum in illos inquirerem, comperi.

Ad menſurandam aream hyperbolæ arcum adhibui curvæ mechanicæ, quia ſtatim hinc conſequitur per eam, qua utor, methodum, idemque ſucceſſus in ellipſi & parabola, imo omnibus

Pag. 522.

curvis deprehenditur; quod etiam Dn. Hugenio placuiſſe video in hyperbola, & tanquam ſingulare quiddam Geometris conſiderandum fuiſſe propoſitum, a me autem longe univerſalius fuit præſtitum. Dimenſio areæ hyperbolicæ per arcum parabolæ, quam Heuratius jam detexit, tam naturaliter ſecundum hanc univerſalem viam non provenit, niſi forſan non rite genuina ſecutus ſum veſtigia, ad quæ tamen in ulteriori diſquiſitione probe attendere decrevi.

Porro quod attinet ad ſpecimen, quod in *fig.* 4. de parabolæ portionibus inter ſe conferendis dedi, non poſſum non candide fateri, me cum incidiſſem in viam, qua univerſaliter partes curvæ inter ſe poſſunt comparari, ſtatim hujus rei deprehendiſſe momentum; ſed cum in applicatione calculi difficultas ſurgeret non exigua, a ſimpliciſſimis incepiſſe, & inter alia quoque incidiſſe in curvam parabolicam, in qua principio quidem ſe difficultates non exiguæ objiciebant, quæ tamen evaneſcebant, poſtquam invenneram univerſalia quædam theoremata, ſimplicia illa quidem, nec dum tamen ſatis nota, pro omnibus ſectionibus conicis, ex quibus omnia quæ de illis hactenus innotuerunt, faciliori longe, quam ſolet fieri, via derivantur. Cum ergo rem totam cum Viro ingenioſo communicaſſem, ipſeq; calculum ſibi optime conſtare confirmaſſet, conſtitui aliquid proferre in publicum, ipſamq; rem ulterius perſequi. Non licuit tamen hac in re procedere ultra, niſi paucos ante menſes, reperiq; methodum ipſam plane certam calculumque ſatis exactum eſſe. Quoniam vero uſus ſum aliqua ſuppoſitione, quam

quam omnes quidem, qui in calculo indefinite parvorum verſantur, adhibent, in errorem tamen inducere poſſe quandoque mihi conſtat, dum ſæpe ſumma quantitatum indefinite parvarum, quæ ſemper reſtant, quantitatem finitam conſtituit; rem alio plane aggreſſus ſum modo, qui nullam ſuppoſitionem, quæ ſcrupulo cuidam ſit obnoxia, requirit, jamque ipſum calculum, qui magnus ſatis eſt, abſolvi. Cum vero nondum mihi de ejus exactitudine certo conſtet, ſupprimam interim concluſum, eritque hoc, quamprimum dabitur tempus commodum, prima mea diſquiſitio, qua finita plura ſpecimina ipſamque forſan methodum communicabo: quam nunc quidem confirmo certam eſſe & univerſalem, ad partes omnes non ejusdem curvæ duntaxat ſed quarumvis diverſarum curvarum inter ſe comparandas, ut ita quid fieri aut non fieri poſſit, innoteſcat. Tandem quod ſpectat ad Dn. Joh. Bernoullii pulcherrimum & maxime ingenioſum inventum, diverſas curvas ad curvam circularem reducendi; nihil eſt quod ei velim objicere. Interim facile mihi erit demonſtrare, idem poſſe infinitis modis per meas curvarum evolutiones augeri; adparetque hinc, quam arduum ſit quandoque in aliorum cogitata penetrare, quæ tamen a noſtris non adeo ſunt remota. Cumq; Vir, cujus ingenium ſingulare prorſus capaciſſimumque mihi ſatis notum eſt, quamvis ad ipſum fontem, Medicinam mentis, digitum intenderim, hæc non ſatis fuerit aſſequutus, valde dubito alium id eruere poſſe. Ille vero ut videat, quam paratus ſim ejus excellenti ingenio obſequi, non pigebit commemorare, quemadmodum ipſius methodo omnes curvæ, quæ per evolutionem Hugenianam deſcribuntur, hoc eſt, quæ unicum ſecundum me focum habent, ad circularem lineam poſſunt reduci; ita mea methodo curvas per evolutionem duarum curvarum deſcribuntur, hoc eſt, quæ duos habent focos, ad ellipſin, hyperbolam, aut parabolam, quæque per evolutionem trium, quatuor &c. curvarum deſcribuntur, hoc eſt, quæ tres, quatuor &c. focos habent, ſemper ad curvas Geometricas ſuperiorum graduum reduci poſſe: quod quanta ſit Geometriæ promotio, nemo non videt; ut proinde mirum foret, quenquam, qui vel hoc unum perſpexerit, meliorem deſcriptionem abſolute omnium curvarum conceptibilium vel deſiderare poſſe illa, quæ in Medicina mentis traditur. Quod ſi nec hoc mentem meam fortaſſis exprimat ſatis, lubens totam communicabo methodum. Cæterum occaſione ejus, quod Dn. Joh. Bernoulli commemorat, proprietatem circuli, quod rectangula rectarum ſe interſecantium inter ſe ſemper ſint æqualia, non eſſe circulo eſſentialem, non poſſum quin addam, me ſingularia habere theoremata univerſalia,

Act.Erud. An. 1696. M. Nov.

Pag. 523.

Act.Erud. An. 1696. M. Nov. lia, quæ viam muniant ad novam doctrinam locorum, aliam ab ea quam Des-Cartes docuit. Hujus generis aliquod ſpecimen jam ante biennium cum Dn. Leibnitio communicavi, valdeque mihi probabile videtur, dictam proprietatem abſolute omnibus curvis competere. Id autem certiſſimum eſt, in ipſa quoque parabola, hyperbola & ellipſi hanc veritatem, quod duabus rectis ſe interſecantibus rectangulorum ſegmenta inter ſe infinitis modis certa ratione ſint æqualia, demonſtrari poſſe.

Pag. 524. Ultimo & hoc publico indicaſſe forſan operæ pretium erit, quod ad curvilineorum diviſionem pertinet. Notum eſt, Archimedem aream circuli per lineam ſpiralem in partes rationales diviſiſſe, id quod per neotericos, imprimis Dn. Sluſium in Miſcellaneis, per infinitas ſpirales in ratione numeri ad numerum factum quoque eſt. Hanc rem ulterius promovit Jacobus Gregorius, & in Geom. Univerſ. prop. 62. pag. 113. quadrantem circuli per curvas Geometricas, quæ per gradus aſcendunt, rationabiliter partitus eſt. Mihi vero nota eſt methodus hæc omnia poſt ſe relinquens, quippe cum ejus ope quodlibet ſpatium duabus rectis & curva Geometrica terminatum, quamvis non ſit quadrabile, in ratione data lineæ ad lineam, per unicam curvam Geometricam, idque infinitis modis dividatur, ſimulque, cum ſpatium datum eſt quadrabile, quadratura hæc infinitis modis determinetur. Id quod, cum neſciam in ſimile quid incidiſſe hactenus quenquam, publico indicare volui, cui quoque rem ipſam, ſi eam acceptam illi fore intellexero, impertiri data occaſione non gravabor.

JO-

JOHANNIS BERNOULLI

Act. Erud. An. 1696. M. Dec. Pag. 551.

Tetragoniſmus Univerſalis Figurarum Curvilinearum,

per Conſtructionem Geometricam continue appropinquantem. Addatur ad ea quæ in Actis 1694. menſe Novemb. de eadem materia habentur.

QUod rarum olim & inuſitatum fuerat, nunc a duobus tribusve luſtris nihil vulgarius nihil tritius eſt apud Geometras, quam quadraturas ſpatiorum (algebraice non determinabiles) ad ſeriem infinitam, quod ultimum eſt refugium, revocare. Primus ego & forte ſolus publicavi Act. 1694. M. Novembr. ſeriem univerſalem pro omnibus ſine diſcrimine ſpatiis quadrandis curvisque rectificandis, quam neque irrationalitas neque implicatio indeterminatarum impedit. Non moror, multoque minus reſponſione dignor, quicquid quidam obganniat: ſufficit tanto applauſu præſtantiſſimorum Mathematicorum exceptam fuiſſe, quod privatæ ipſorum literæ teſtatum reddunt, ut non ſit cur ejus me pœniteat, quin potius & in publicum & in me injurius eſſem, ſi diutius in chartis meis latitare paterer hanc ſecundam methodum, quæ alteri priori multis occaſionibus commode ſuccenturiari poteſt, eo quod prior illa analytice expreſſa applicatu difficilis evadit, in exemplis ubi perplexus requiritur calculus; hæc vero quam nunc traditurus ſum, nullam analyſin reſpiciens, ſpatiorum magis minusve compoſitorum quadraturas pari ſimplicitate expedit, ſuppoſito tantum curvarum datarum datas eſſe vel dari poſſe tangentes, ipſamque curvam propoſitam jam deſcriptam eſſe: hic enim nullas expeditiones analyticas, quibus ſeriei termini explicentur, adhibeo, ſed quod inſolitum hactenus fuit quadraturas ita determinare, ipſa conſtructio geometrica conſtanti lege eaque valde ſimplici in infinitum continuata exhibet veram rationem figuræ curvilineæ quadrandæ ad rectangulum circumſcriptum. Pag. 552.

Sit propoſita figura curvilinea quæcunque ACB, cujus coordinatæ AB, BC; quæritur quam habeat rationem ad circumſcriptum rectangulum BL; cui quæſito ego ſic generaliter ſatisfacio: Ob datam curvam AC, datur ejus tangens CM; deſcribatur ergo nova curva AD, hac lege ut ubique BD ſit = ſemiſſi ipſius AM; hinc & hæc nova datur; jam fiat tertia AE, quæ eodem modo conſtruatur ex AD, quo hæc ipſa AD con- TAB. IV Fig. 5.

 conſtructa eſt ex AC, nimirum ut BE ſemper ſit$=\frac{1}{2}$AN. Eadem hac lege ex inventa tertia curva AE, deſcribatur quarta AF, & ex hac quinta AG; tum ſexta, ſeptima, & hoc in infinitum continuari intelligatur: Habebit rectangulum circumſcriptum BL ad ſpatium curvilineum ACB eam rationem, quam dupla BC ad BC + BD + BE + BF + BG + &c.

Quod ſi alternatio ſignorum magis arrideat, en ex pluribus qui excogitari poſſunt, modum hunc alterum: Curvæ AD, AE, AF, AG &c. deſcribantur hac conditione, ut ubique BD ſit æqualis ipſi LM ſeu AC — AM; BE = BD — AN; BF = BE — AO & ita conſequenter; quibus factis dico rectangulum BL fore ad figuram curvilineam ACB, ut BC ad BC — BD + BE — BF + &c.

Notare convenit, non opus eſſe integras deſignare curvas AD, AE, AF &c. quas majoris intelligentiæ gratia ita repræſentavi: minimæ enim earum portiunculæ prope BC ductæ ſufficiunt ad determinandum interſectiones D, E, F, G &c.

Hoc etiam monendum, quando methodum ad praxin deducere lubet, in nonnullis exemplis ut in ipſo circulo accidere, Pag. 553. ut delineatis jam aliquot ex curvis AD, AE, AF reliquæ interſecent applicatam BC infra punctum B, & quidem ita ut punctum interſectionis magis magisque recedens a B, tandem ab eodem infinite diſtet, unde nihil determinati habebitur. Ne tamen hiſce in caſibus regula noſtra fiat inutilis, ſuumque non ſortiatur effectum, multis modis huic inconvenienti remederi licet, quorum tutiſſimus eſt, ut figura propoſita transformetur (quod quomodo fieri debeat jam omnibus & vel tyroni notum eſt) in aliam quæ terminetur curva aſymptotica; ſciendum enim, hujusmodi ſpatia modo memoratæ incongruitati nunquam eſſe obnoxia.

Cæterum non prætereundum puto, quod notavi, interdum ubi ſpatia ſunt abſolute quadrabilia, ſeriem BC + BD + BE + BF &c. in priori modo; vel CD — DE + EF — FG in altero, fieri manifeſte ſummabilem, unde quadratura terminis finitis ſponte prodit: Ut quando curva propoſita AC eſt ex parabolarum genere cujusvis gradus n, erit ex proprietate parabolarum BC ad AM in ratione conſtante n ad $n-1$, & propterea curva AD, ut & omnes reliquæ AE, AF, AG, erunt parabolæ ejusdem gradus cum AC. Hinc per priorem modum ſeries BC + BD + BE + BF conſtituit vulgarem hanc progreſſionem Geometricam in infinitum deſcendentem, $\frac{1}{1}$ BC + $\frac{n-1}{2n}$ BC +

$+ \frac{Q.\,n-1}{4\,n\,n}$ BC. $+ \frac{C.\,n-1}{8\,n\,3}$ &c. cujus ſumma per commu- Act. Erud. An. 1696. M. Dec. nes regulas invenitur $= \frac{2\,n}{n+1}$ BC. Dico itaque rectangulum circumſcriptum eſſe ad ſpatium parabolicum ACB, ut 2 BC ad $\frac{2\,n\,BC}{n+1}$ id eſt ut $n+1$ ad n, & hoc perfecte congruit cum eo, quod per infiniteſimalem calculum jam diu repertum habemus; non enim ut aliquid novi, ſed quatenus methodi hujus univerſalitatem commendat, huc refero: Pariter per poſteriorem modum ſeries BC — BD + BE — BF &c. hanc producit progreſſionem Geometricam $\frac{1}{1}$ BC $- \frac{1}{n}$ BC $+ \frac{1}{n\,n}$ BC $- \frac{1}{n^3}$ BC &c. cujus ſumma $= \frac{n}{n+1}$ BC. Habebit ergo rectangulum BL ad ſpatium ABC rationem, quam BC ad $\frac{n}{n+1}$ BC id eſt n ad $n+1$, ut ante.

ADDITIO AD D. T.

Intimationem de Emendatione artis vitrariæ.

Illis, quæ nuper in Actis Menſe Auguſto pag. 220. ſeq. de vitrorum prægrandium formatione dicta ſunt, non poſſumus quin Pag. 554. adjiciamus, ab eodem artifice paratas fuiſſe adhuc duas tabulas vitreas rotundas, quarum una libras habet 220. diametrum ſeptem ulnæ quadrantum, craſſitiem quatuor pollicum; altera pondere ſuo æquat libras 300. cum ejus diameter ſit quatuor fere pedum, craſſities quinque pollicum, atque hanc nuperis nundinis Lipſienſibus in artificis dicti vitriaria taberna curioſorum oculis publice fuiſſe expoſitam.

Act. Erud. A. 1696. M. Dec.

DISSERTATIONES MEDICO-PHYSICÆ,

De Antris Lethiferis, de Montis Veſuvii Incendio, de Stupendo Oſſium Coalitu, de Immani Hypogaſtrii Sarcomate. Autore BERNARDO CONNOR, M.D. Seren. Polon. Regis Medico, e Regia Cameræ Pariſienſis Societate.

Oxonii, apud Henr. Clements, An. 1695. in 8. plag. dimid. 21.

QUamvis hactenus, quicquid vaſtiſſimo ſuo ſinu rerum mater Natura complexa eſt, ingenium hominum atque ſolertia ſtudioſiſſime exquiſiverit; infinita tamen adhuc eſſe, quæ cognoſcere humanus animus poſſit, Auctor nobiliſſimus non dubitavit. Occaſionem igitur iter faciendo opportunam nactus indagandi Naturam, ſtudio, quanto potuit maximo in cauſas rerum inquiſivit, & quatuor Diſſertationibus Medico-Phyſicis illa, quæ obſervatu digna videbantur, publici juris facere, orbique erudito exponere voluit. Ordinem ab Auctore inſtitutum in recenſu earundem ſervabimus. Primam Diſſertationem, quæ agit de Antris lethiferis, articulis abſolvit undecim. Art. 1. terram univerſam nitide corpori humano comparans, meatus ſubterraneos ac cavernas a vaporibus produci ſuſpicatur, qui ex conſtipatis ab hyemali gelu telluris ſpiraculis deorſum reverberati, terræ motus atque eruptiones cauſentur: non aliter, ac miaſmata corporis noſtri; poris a frigore conſtrictis præcluſa, inordinatos procreant tumultus. Has vero cryptas latente halitu venefico ſæpius ſcarere, quæ animalia faceſque accenſas extinguat, ſpiſſum item malignumque emittere fumum, qui lethalis ſit, negare non audet: interim perſuaſum habet, eſſe quaſdam, quæ, licet nulla virulentæ auræ ſuſpicio adſit, mortem animantibus inferant; quarum effectum ex denegato aere elaſtico, hoc eſt, materia reſpirationi conveniente, ut in antlia pneumatica conſpicimus, produci veriſimile credit. Art. 2. ſpecificam virulentorum miaſmatum naturam inveſtigans, ſola mineralia, præcipueque illa, quæ ſalina, aut ſale acerrimo impregnata ſunt, (quicquid alii de mercurialibus & antimonialibus ſentiant) exiſtimat lethiferis aerem inquinare particulis poſſe. Illa vero fixa aut volatilia angulis ſolidis aut acutis ſanguinem præter modum coagulare vel diſſolvere arbitratur. Hinc pro majori minorive eorum copia, mortem ſubito vel paulatim animalibus inferri, ſtupendis comprobat exemplis, quæ inter primarium eſt, quod Pari-

(Margin: *Diſſ. I.* beside "voluit. Ordinem…"; *Pag.* 555. beside "habet, eſſe quaſdam…")

1.5.110

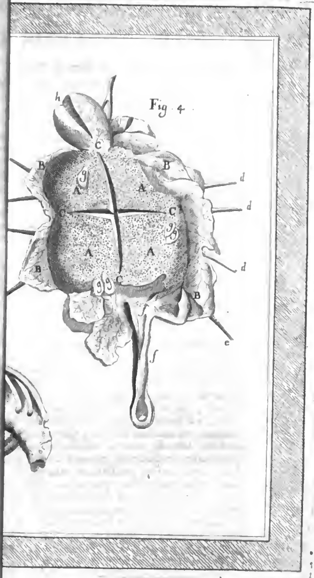


Fig. 4

Digitized by Google

Pariſiis contigit. Foſſores, theſaurum in cella vinaria detegere cupientes, extinctos, inque ſitu naturali repertos fuiſſe narrat, ex vapore ſubtiliſſimo, accedente frigore, id accidiſſe credens. His tandem, ſi nondum mortem obierint, remedia convenientia adjungit. Artic. 3. ſcrobes Charoneas, quæ ſpiſſam continuo eructant nubem, examinat, illasque non tam veneno, quam craſſitie effluviorum animalia e medio tollere facesque extinguere, ſibi perſuadet; ſtatim enim ac liberiori exponantur aeri; ſponte reviviſcere conſpexit, quod poruli veſicularum in pulmonibus, qui a vaporoſo aere obſtructi fuere, aperiantur, liberumque aeri concedant ingreſſum. Nec obſtare ait, quod aliæ cryptæ ſubterraneæ, licet vapore ſpiſſo gaudeant, nihil afferant damni; cum experientia doceat, in his ſemper vel auram tenuem, ut in Cumanæ Sibyllæ antro, vel ventum haud exiguum, ut in Cracovienſibus ſalifodinis perſenſit, denſum fumum detergere. In his denique ſi qui in deliquium animi incidant, eos idoneis ſolatur remediis. Art. 4. examinatis cavernis, quæ aut virulenta materia aut fumo craſſiori necant, aliam producit cryptam, quæ canicidio celebris, Italis la Grotta del Cane dicitur, quam alio plane modo lethalem credit. Hanc in fundo ſubvirideſcentis, in ſuperiori vero regione nativi terræ coloris ſe vidiſſe, modicumque calorem inibi ſenſiſse teſtatur, figuram cryptæ ipſam, ut eo clarius res pateat, adjiciens. Ubi A. A. A. A. feralis Cavernæ facies & ingreſſus. B. B. B. B. altitudo ſpatii lethiferi & virideſcentis muri coloris. C. C. æther ſubtiliſſimus & inſenſilis, in horizontali linea a toto antri ambitu in cavitatem ejusdem ingrediens. D. D. D. D. regio cryptæ ſuperior, in qua animantia vita fruuntur. Artic. 5. experimentum vulgare cum cane, qui cavernæ immiſsus, in convulſivos motus & ſpaſmos incidit ore hiante, paulo poſt in lacum, Agnanum dictum, rejectus ſibi reſtituitur, exponit. Artic. 6. ſua quoque, quæ ipſe fecit, commemorat experimenta. Columbam nempe in antri area detinuit, quæ languens fereque mortua, vitam aeri expoſita recuperavit, e manibusque evolavit. Idem iterum iterumque alia columba caneque expertus fuit. Aerem denique exploraturus inferiorem, bilance ſumpta, unum illius brachium, contortis in nodum ſtaminibus, brevius reddidit, poſitumque in æquilibrio cum longiori, quod inferiori immiſit aeri, vix ad ſenſum mutatum fuiſſe deprehendit. Art. 7. varias circa mortiferam foveæ hujus virtutem enarrat auctorum opiniones, omnibus fere venenoſum halitum defendentibus, aliis tamen alkali-

Act. Erud. An. 1696. M. Dec.

TAB. V. Fig. 1.

Pag. 556.

Act.Erud. An. 1696. M. Julii. nam, alii acidam potius naturam ipſi tribuentibus. Art. 8. nihil vero veneni hac in crypta quempiam ſuſpicari poſſe, evincere conatur, quod columbæ intra cavernam mortuæ ſanguinem in ſolito fluore retinuerint, & in alimentum a cuſtode cryptæ hujus ſumptæ fuerint. Cæteras Auctoris rationes adducere ſuperſedemus. Art. 9. in eam abit ſententiam, ut ſtatuat, æthereum quendam & tenuiſſimum ſpiritum, aere communi longe ſubtiliorem, ſubire hujus foveæ regionem lethiferam, qui rapido motu ſuo vivificum removere aerem, animaliaque ac faces extinguere poſſit, idque experimento, ſi aer elaſticus in antlia pneumatica extractus fuerit, fuſius declarat. Hujus tamen auræ originem non perpendiculariter e terra eſſe, ſed in linea horizontali e margine vireſcentis parietis ad oppoſitum determinari, unde torrens æthereus parietibus reſpondens naſcatur, perſuaſum habet. Latere vero diſperſum quoddam ſeminium minerale vel marcaſitam metallicam, cujus beneficio ingreſſum egreſſumque æther liberum inveniat, haud ambigit. Modum circulationis a parietibus ad centrum, & vice verſa a centro ad parietes perenni motu fieri, veriſimile ipſi eſt. Art. 10. perſuadet tandem ſibi, perire animantia in hac caverna, quod aer elaſticus ſive craſſior deficiat, h. e. quod innatans aeri ſal, nitroſam indolem æmulans, ſanguinem reducem ex venis craſſeſcentemque novo fermentaceo ſtimulo non rarefaciat. Quod ad flammam attinet, extingui eam putat, quod nulla ſit aeris gravitas, quæ comprimat particulas igneas cogatque (ut conica teſtatur figura,) in ſe invicem. Nam licet aer non abſolute neceſſarius videatur ad flammam eliciendam, (ut pulvis pyrius docet, cujus granula diſſeminata, extracto aere craſſiori in antlia pneumatica in flammam & auram fumoſam abeunt) requiritur tamen, ut flamma aliunde generata diu conſervetur. Nitrum aereum, quod Mayow aliique ſtrenue defendunt, ejusque defectu interire animalia credunt, rejicit, quod omnes præparationes nitri, quomodocumque cum ſanguine mixtæ fuerint, ipſum coagulent, hincque inſpiratæ ejus particulæ motum ſanguinis retardare neceſſum habeant? Art. 11. de locis ſubterraneis ſive fodinis differit, in quibus artifices quidem libere reſpirant, paulo poſt vero in varios prolabuntur morbos. Id quod inde fieri credit, quod pulmonum veſiculæ arenulis vel alia ſpiſſa materia infarciantur, aut quod ſanguis acrimoniam acquiſiverit. His generalem adjicit curam.

Pag. 557. (margin note)

Diff. II. Secundam aggredimur Diſſertationem, cujus titulus eſt Mons Veſuvius, & noviſſimum ipſius incendium, quod contigit A. 1694.

1694. Ad ſummum montis Veſuvii faſtigium, circa Idus Decembris A. 1693. maximo cum labore, per inſtabiles atque arenoſos cineres, Auctor aſcendit anhelus, lapideæque naturæ materiam, ferreis præprimis particulis gravidam, e barathro ejus tum temporis ejectam deprehendit; quare incendia hæc a ferro, ſulphure & nitro forſitan excitari opinatur. Eructantem vero peculiare quid Veſuvium A. 1694. (Romæ tum erat) examinat diligentius, recenſetque, montem per triduum diu noctuque ardentiſſimas flammas ſpiſſasque fumi nubes evomuiſſe, quarto ſtrepitu conflagraſſe minori, quinto igneum liquefacti metalli flumen ex apice ad mare devolviſſe, quod juſſu Proregis fovea exceptum fuerit. Hunc torrentem mineralem ad diſtantiam unius milliaris in materiam ſolidam concreviſſe. Superius ſtratum levius, materiam vero fundum tenentem longe graviorem ſplendidioremque ad metalli naturam propius acceſſiſſe. Maſſam igitur hanc malleo percuſſam in pulverem abiiſſe videns, non unius eſſe ſubſtantiæ, imo nitro & antimonio abundare conjecit: confirmatusque experimento, facto a D. Scaly Anglo, (qui materiam liquefactam in vaſculum efformavit, cui vinum rubrum infuſum famulo propinavit, quo ſumpto ille bis evomuit) concludit, emeticum vinum regulinis antimonii particulis rigidisque nitri cuſpidibus fuiſſe aculeatum. Denique e terræ viſceribus nova quotidie generari mixta, ex hoc Veſuvii phænomeno evincere conatur contra illos, qui omnia mineralia a creato mundo fuiſſe ſtatuunt. Act. Erud. An. 1696. M. Dec. Pag. 558.

Diſſ. III. Tertiæ Diſſertationi conſcribendæ de ſtupendo oſſium coalitu anſam dedit ſceleton humanum, quod Pariſiis apud D. Molalli videre ipſi licuit, cujus oſſa omnia in unum combinata erant. Deſcriptio cadaveris hæc eſt: oſſa omnia trunci humani, qui ex vertebris dorſi & lumborum, coſtis, oſſibus ſacro & innominatis alias compoſitus eſt, intime unita non niſi unicum monſtrarunt corpus figuræ ſemicircularis. Coſtarum extrema, quæ ſterno adhærent deorſum ad hypogaſtrii regionem inclinarunt, oſque ilium attigerunt. Inſpiciatur figura ipſa, quam hic exhibemus. In Campania truncus repertus fuiſſe dicebatur. Sententiis aliorum, qui ab acido, ſale, aquis petrificantibus, ſpiritu oſſifico &c. hanc oſſium cohærentiam deducebant, rejectis, ſuam hac de re declarat mentem. Curvaturæ vero primum originem indagat, a qua hoc oſſificium fuiſſe oſtendit. Explicata itaque formatione fœtus naturali, præter naturam, ſi forte ab ambientibus partibus in una ſui parte embryo comprimatur magis quam alia, truncum in figuram TAB. V Fig. 2.

cur-

Act. Erud. An. 1696. M. Dec. curvam determinari, veriſimile credit. Incurvato hunc in modum trunco, coſtas neceſſario ad os ilii & pubis accedere, neminem latet, qui modo pectus cum capite ad genua flectere velit. Ex hac compreſſione non potuit non ex mente Auctoris impediri ſanguinis & humorum inter fibras coarctatas circulatio, quæ ſiccæ in oſſeam neceſſario abeunt ſubſtantiam. Coſtarum cartilagines & ligamenta facile indurari potuiſſe ſuſpicatur, quod fœtus in utero non reſpiret. Majoris difficultatis fuiſſe putat, quomodo talis homo natus vivere diu ac reſpirare potuerit, cum pectus propter continuationem coſtarum cum vertebris minus commode dilatare potuiſſet. Verum paſſionibus hyſtericis atque apoplexia correptos cenſet ſatis teſtari, haud magnam abdominis dilatationem requiri, ut ſufficiens ingrediatur aer. Adhæc coſtæ ſternum verſus, quarum cartilagines non erant oſſificatæ, motum ſuum retinebant. Accedit, quod ſanguinem alimento auctum per foramen ovale & canalem arterioſum, ſtructura trunci idem ſatis urgente, curſum ſervaſſe ſuum, nullum ſit dubium.

Diſſ. IV. Quarta ſe denique offert Diſſertatio, quam de immani uteri ſarcomate conſcripſit. Materiam ſuggeſſit vidua quinquaginta circiter & ſeptem annorum, quæ, cum ejus hypogaſtrium Pag. 559. maritus ebrius pede percuſſiſſet, ſuppreſſis hinc menſibus, ſucceſſu temporis in tumorem horrendæ molis incidit, quem viginti quinque annos ſuſtinuit. Mortuam aperuit Auctor clariſſimus, obſervavitque aquæ ſubſalſæ & ſubrubicundæ paululum exiiſſe ex abdomine, uterum peritonæo adnexum fuiſſe, vaſa hypogaſtrica præter modum tumida, venam cavam inteſtini craſſi inſtar ampliatam extitiſſe, nervoſque uteri externam ipſius ſuperficiem circumdediſſe; in cujus cavitate carneam molem conſpexit, quæ præter modum in ſiniſtra parte extenſa, ovarium deſtruxit. Cultello anatomico porro explorans uterum, glanduloſam hujus membranam detegere non potuit; quare glandulas in hanc ſurrexiſſe molem tot annorum ſpatio ſuſpicatur, confirmatus in eo ex conſpecta inſertione vaſorum uteri ſanguineorum in maſſæ centrum. Ex figuris res erit clarior.

TAB. V. Fig. 3. Figura 3. exhibet totum tumorem utero circumdatum, ubi matrix cum appendicibus apparet.

A. A. A. A. Tumor in utero incluſus ſine inciſione facta.
B. Tuba ſiniſtra tumefacta, ſine ovario & ligamento.
C. Orificium externum vaginæ.
D. Vagina integra ſine inciſione.
E. Orificium internum uteri ſemi-apertum.

F F Duæ venæ hypogaſtricæ, quæ ſerpunt ſupra uterum. Act.Erud.
G. G. Duæ arteriæ hypogaſtricæ. An. 1696.
H. Vena ſpermatica inoſculata cum vena hypogaſtrica. M. Dec.
I. I. Duo ligamenta rotunda.
K. L. Ovarium dextri lateris cum ſuo ligamento.
M. M. Duo proceſſus laterales tumoris.
N. Nervorum faſciculi & vaſa, quæ hic tumorem ſtringunt.

Figura 4. apertum & in medio inciſum tumorem repræſentat. Fig. 4.

A. A. A. A. Subſtantia tumoris aperta, ubi apparent globuli, quos cum microſcopio detexit, & innumera filamenta vaſculoſa,
B. B. B. B. Uterus ſeparatus & ad latera revolutus.
C. C. C. C. Inciſio in medio tumore facta.
D. D. D. D. D. D. Vaſa ſanguinea, quæ ſubeunt & perforant uterum devolutum, & in maſſam ingrediuntur.
E. E. Ligamentum rotundum reverſum.
F. F. Orificium internum uteri, & vagina aperta.
G. G. G. G. G. Sinus, vel cavernoſi ventriculi molis carneæ. Pag. 560.
H. Caput tumoris inciſum.

Portionem denique maſſæ hujus decoxit, & microſcopio globulos filamentaque exilia, quæ inter globulos percurrebant, Spectatoribus oſtendit, quæ maſsam texturæ fuiſse glanduloſæ ſatis evincere opinatur. Originem hujus ſarcomatis a timore percuſſioneque pedis derivat. Quippe retardatum ex timore ſanguinis motum effeciſse cenſet, ut, cum craſſior hinc præterque modum inſpiſsatus ſanguis permeare glandulas fibraſque carneas nequeat, menſium ſuppreſſio tumorque productus fuerit. Objectionibus, quod nervi requirantur ad tale quid perficiendum, qui tamen nulli aderant, obicem ponit, inſtando, molas abſque nervis fieri in utero. Mortuam cenſet, quod tumor in tantam excreſcens molem compreſſerit venam cavam, ſanguiniſque motum turbaverit. Ex his denique concludere nullus dubitat, omnes tumores ab interrupto vel ſuppreſſo humorum circuitu generari.

LE-

Act. Erud.
An. 1696.
M. Dec.

LECTORI BENEVOLO,

Profundioris in primis Matheſeos Cultori, Salutem.

PRopoſuit in hiſce Eruditorum Actis menſe hujus anni Junio, pagina 213. Vir clariſſimus Dn. Jo. Bernoulli, Mathematum hoc tempore in Academia Groningenſi Profeſsor Publicus, Problema novum, & ad ejus ſolutionem Mathematicos invitavit, pollicitus ſemet eam publicaturum, ſi elapſo hoc anno nemo alius eam promulgaverit. Cum vero hactenus nemo quicquam ad nos transmiſerit, quod ad problematis illius ſolutionem ſpectaret, & dignum tamen problema videretur, quod aliorum, ad quos forte Junius Actorum noſtrorum menſis nondum pervenit, ingenia exerceret, atque perſuaſum inſuper haberemus, in Gallorum etiam & Italorum Ephemeridibus idem problema propoſitum interea fuiſse, & ad plurium adeo notitiam perveniſse; prorogandum terminum celeberrimus Bernoullius cenſuit, ſolutionem ſuam ad feſtum uſque Paſchatos anni proximi ſuppreſsurus. Itaque ſpatium Mathematicis ſuppetit, experiendi vires ſuas, & Problematis, ubi eam conſecuti fuerint, ſolutionem, ſeu in Actis hiſce noſtris, ſeu in exterorum Diariis cum publico communicandi.

EX-

Digitized by Google

EXCERPTA
EX ACTIS ERUDITORUM
LIPSIENSIBUS,
TOMI SECUNDI SUPPLEMENTORUM.

EXCERPTA EX COMMENTARIIS Mathematico-Phyſicis Pariſienſibus

edito anno 1692. die 29. Febr. & ſqq.

QUamvis difficile admodum ſit obſervare *Veneris cum Sole conjunctionem*, quando tranſit ſuperiorem globi ſolaris partem, ſuis tamen aſſiduis obſervationibus, menſe Novembri anni 1691. factis, id aſſecutus eſt Dominus *de la Hire*, ut facile concludi poſſit, veram conjunctionem Veneris & Solis contigiſſe die 15. Novembris, hor. 11. 4', pomer. Pariſiis, quam Argoli Ephemerides 6. hor. 37. min. tardius futuram indicabant. Facile quoque hinc derivatur, nodum deſcendentem conjunctionis momento fuiſſe in 13°. 19'. 4". ♐, ſi cum Keplero ſupponatur inclinatio orbitæ Veneris fuiſſe 3°. 22'. Jam vero ſecundum Rudolphinas tabulas ſi rationes ineas, locum nodi reperies in 14°. 11'. 53" ♐: patet ergo has tabulas illum 52', 13" plus, quam par eſt, promovere. Dominus *Du Vernay* in diſſectione quinque hiſtricum obſervavit *du-*

Tomi II. Supplem. Sect. IV. Pag. 198.

Tomi II. Supplem. Sect. IV. *ſtum biliarem* in pylorum patere, & ejus extremitatem verſus cavitatem ventriculi converſam, ita ut neceſſe ſit, bilem omnem in illum infundi. Idem in duobus ſtruthiocamelis, in quibus veſicula fellis nulla comparet, ſed duo canales hepatici, majorem ex his in pylorum inſeri animadvertit. Ex quo efficitur, *bilem* ad digeſtionem alimentorum incidendo & diſſolvendo chylum facere, & illa animalia reliquis magis eſſe voracia, in quibus ductus biliaris in ventriculum inſeritur; id quod etiam Veſalii quadam obſervatione in homine facta confirmatur. Invenit quoque ſolertiſſimus ille Vir, *ductum pancreaticum* in hiſtrice, poſtquam emerſit ex inferiore parte pancreatis, inſeri in initium inteſtini jejuni, quod 20. pollices diſtat a pyloro, ubi erat inſertio ductus biliaris: in ſtruthiocamelo vero canalem pancreaticum emergentem ex pancreate medio aperiri in primum reflexum inteſtinorum, diſtantia 3 pedum ab extremitate canalis hepatici majoris; minorem vero ductum hepaticum inſeri ſemper verſus finem illius flexus, 2. pollic. ſupra inſertionem canalis pancreatici. Ex quo conſequitur, neceſſe non eſſe, ut recentiores quidam contendunt, duos illos liquores inter ſe commiſceri, quo in alimenta agere poſſint, cum in exemplis recenſitis bilis agat in chylum per ſpatium non contemnendum, antequam ſuccus pancreaticus ipſi affundatur. Dominus *Sedileau* Pariſiis per triennium obſervavit *quantitatem tam aquæ pluviæ*, quæ ſingulis annis decidit in vas ſtanneum, cujus longitudo eſt 2. ped., latitudo vero & altitudo $2\frac{1}{2}$ ped. quam *evaporationis* quæ contigit in vaſe, cujus longit. 3. ped., latitudo 2. ped., altitudo paulo major 2. ped. cum utrumque vas inſertum eſſet terræ, ſuperiorque ſolum apertura aeris Soliſque actioni eſſet expoſita; animadvertitque altitudinem aquæ pluviæ, quæ quotannis Pariſiis decidit, eſſe circiter 19. digitorum, ſed evaporationem circiter $32\frac{1}{2}$ digitorum. Dominus *Caſſini* microſcopio *floccos nivis* accuratius inſpiciens deprehendit, ſex radios, ex quibus ordinarie ſinguli componuntur, ſæpe eſſe inſtar ramulorum foliis inſtructorum, & flocculos nonnullos ſpeciem quaſi floris referre. Dominus *Rolle methodum* invenit *reſolvendi Æquationes* omnium graduum, quæ generalibus terminis exprimuntur; *Dn. Varignonius* autem demonſtrationem communem & *ſphæræ* & *ſphæroidibus ellipticis*, per quam una opera ſingulorum, independenter ab aliis, ſoliditates, & rationes ad alia ſolida parallelepipeda, cylindrica, conica &c. determinantur: quas tamen nimis prolixum foret huc afferre. Dominus Caſſinus eruditam circa *Maſſiliæ longitudinem & latitudinem* diſquiſitionem attulit, & poſtquam examinavit Pytheæ Gaſſendique obſervationem necnon Ptolomei placita, ſuiſque necnon Domini Chazelles obſervationibus

Pag. 200.

nibus

Tomi II. Supplem. Sect. IV.

nibus nixus, Maſſiliæ longitudinem cenſet eſſe 25½ grad. Lutetiæ vero 22½ gr. Latitudinem autem Maſſiliæ 43°. 17'. 37". Lutetiæ 48°. 50'. 10". Quandoquidem vero ex obſervatione Pytheæ deducit, illius tempore diſtantiam Solis ſolſtitialem a Zenith fuiſſe 19°, 6'. 46", quam ipſe Caſſinus uſus declinatione Solis 23°. 29'. reperit eſſe jam 19°. 48'. 13", patet, differentiam, qua ante bis mille annos minor fuit diſtantia Solis ſolſtitialis, eſſe 41'. 47"; cujus cauſa utrum mutationi altitudinis poli, an variationi eclipticæ, aut ambabus, vel ex parte etiam errori, qui in obſervatione Pitheæ contigit, tribuenda ſit, alio tempore idem Clariſſimus Caſſinus examinabit.

CONTINUATIO EXCERPTORUM

ex Commentariis Mathematico-phyſicis Pariſienſibus, uſque ad 31. Maii 1692.

Sectio V. Pag. 228.

DOminus *Merry* in diſſectione teſtudinis marinæ triplicem notavit *ventriculum cordis*, quorum tertius in medio baſis cordis ſitus eſt, magisque prominet quam reliqui. Dexter a ſiniſtro ſejunctus eſt ſepto carnoſo & ſpongioſo, in cujus medio foramen eſt ovale, ſimile illi, quod in fœtu humano inter venam cavam & pulmonalem reperitur. Clauditur quidem duabus valvulis, quarum una dextrum ventriculum, ſiniſtrum altera reſpicit: neutra tamen communicationem inter ventriculos illos intercipit. Ex dextro quoque ventriculo in medium per aliud foramen, cujus diameter eſt 4 linearum, via patet. Recipit e- (Pag. 229.) tiam venam cavam, ex eoque naſcitur aorta & arteria, quæ vicem gerit canalis, qui inter aortam deſcendentem & arteriam pulmonalem in fœtu reperitur; in teſtudine vero hæc arteria communicationis non unitur cum aorta, niſi demum in ventre. Ventriculus medius nullam recipit venam, & ſolum dat originem arteriæ pulmonali: contra vero ventriculus ſiniſter recipit venam pulmonalem, nullam tamen arteriam emittit. Ita ventriculus ſiniſter cordis nullam habet arteriam, quæ poſſit efferre ſanguinem, quem recipit a vena pulmonali; adeoque neceſſe eſt, ut ſanguis, qui a vena illa in ventriculum ſiniſtrum effuſus eſt, tranſeat per foramen ovale in ventriculum dextrum, non obſtantibus valvulis, quæ illud obturare videntur. Quapropter credibile quoque eſt, *in fœtu, non partem ſanguinis*, ut vulgo putant, *qui*

Tomi II. Supplem. Sect. V. *cor ingreditur per venam cavam, per foramen ovale exonerari in venam pulmonalem, & hinc ſtatim abſque eo, ut dextrum petat ventriculum, ingredi ſiniſtrum;* ſed contra potius, partem ſanguinis, qui ad ventriculum ſiniſtrum per venam pulmonalem allabitur, per foramen ovale pervenire ad venam cavam, non obſtante valvula, qua ejus oſtium munitur, ut inde pergat in ventriculum dextrum cordis, nec ingrediatur ventriculum ſiniſtrum. Quandoquidem enim foramen ovale teſtudinis non differt ab illo quod eſt in fœtu, niſi ſitu, & in utroque directe reſpondet venæ pulmonali, vero videtur ſimillimum, illud eundem habere uſum tam in fœtu quam in teſtudine.

Dominus *de la Hire*, d. 19. Martii 1692. hora matutina $6\frac{1}{4}$ paulo poſt ortum Solis, accurate obſervavit parelium. Obſcura erat tempeſtas, & in aere multæ hærebant atræ nubes faſciarum inſtar diſpoſitæ, & commixtæ cum nubibus aliis clarioribus & levioribus, vel potius vaporibus tranſparentibus ſuper illis craſſioribus nubibus ſitis, ea in parte ubi Sol erat cum parelio, ita ut ſatis diſtincte Sol conſpiceretur trans illos vapores, cum denſiorum nubium aperturas ſubibat. Imago Solis ſeu parelius verſus ſeptentrionem erat Solis reſpectu ſitus, propiorque paulum Horizonti quam ipſe Sol, ejusdemque fere cum aſtro illo magnitudinis. Cum Dn. *de la Hire* primum oculos ad illum adverteret, ejus lumen erat maxime vividum, & pars Solem reſpiciens valde rubicunda. Cum autem validum illud lumen ſenſim extin-

Pag. 230. gueretur, in parte a Sole maxime remota in cœruleum abibat colorem, rubicundo ſemper durante, uſque dum ſpatium, quod parelius occupaverat, referret ſimilitudinem particulæ iridis per nubes viſæ ſectæque faſciis quibusdam obſcuris, quæque majorem longitudinem quam latitudinem haberet. Forſan eo tempore nihil reſtabat niſi iris, quæ ordinarie, dum hæc phænomena comparent, Solem ambit, & ſuper qua parelius conſpici ſolet. Non deprehendebatur tamen quidquam de illa, neque ſuper Solem, neque infra illum, neque etiam in latere Soli adverſo. Centrum parelii diſſitum erat a Solis centro $21\frac{1}{2}$ grad. circiter, & hæc diſtantia eadem ſemper manebat, quamdiu durabat parelius, atque ita motus ejus motum Solis æquabat. Non conſtat, quamdiu duraverit parelius, uſque dum a Dn. de la Hire primum conſpectus fuit; verum ab eo tempore, quo extingui cœperat ejus magnum lumen, uſque ad totalem iridis diſparitionem, interceſſerunt 20. minuta. Diameter iridis, in qua ordinarie parelius adparere ſolet, eſt circiter 43. grad. atque adeo dimidia interioris ex duabus iridibus, quæ adparent in guttis pluviæ: colores tamen in ea diſpoſiti ſunt, ut in exteriori. Quum ergo in

in phænomeno, quod Romæ anno *1629.* viſum fuit, duæ comparerent irides, & parelii eſſent in exteriori, neceſſe eſt ut colores utriusque eodem fuerint ordine poſiti, reſpectu centri communis ſeu Solis, ac in iridibus ordinariis. In eodem phænomeno Romano ſupra Solem erat ejus imago, in hoc vero Pariſienſi infra eundem.

Notandum quoque eſt, quod in iridibus, quæ circa corpora luminoſa adparent, quando lumen eorum per vaporem tranſit, v. g. quando candelæ flamma adſpicitur per vitrum halitu oris obductum, color rubicundus iridis quæ flammam cingit, extrorſum, cæruleus introrſum eſt ſitus: ſed in iride, quæ loco parelii remanet, colores diſpoſiti ſunt ordine contrario, rubicundus introrſum, extrorſum cæruleus. Dominus de la Hire quoque obſervavit, ſemidiametrum unius illorum circulorum alborum, qui quandoque circa Lunam adparent, fuiſſe 23. gr. 20. min. necnon halonum, aut circulorum circa Solem, ſemidiametros fuiſſe 22. gr. 45. min. Unde credibile ſit, irides in quibus adparent parelii, eodem formari modo, quo circuli illi albi & halones: nec tamen ullum ex his phænomenis gigni inſtar iridum ordinariarum in guttis pluviæ. Si enim bullula ſphærica aqua repleta ita exponatur Soli, ut faciat cum Sole angulum æqualem illi, quem circuli iſti efficiunt, nullus ibi color animadvertitur. Quandoque ſemidiameter illorum circulorum non eſt niſi 21. grad. id quod oriri poteſt ex natura corporis, quod illos efformat, & ex raritate aut denſitate aeris. Pag. 231.

Dominus *Varignon* novam *conjecturam* propoſuit *de duritie corporum*. Supponit autem, quamvis quies nullam vim habeat reſiſtendi motui, nihilominus vim aliquam ad motum producendum requiri; atque hinc concludit, difficultatem quam ſentimus in corpore aliquo frangendo ejusque dimovendo partes, provenire poſſe ex difficultate tantum producendi motus, quantum ad id requiritur. Cum enim plena ſint omnia, neceſſe eſt, ſi corporis alicujus partes ſeparentur, ut in earum locum aliæ ſuccedant, promptæque ſe accommodent ad omnes, quæ fiunt, aperturas; id quod fieri non poſſet, niſi ſejungerentur & illæ novæ partes ab his, quas contingunt, ſimulque alias ſibi ſucceſſuras in motum undique concitarenr, donec tandem apertura inter partes ſeparandas ſit proportionata magnitudini corporum, quibus circumdatur. Evidens ergo eſt, ut dividatur aliquod corpus, plura alia quoque eſſe dividenda, dandosque ipſorum partibus motus tam promptos & ſubitos, ut illico poſſint irruere in aperturas, quas occupare debent. Id quod tanto majorem vim requirit, quanto plura eodem ſunt dividenda tempore, & quo

magis

Tomi II. Supplem. Sect. V. magis concitati motus illis ſunt conciliandi. Proinde quia durities corporum non conſiſtit niſi in eo, quod ſuperari debet findendo, frangendo, & rumpendo illa, hinc neceſſario efficitur, illam forte non conſiſtere, niſi in difficultate faciendi una opera tot diviſiones, hoc eſt in difficultate abripiendi ſubito tantum materiæ in motum, eumque tam rapidum. Unde adparet, corpus eo durius eſſe, quo plures eodem tempore ad illud rumpendum diviſiones ſunt faciendæ inter partes aliorum corporum, quæ illud ambiunt. Et cum numerus diviſionum eo major foret, quo minores in partes corpora illa eſſent frangenda, & alias quoque partes illæ eo minores eſſent reddendæ, quo anguſtiores eſſent corporum illorum pori, manifeſte hinc ſequitur, corpora minus poroſa magis eſſe dura, & eo duriora, quo pori ſunt anguſtiores. Ita corpora, quorum pori eſſent indefinite parvi, ita dura forent, ut indefinite quoque magna potentia ad illa dividenda requireretur, ſi omnia plena ſupponantur. Contra duriſſimum quodcunque corpus in vacuo valde molle videretur, quoniam in vacuo ſolum illud eſſet dividendum, cum in pleno mille quoque alia eodem tempore ſint dividenda.

Pag. 232.

Dominus *Caſſinus*, quod ipſi nunquam antea licuerat, an. 1691, nocte quæ inter 19. & 20. Junii intercedit, *exactam conjunctionem quarti Satellitis Saturni cum ſtella quadam fixa* obſervavit, per tubum 34. ped. Tales obſervationes ad longitudines locorum determinandas facere poſſent, ſi tempora conjunctionum nota eſſent; id quod exactam minutiorum viſibilium ſtellarum requirit deſcriptionem, in qua efficienda Caſſinus jam elaborare cœpit. Conducunt etiam tales obſervationes ad dimetiendas diametros Planetarum apparentes, tanquam media maxime ſecura; uti Caſſinus oſtendit exemplo Saturni, cujus diametrum obſervationis tempore 45 ſecundorum fuiſſe concludit.

Dominus *Marchant grana quædam* rotunda invenit *in* duabus *quercubus* glandibus deſtitutis *extraordinariæ producta*, cum, ut ipſe ſuſpicatur, radix juſto major reſpectu ramorum nutriendorum, plus attraxiſſet, quam requirebatur, ſucci nutritii. Succus enim in teneros ſublatus ramulos, in eisque cum impetu motus, cum contineri non poſſet a ligni fibris, extra vaſa erupit, ſeque cum nonnullis ſuccis magis præparatis aptisque ad nutriendas alias potius partes arboris, quam folia, commiſcuit, & ex hac craſi ſuccorum calore Solis condenſatorum grana illa fuerunt enata, in quibus nullum ovulorum, muſcarum aut vermium ullorum veſtigium adparebat.

Dominus *Homberg* communicavit cum curioſis *modum præparandi Phoſphorum urentem Kunckelianum*, qui ſequitur: Capiatur uri-

urinæ recentis quantum lubet, evaporetur igne leni, ne bulliens ex vaſe effluat, donec reſtet materia nigra fere ſicca. Reponatur hæc materia in cella per tres quatuorve menſes, ut putreſcat, & poſtea duæ ejus libræ cum duplo arenæ aut boli probe commiſceantur, & retortæ non terreæ ſed lapideæ (cornue de grez) eique lutatæ immittantur, cui deinde vas recipiens vitreum capaciſſimum longoque inſtructum collo, in quod duo circiter canthari aquæ communis infuſi, aptetur, & igni libero exponatur. Principio lenis admodum ſit ignis ſpatio duarum horarum, ne materia nigra in ſpumam converſa exundet, ſed augeatur poſtea, ut fiat intenſiſſimus, isque alatur per tres ſequentes horas, ita tamen ut recipiens tegatur linteis aqua frigida madidis. Circa finem trium illarum horarum tranſibit in recipiens initio parum phlegmatis, deinde parum ſalis volatilis, poſtea multum olei nigri & fœtentis, & tandem materia phoſphori ſpecie nubium albarum, quæ lateri recipientis inſtar flavæ pelliculæ adhæreſcent, vel etiam fundum petent recipientis, inſtar arenularum minutarum. Non autem niſi poſtquam ignis ſua ſponte extinctus fuit, tollendum recipiens, ne forte igneſcat phoſphorus, ſi admittatur ad illum aer, dum adhuc calet recipiens. Ut vero grana illa parva in unam redigantur maſſam, proplaſmati tereti ex laminis ferreis parato induntur, idque, poſtquam aquæ parum eidem affuſum, igni adponitur, ut inſtar ceræ liqueſcant. Tunc aqua frigida additur, tamdiu, donec materia phoſphori concreſcat in cylindrum durum inſtar ceræ flavæ, qui poſtmodum in fruſtula comminuitur, ut indi poſſint ampullæ aqua repletæ, quæ ſolicite eſt obturanda. Quod ſi phoſphori 10. granis, dum cum ebullitione diſſolvi incipiunt, ab olei ſpicæ drachm. 2, in phiala longiuscula, ita ut duæ tertiæ partes ejus maneant vacuæ, ſuper candelæ flamma paululum incaleſcentia, affundatur drachma dimidia Mercurii, & fortiter ſuccutiatur phiala ſpatio 2 aut 3 minut. phoſphorus cum Mercurio amalgamatur, & ſi amalgama transferatur in locum obſcurum, totus ille igneus apparet.

Tom. II. Supplem. Sect. V.

Pag. 233.

Dominus *Caſſini* poſt Solis obitum verſus occidentem A. 1692. die 21. Martii obſervavit *lumen perpendiculariter elevatum ſuper horizontem*, lanceæque formam habens. Altitudo ejus erat 14. grad. latitudo duorum. Color flavus clarusque erat, ſed ſenſim fiebat obſcurior, tandemque ad igneum accedebat. Lumen hoc diſtinguebatur nubibus quibusdam longis & horizonti parallelis, videbaturque directe a Sole venire, cujus motum etiam ſequebatur; id quod facile adparebat comparanti illud cum objectis in horizonte ſitis. Phænomenon hoc rariſſimum eſt: annus quippe quadrageſimus agitur, ex quo Dominus Caſſini cœlum ſervat,

neque

Tomi II. Supplem. Sect. V. neque illi tamen niſi unicum adhuc ipſi ſimile viſum fuit, quod adparuit die 21. Maii Ann. 1672. poſt Solis occaſum circa 8. horam veſpertinam. Ejusdem erat figuræ eodemque in ſitu ad horizontem perpendiculari. Directe a Sole veniebat, ejusque motum ſequebatur. Altitudo ejus circiter 15. erat graduum. Sex horas durabat & 22. minut. & cum tranſiiſſet punctum occaſus Pag. 234. Solis ſolſtitialis æſtivi, diſparebat. Anno 1677. tempore eclipſis lunaris, Dominus Caſſinus vidit radios crucis efformantes ſpeciem, cujus brachia horizonti exacte parallela erant, pars vero transverſa brachiis duobus perpendicularis. Hoc phænomenon forſan non differt a duobus jam commemoratis; fortaſſis enim in duabus ultimis obſervationibus ſolum radii perpendiculares viſi ſunt, quia Sol erat ſub horizonte.

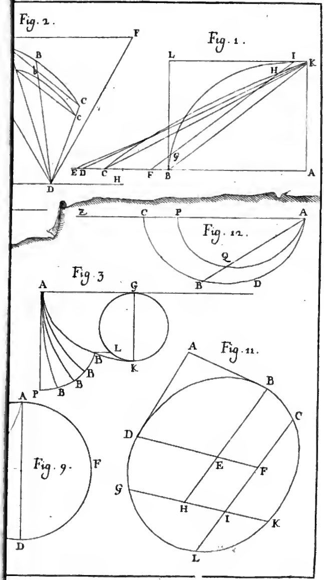
Pag. 276. Sect. VI.

MERCURII IN SOLE

Anno 1690. die 31. Octobr. ſt. vet. viſi, Obſervationes.

IN votis quidem nobis erat, rariſſimi hujus phænomeni hiſtoriam, a curioſis ejusdem obſervatoribus conquiſitam, Aſtrophilis quantocyus, & antequam novitatis gratiam exueret, communicare: ſed dum ſperatas hinc inde obſervationes fruſtra præſtolamur, id temporis nobis efluxit, ut eo quo conſtitueramus loco, hoc eſt in menſibus Actorum, eandem exhibere jam non amplius ſit integrum. Cœleſtium tamen rerum ſcrutatoribus non ingratum fore perſuaſi ſumus, ſi eorum quæ Amicorum ſtudio & humanitati accepta debemus, etiam poſt tantum temporis intervallum, vel in his Supplementis participes redderentur. Quamvis autem quæ a Clariſſimo *Kirchio* habemus, ipſe jam *Ephemeridibus* ſuis *ad annum 1692.* inſeruerit: iis tamen, ad quorum manus eæ non pervenere, repetita eorundem publicatione inſerviendum duximus. Junximus his obſervationes Reverendi P. *Kochanski*, & Domini *Wurzelbaueri:* nec indignam cenſuimus, quæ his annecteretur, obſervationem ruricolæ cujusdam, in vicinia noſtra habitantis, qui naturæ quodam inſtinctu ad Aſtronomica ſtudia propenſus, jam ab annis inde aliquot inſpectandis cœli ſiderumque viciſſitudinibus attentiſſime incubuit, cœloque favente hunc etiam Mercurii incurſum in Solem animadvertit.

Excer-


Fig. 2.
Fig. 1.
Fig. 12.
Fig 3
Fig. 11.
Fig. 9.

Excerptum ex literis R. P. A. A. KOCHANSKI *Varſavia* 10. *Nov. ſt. n.* 1690. *datis.* Tomi II. Supplem. Sect. VI.

Solito lætior mihi dies illa Novembris illuxerat, quod Horizontem ortivum ſereniorem paucisque nubeculis infuſcatum cernerem. Cum ergo domui noſtræ Varſavienſi, ortus hyemalis plagam templum Parochiale obſtruat, me ad arcem Regiam contuli; ubi capto in aula ſcenica commodo loco, absque mora Solem ipſum prorſus innubem cernens, eundem per Teleſcopium Romanum, quod olim celeberrimus *Euſtachius Divini* paraverat, intuitus, interpoſitis tamen ad attemperandos Solares radios, quaternis ta ulis ſpecularibus Venetis, ſaturati viroris, diſtinctiſſime conſpexi maculam nigram rotundam & quidem in ambitu ſuo accurate terminatam: tubus enim is opticus quanquam haud longior tribus pedibus Rhenanis cum quadrante, computatis una tribus lentibus ocularibus, egregie tamen objecta repræſentat, ipſos etiam comites Joviales hybernis noctibus illuni ac depurato cœlo. Situm igitur Mercurii in diſco Solari, non quidem ullis inſtrumentis, ſed ſola oculi æſtimatione deprehendi, Pag. 277. qualem *Figura Prima* exhibet (in qua lineæ oblique ductæ & punctis expreſſæ, a me tunc mente conceptæ ſunt, ut ex earum in- TAB. I. Fig. 1. terſectione Locum Mercurii in Diſco Solari memoria firmius retinerem, non ut tramitem vel orbitam curſus Mercurialis exprimerem; hæc enim ex una inſpectione obtineri non poterat) inſpectoque ſub idem tempus Sciatherico penſili mecum allato, quod conſtat duabus armillis æneis auro oblitis, Meridiano videlicet & Æquatore, cujus axis mobile gerit foramen pervium, eſtque opus Anglicum peritæ manus, inveni Horam apparentem 8, cum minutis 45 vel 48 proxime.

Verum cupidus ſpectandi hujus Phænomeni per Teleſcopium pedum 18, & illud quatuor vitris inſtructum, dum mirarer, id præter ſolitum, omnia confuſe referre, ac proinde in lentibus ocularibus debite diſponendis diutius immoratus, nequicquam tamen proficerem, (Vitrum quippe Objectivum incuria famuli Tubum bajulantis, ſede ſua motum oblique conſtiterat, quod tandem ſerius deprehendi) Mercurius interea temporis, quod ipſi ſolemne eſt cum turba Alchymiſtarum, me ſpemque meam deluſit hiantem, atque a Syzygia Solari abiit, exceſſit, erupit, evaſit. Spectarunt illum vicibus alternis duo Juvenes Ordinis noſtri, quos privata inſtitutione Matheſeos Elementis imbuendos ſuſcepi; hi, dum ego cum Teleſcopio illo majore luctarer, identidem exclamabant; video illum ad marginem Solis: quod ego platice dictum ratus, exiſtimabam mihi tempus abunde ſuperfore, pro appulſu ☿ ad Limbum ☉ diligentius obſervandum: At pau-

Tomi II. Supplem. Sect. VI. lo poſt inſpecto Sole, hunc omni parte illuſtrem comparere, plurimum indolui. Conjecturam tamen prudenter inſtituendo, dixerim limbum Solarem a Mercurio peregrinante, Hora 9 Solari, quam proxime ſuperatum eſſe. Latitudinem porro Urbis Varſavienſis, a *T. Livio Burattini*, viro in Mathematicis verſato, deprehenſam eſſe grad. 52. cum 15. minutis, ex ipſomet, dum ſupereſſet, audiviſſe memini. De Longitudine certi nihil auſim pronunciare.

Excerptum ex Ephemer. GODOFREDI KIRCHII *A.1692.*

Pag. 278. Erfordiam delatus, quoties nocte obſervationem prægreſſa ſerenitate frui licuit, fixarum quarundam conſectabar altitudines, quas cum Solis altitudinibus poſt egreſſum Mercurii obſervatis, ſequens Tabula oſtendit:

Ordo obſervationum.	Tempora ſecundum Horolog. Oſcillator. H. ′ ″	Altitudines. Gr. ′	Tempora ex altitudinibus ſupputata H. ′ ″	Differentię ′ ″
		Proc.		
1	2. 9. 0	38. 5	2. 16. 5	7. 5
2	2. 12. 30	38. 25	2. 19. 17	6. 47
3	2. 14. 35	38. 40	2. 21. 40	7. 5
4	2. 16. 20	38. 55	2. 24. 20	8. 0
5	2. 18. 43	39. 12	2. 27. 8	8. 25
		Reguli		
6	2. 26. 34	26. 35	2. 32. 3	5. 29
7	2. 28. 22	27. 10	2. 35. 54	7. 32
8	2. 34. 14	27. 55	2. 40. 42	6. 28
9	2. 36. 57	28. 15	2. 42. 53	5. 56
10	2. 39. 16	28. 48	2. 46. 37	7. 21
11	2. 41. 49	29. 0	2. 47. 56	6. 7
		Arct.		
12	5. 46. 43	24. 20	5. 51. 25	4. 42
13	5. 48. 55	24. 42	5. 53. 42	4. 47
14	5. 50. 39	24. 55	5. 55. 1	4. 22
15	5. 51. 58	25. 6	5. 56. 12	4. 14
16	5. 53. 3	25. 22	5. 57. 57	4. 54
17	5. 54. 29	25. 30	5. 58. 49	4. 20
18	6. 19. 53	29. 6	6. 21. 36	1. 43
19	6. 21. 21	29. 38	6. 25. 4	3. 43
20	6. 22. 35	29. 43	6. 25. 40	3. 5

Ordo Obſervationum. Calcul.	Tempora ſecundum Horolog. Oſcillator. H ′ ″	Altitudines Solis. G. ′	Tempora ex altitudinibus ſupputata H ′ ″	Differentię ′ ″
21 t	7. 40. 0	obſerv.	7. 43. 0	3. 0
22 e	7. 45. 0	g.	7. 48. 0	3. 0
23 a	8. 7. 0	n.	8. 10. 0	3. 0
24 c	8. 11. 0	i.	8. 13. 0	3. 0
25 b	8. 20. 0		8. 23. 0	3. 0
26 a	8. 24. 0	a.	8. 27. 0	3. 0
27	8. 55. 15	11. 0	8. 58. 12	2. 57
28	8. 56. 45	11. 5	8. 59. 12	2. 27
29	8. 57. 34	11. 12	9. 0. 4	2. 30
30	8. 58. 24	11. 17	9. 1. 0	2. 36
31	8. 59. 13	11. 23	9. 1. 56	2. 43
32	9. 0. 36	11. 32	9. 3. 12	2. 36
33	9. 1. 50	11. 36	9. 3. 48	1. 58
34	9. 2. 42	11. 47	9. 5. 54	3. 2
35	10. 2. 13	17. 4	10. 4. 12	1. 59
36	10. 3. 16	17. 12	10. 5. 44	2. 28
37	10. 3. 56	17. 12	10. 5. 44	1. 48
38	10. 4. 34	17. 20	10. 7. 36	3. 2
39	10. 5. 46	17. 24	10. 8. 28	2. 42
40	10. 6. 15	17. 28	10. 9. 24	3. 9
41	10. 7. 51	17. 30	10. 9. 52	2. 1
42	10. 8. 46	17. 36	10. 11. 12	2. 26
43	10. 9. 35	17. 40	10. 12. 8	2. 33
44	10. 10. 53	17. 46	10. 13. 36	2. 43

Ipſe Sol quamprimum mihi poſt horam 7, 30 min. redditus eſt, Mercurium tam in Tabella per tubum 13 pedum, quam directo intuitu, per tubum octo pedum, quatuor vitris coloratis inſtructum, ſed fruſtra quærebam. Immutato autem non nihil partium Teleſcopii prioris ſitu H. 7, 40 min. Mercurius in Tabula diſtincte ſatis apparuit, Solari maculæ non abſimilis, & niſi fallit memoria, propior Teleſcopii limbo oblongior, centro vero rotundior videbatur. Hor. 7, 45 min. horologii mei oſcillatorii, attentius Mercurii rimatus ſum magnitudinem, conjectisque in chartam aliquot variæ magnitudinis punctulis, in eadem linea diſpoſitis, eadem cum Mercurio contendebam: eoque puncto, ad cujus magnitudinem proxime accedere videbatur, microſcopii ope omni cura adhibita examinato, diametrum ejus 15 ſecunda non excedere animadverti. Hoc ipſo quoque tempore circa H. 7. 45 min. locum Mercurii *g* (*Fig.* 2.) in Tabula ſubnotaveram, in limbo Solis inferiori deſignatum; cum ejus diſtantia in ſuperiori Solis limbo non amplior quam 2. min. 45 ſecundorum, & circiter prope *k*, eſſet: Unde colligere licet, refractionem limbi Solaris inferioris $2\frac{1}{4}$ minutis ſuperaſſe refractionem limbi ſuperioris, adeoque diſcum Solarem ellipticum apparuiſſe. Hora 8, min. 7. & 11 Mercurio cum proximo limbo Solis notato, diſtantiaque in diſcum Solis relata, Mercurium in *b* & *i* me deprehendiſſe video. Ab Hora 8, 20 min. nubeculæ tenuiores Mercurium oculis meis abſtulerant, & paulo poſt etiam Solem obſcuraverant nubes: quibus diſſipatis Mercurius Hor. 8, 24 min. limbum Solis attingebat in *a*, totumque ejus corpus Soli adhuc erat immerſum, mox vero nubes quædam labores meos iterum turbabant. Annotaveram tamen antea regionem egreſſus, quam 15. gr. a vertice ſeptentrionem verſus eſſe deprehendi. Si itaque quæratur angulus Eclipticæ cum verticali, tempore memorato egreſſus Mercurii, Eclipticam invenio 43 gr. 25 min. meridiem verſus, quibus ſi addas 15 gr. egreſſus Mercurii a verticali, habebis 58 grad. 25 min. egreſſus Mercurii ab Ecliptica. Si præterea angulum viæ viſæ Mercurii cum Ecliptica ſtatuamus 8 gr. 15 min. quantum calculus ſecundum *Tab. Rudolph.* inſtitutus ſubindicat, non contradicentibus obſervationibus antea factis; necnon Solis ſemidiametrum, quantam recentiſſimæ optimæque obſervationes definiunt, 16 min. 17 ſec. ut & horarium Mercurii a Sole motum 6 min. 2. ſec. quem obſervationes *Dnn. Galleti* & *Halleii* anni 1677 me docuere, ſequentia ex obſervatione noſtra colligere licebit.

Tomi II. Supplem. Sect. VI. Pag. 279.

TAB. I. Fig. 2.

Pag. 280.

	Erfurti.		Uraniburgi.	
	T. Med.	T. App.	T. Med.	T. App.
	H. ′ ″	H. ′ ″	H. ′ ″	H. ′ ″
Ingreſſus Mercurii in diſcum Solis.	4. 50. 36	5. 0. 30	4. 54. 36	5. 4. 30
Appropinquatio centrorum proxim.	6. 34. 21	6. 44. 15	6. 38. 21	6. 48. 15
Egreſſus Mercurii e diſco Solis.	8. 18. 6	8. 28. 0	8. 22. 6	8. 32. 0
Tota Duratio.	3. 27. 30	3. 27. 30	3. 27. 30	3. 27. 30
Latitudo Mercurii tempore Ingreſſus.	10. 53	10. 53	10. 53	10. 53
Arcus inter centra in Conjunctione.	12. 30	12. 30	12. 30	12. 30
Latitudo Mercurii tempore Egreſſ.	13. 52	13. 52	13. 52	13. 52

Et huic rei magis innitendum eſſe exiſtimo, quam obſervationibus, quæ Mercurium literis *g*, *h*, *i*, in diſco Solis notatum exhibent; viſa enim illa Mercurii via tantum non impoſſibilis mihi videtur, maxime quod magnum nimis cum Ecliptica efficiat angulum: interim tamen optima fide omnia ita ut a me fuere deprehenſa, Lectori communicare volui, nec quicquam auſus fui curioſa emendatione immutare. Viam porro Mercurii, prout eam ex gradu egreſſus colligere licuit, totam delineavi, & ſub literis *f*, *e*, *d*, *c*, *b*, *a*, iis ſemper in locis exhibui, quæ ille in obſervationibus occupare debebat. Quod vero obſervationes *g*, *h*, *i*, cum calculo egreſſus minus accurate conſentiant, id ad refractionem refero, cum aeris, tum vitrorum teleſcopii, qua de re alio loco.

Mercurius in Sole obſervatus Norimbergæ A. O. R. 1690. d. ult. Octobr. JOH. PHIL. WURZELBAUR.

TAB. I. Fig. 3.		Tempora Horol. Oſcillator.		Tempora ſupputata
	d. 30. Oct.	H. M. S.		H. M. S.
	p. m.	6. 32. 0.	culminat Os Pegaſi	9. 28. 45
		9. 0. 0.	culm. Cap. Andromedæ.	8. 52. 17
		9. 4. 0.	culm. Jupiter.	
Pag. 281.	d. 31. Oct.	6. 30. 0.	Cœlum undiquaq; nubibus obductum ut	
	a. m.	7. 30. 0.	Solis exortus obſervari nequierit.	
		8. 0. 0.	Nubes ab occaſu verſus ortum propelluntur, & vi ventorum ibidem ad horizontem conſtipantur.	
		8. 30. 0.	Sol e nubibus emerſit. Mercurius in diſco	

ſco ejus ſuperne a verticali ad dextram, revera ad lævam, diſtans plus quam dimidio digito a limbo, exituriens apparet.

8.36. o. Mercurius poſtquam undulanti Solis limbo ad Min. temporis circ. adhæſitavit, exit ad 14° a Zenith Septentrionem verſus.

8.49. o.	Altitudo Solis	10. 5.	8.38.38
8.59.45.	Altitudo Solis	11.10.	8.47.48
9. 7.10.	Altitudo Solis	12.10.	8.56.24
9.50. o.	Altitudo Solis	16.28.	9.38. 7
11. 1.30.	Altitudo Solis	21.31.	10.46.32

12. o. o. Obſervationem Solis meridianam cœlum nubilis denuo obductum denegavit.

Ratio diametrorum Solis & nuclei Mercurii, dum lucido Solis diſco immorabatur, quantum per auram haud ſatis defæcatam conjici poterat, erat ut 1000 ad 8½. Poſt autem quam ad limbum Solis pervenerat, ejuſque limbo undulanti ad minutum fere adhæſitaret, & genuinam rotunditatem ſuam (quæ antea ex luce diſci Solaris formam quaſi ellipticam mentiebatur) recuperarat, erat ut 1000 ad 12½.

Idem Mercurii tranſitus ibidem *a Domino Sebaſtiano Braunio* obſervatus, exitum ex diſco exhibuit Sole 8°. 45 alto, hoc eſt Hor. 8. 27. 40.

Eadem Obſervatio Sommerfeldiæ, pago a Lipſia milliari Germanico meſocæciam verſus diſtante, a MICHAELE ARNOLDO (*quem heri, die nempe 15. April. anni hujus 1695. e vivis exceſſiſſe, dum hæc ſcriberemus, inviti accepimus*) *habita die 31. Octobr. ſt. vet. 1690.*

Poſtquam Sol mane ex nubibus, circa Horizontem ortivum conſiſtentibus emerſiſſet, capta ejus altitudine 50. minutorum, ſtatim perpendiculi mei vibrationes, quarum undecim 10. ſec. reſpondent, ope alterius adminiſtri numerare occepi. Quanquam vero tunc temporis Sol conſpicuus eſſet, aura tamen non uſquequaque defæcata, Mercurium non ſtatim deprehendere potui. Cæterum ſpeciem Solis per tubum 11½ pedum micrometro inſtructum in alba Tabella, cujus magnitudinem *Figura* 4. refert, excepi; extremis diſci duobus digitis in quinque partes diviſis, appenſo etiam pro retinendo ſitu Tabellæ verticali, perpendiculo. Pro determinanda

Pag. 282.

TAB. I. Fig. 4.

Tomi II. Supplem. Sect. VI. da Mercurii magnitudine, deſcriptis in charta diverſis rotundis punctis aut orbiculis diverſæ magnitudinis, iisque umbræ Mercuriali applicatis, diameter ejus 135tam partem diametri Solaris æquare, adeoque 15. ſec. fere, mihi viſa eſt. Exitum ejus ex diſco Solari nubes poſt quintam Mercurii ſtationem plagam orientis infeſtantes, intercepere; quæ toto reliquo antemeridiano tempore Solem obtexere.

Vibrat. perpend.	Obſerv. Mercur.	Altit. Solis.		Temp. Vibrat.	
·		°	′	′	″
0.	- - -	0.	50.		
600.	1.	- - -		9.	6.
1000.	2.	- - -		15.	10.
1500.	- - -	3.	45.	22.	45.
2100.	3.	- - -		31.	51.
2200.	- - -	5.	7.	33.	22.
2600.	4.	- - -		39.	26.
2800.	Diam. Solis. {	vertic.		32.	20.
		horiz.		32.	36.
3400.	5.	- - -		51.	34.

Pag. 289.

EXCERPTA EX LITERIS

ILLUSTRIS D. MARCHIONIS HOSPITALII

ad JOH. BERNOULLI, *addenda ejus Solutioni problematis æquilibrii in Actis Eruditorum Lipſienſibus A. 1695. pag. 95. publicatæ.*

Pag. 290. VIxdum accepi poſtremas tuas, in quibus ſignificas, eſſe tibi methodum conſtruendi generaliter per communem Geometriam problema *æquilibrii*, cum & ipſe e veſtigio hujusmodi conſtructionem eruerem, quam mitto, ut videas quouſque tuæ conſpiret, eamque Actis Lipſienſibus inſeri cures. *Eſto in plano verticali data curva quæcunque VBH, quæritur altera CMN, ita ut duo pondera data B, M, alligata communi filo BCM ambienti trochleam fixam C, curvis ubivis impoſita æquilibrentur.*

TAB. I. Fig. 5.

Conſtr. Centro C & radio CQ æquali filo BCM deſcripto circulo QD, ac per quodvis curvæ punctum B ductis applicata BE radioque CBD, fiat ut pondus M ad pondus B, ita abſciſſa AE

ad

ad abſciſſam CP, & agatur PM parallela ipſi BE, quo facto deſcriptus centro C & intervallo BD arcus circuli ſecabit PM in puncto M quod erit in curva quæſita. Tomi II. Supplem. Sect. VI.

Demonſtr. Concipiantur pondera B, M per minimum moveri, ita ut filum ſumat ſitum *b*C*m*, & ductis applicatis BE, *be* & MP, *mp*, deſcribantur centro C arculi minimi BT, MO; & agantur axi parallelæ rectæ minimæ BS, MR, curvæque perpendicularis BK. Ex conſtructione pondus M eſt ad pondus B :: AE.CP :: A*e*. C*p* :: A*e* — AE ſeu E*e* ſeu BS. C*p* — CP ſeu P*p* ſeu MR, ideoque B × BS = M × MR; quoniam vero BCM = *b*C*m*, ſequitur T*b* eſſe = O*m* & proinde $\frac{B \times BS}{Tb} = \frac{M \times MR}{Om}$. Jam ab angulis CBT, KB*b* rectis ablato eodem CB*b*, relinquuntur æquales TB*b*, CBK. Ita etiam angulus S*b*B vel EB*b* = CKB quia uterque cum angulo EBK conſtituit rectum: Ergo T*b* eſt ad BS ut ſinus anguli CBK ad ſinum anguli CKB; unde ex ſtaticis regulis colligitur $\frac{B \times BS}{Tb}$ exprimere conatum quo pondus B agit in pondus M, & viciſſim demonſtrabitur $\frac{M \times MR}{Om}$ eſſe conatum quo hoc agit in illud. Cum itaque hi conatus ſint æquales, æquilibrium fiet. Q. E. D. Exinde ſatis liquet, punctum fixum trochleæ C cadere poſſe & ſupra & infra & in ipſum verticem curvæ VBH, adeoque originem abſciſſarum AE ad arbitrium infra horizontem AH eſſe ſumendam. Pag. 291.

Corollar. Exiſtente curva VBH geometrica, erit & CMN geometrica.

Joh. Bernoulli Additio.

Hac occaſione proponam Geometris aliud jucundum problema curvæ, quæ cum Iſochrona tam Hugeniana quam Leibnitiana non parum affinitatis habet. Quæritur nimirum in plano verticali curva ABC, in qua corpus B propria gravitate & libere deſcendens premat curvam ſemper æquali vi centrifuga, vel quod eodem redit, ut curvæ DE, ex cujus evolutione progignitur quæſita ABC circumplicatum filum BE ſeſe evolvendo a pondere appenſo B æquales vires tendentes patiatur, adeoque quovis momento eadem fili firmitas requiratur. Tab. I. Fig. 6.

Problemati huic ſatisfaciunt plures variorum graduum curvæ.

DIS-

Tomi II. Supplem. Sect. VII. Pag. 328.

DISCURSUS DE PROPORTIONALI CALORE SOLIS

in omnibus latitudinibus, cum methodo eum colligendi, lectus coram Societate Regia ab E. Halley.

Translatus ex Tranſact. Anglic. Ann. 1693. pag. 878. ſſ.

CUM nuper ſermo haberetur de parte caloris aeris, quæ ſimpliciter actione Solis producitur, affirmavi ego, ſi hæc tanquam ſola cauſa æſtus illius conſideraretur, me nullam videre rationem, cur non ſub Polo ſolſtitialis dies æque ferveret atque ſub Æquinoctiali, cum Sol ſit verticalis, ſeu ſupra Zenith exiſtit: idque hanc ob cauſam, quia omnibus 24. horis diei ſub Polo Solis radii ſunt inclinati ad horizontem angulo $23\frac{1}{2}$ grad. & ſub Æquinoctiali, licet verticalis Sol fiat, non diutius ille lucet, quam 12 horis; reliquis a. 12. hor. abeſt, neque per 3 hor. 8 min. ex illis 12 tantum elevatus eſt, atque ſub ipſo Polo; adeo ut non ſit ſpatio 9 horarum ex 24 altior, quam ibi eſt, contra vero per 15 hor. depreſſior. Jam vero ſimplex Solis actio, non ſecus ac omnes reliqui impulſus aut ictus, plus aut minus valida eſt, pro ratione ſinuum angulorum incidentiæ, aut perpendicularium in planum cadentium: unde ſi verticalis radius, qui maximum parit calorem, ſumatur pro *radio*, vis Solis in horizontalem ſuperficiem telluris erit ad maximam, ut *ſinus* altitudinis Solis alio quovis tempore ad radium. Quo conceſſo, ſequetur, ſi tempus, quo lucet continue Sol, ſumatur pro baſi, & ſuper eam ſinus Solarium altitudinum erigantur tanquam perpendiculares, perque extrema ſinuum ducatur curva, aream comprehenſam fore analogam collectioni caloris omnium radiorum Solarium in eo temporis ſpatio. Hinc efficitur, ſub Polo collectionem univerſi caloris diei tropici eſſe proportionalem rectangulo ſinus $23\frac{1}{2}$ gr. ducti in 24 hor. ſeu circumferentiam circuli: hoc eſt cum ſinus $23\frac{1}{2}$ gr. vix ſit $\frac{4}{10}$ radii, ut $\frac{5}{10}$ in 12 hor. Polaris itaque calor eſt æqualis calori Solis continuas 12 hor. ſupra horizontem morantis, in altitudine 53 gr. qua Sol non magis elevatus eſt, 5 horarum ſpatio, ſub Æquinoctiali. Sed ut hæc res melius intelligatur, Schemate quodam illam declaravi, (*Fig.* 1.) in quo area ZGHH eſt æqualis areæ omnium ſinuum altitudinum Solarium ſub Æquinoctiali, erectorum ſuper horas reſpectivas ab ortu Solis uſque ad Zenith; & area ♋ H H ♋ eſt in eadem proportione ad calorem pro iisdem 6 horis ſub Polo, in die Tropicali; & ⊙HHQ eſt proportionalis collecto calori horis 12,

Pag. 329. Tab. I. Fig. 1.

riſ 12, aut dimidio die, ſub Polo, quod ſpatium ⊙HHQ viſibiliter tanto majus eſt altera area HZGH, quanto ſcil. area HGQ eſt major area ZGO. Quod ita eſſe, vel oculis manifeſtum eſt, exceſſu ſatis magno, & tantum quoque proportionaliter calor Solis 24. hor. lucentis ſub Polo, excedit calorem 12 horarum ſub Æquinoctiali. Hinc, cæteris paribus, non ſine ratione concluditur, ſi Sol perpetuo eſſet ſub Tropico, Polum tanto laboraturum æſtu, quantus jam ſub Linea Æquatoris ſentitur. Tomi II. Supplem. Sect. VII.

Quandoquidem vero natura caloris ea eſt, ut in ſubjecto remaneat, poſtquam cauſa calefaciens eſt remota, præcipue in aere: hinc fit ut abſentia Solis 12 horarum ſub Æquinoctiali parum minuat motum impreſſum a præterita actione radiorum ſuorum, in quo calor conſiſtit, antequam rurſus oriatur. Sed ſub Polo diuturna per 6 menſes Solis abſentia, quibus ſummum frigus regnat, tantum algorem incuſſit aeri, ut quaſi gelatus ſit, nec poſſit, niſi Sol prope acceſſerit, ſentire præſentiam ejus; quoniam intercipiuntur ejus radii a denſis nubibus, perpetuis nebulis, illaque frigoris atmoſphæra (ut honorab. Dn. Boyle loqui ſolebat) quæ procedit a glacie ſempiterna, a cujus vaſta mole rigeſcit aer vicinus, quamque nimis feſtinus Solis receſſus non colliqueſcentem relinquit, ut denuo increſcat durante longa hyeme, quæ breve æſtatis intervallum conſequitur. Verum diverſi gradus caloris & frigoris in diverſis locis magna ex parte dependent ex accidentaria vicinitate altorum montium, quorum altitudo valde frigefacit aerem, qui a ventis ſuper illos defertur: & ex natura ſoli, quod varie calorem retinet, præſertim ſabuloſi, quale in Africa, Arabia, & ubicunque deſerta talia arenoſa reperiuntur, calorem æſtatis tantum auget, ut incredibilis non expertis videatur.

Cogitationibus his primis inſiſtens ſolvi problema generaliter, nempe: *exhibere proportionalem gradum caloris, aut ſummam omnium ſinuum altitudinum Solarium, quamdiu eſt ſupra horizontem in ſphæra quacunque obliqua*, reducendo id ad inventionem curvæ ſuperficiei ungulæ cylindricæ, aut partis ex illa datæ.

Hoc autem problema tantæ difficultatis non eſt, quantæ prima fronte apparet. Nam ſit (*Fig.* 2.) cylindrus ABCD ſectus oblique ellipſi BKDI, & ex centro ejus H deſcribatur circulus IKLM, dico curvam ſuperficiem IKLB eſſe æqualem rectangulo ex IK in BL, vel ex HK in 2BL aut BC. Etſi alius ſupponatur circulus, ut NQPO ſecans dictam ellipſin in punctis P & Q, ducantur PS, QR parallelæ ad cylindri axem, donec concurrant cum circulo dicto IKLM in punctis R, S, deſignentur quoque lineæ RTS, QVP biſectæ in T & V. Dico rurſus curvam ſuperficiem RMSQDP eſſe æqualem rectangulo BL aut MD du- Pag. 330. TAB. I. Fig. 2.

 ctæ

Tomi II. Supplem. Sect. VII. ctæ in RS, aut 2BL ſeu AD in ST aut VP; & curvam ſuperficiem QNPD eſſe æqualem RS in MD — arc. RMS in SP, ſeu arcui MS in 2SP; vel eſſe æqualem ſuperficiei RMSQDP, ſubtracta. ſuperficie RMSQNP. Ita curva ſuperficies QBPO eſt æqualis ſummæ ſuperficiei RMSQDP, (ſeu rectang. RS in MD,) & ſuperficiei RLSQOP (ſeu rectang. arcus LS in 2SP.)

Hoc facile demonſtratur conſiderando, cylindricam ſuperficiem IKLB eſſe ad inſcriptam ſphæricam ſuperficiem IKLE, ſive quoad totam ſeu quoad analogas partes, ut tangens BL eſt ad arcum EL, & ex demonſtrat. Archim. de Sphæra & Cilindro Lib. I, prop. 30, & 37, 38, quas hic non repetam, ſed Lectori examinandas relinquam, qui operam non perdet, ſi conſulat D. Barrovii doctas Lectiones in hunc librum, editas Londini A. 1684. nempe Probl. IX. ejusque Corollar.

Jam ut reducatur noſter caſus ſummæ omnium ſinuum Solaris altitudinis in data declinatione & latitudine ad prædictum Pro-
Fig. 3. blema. Conſideretur *Fig.* 3, quæ eſt analemma projectum in planum Meridiani, Z eſt Zenith, P Polus, HH Horizon, *ææ* Æquinoctialis, ♋♋, ♑♑ duo Tropici, ♋ I ſinus altitudinis meridianæ in ♋: huic æqualis ſed perpendicularis ad Tropicum erigatur ♋ 1, & ducatur linea T 1 interſecans Horizontem in T & horæ ſextæ circulum in puncto 4, eritque 64 æqualis 6R, ſeu ſinui altitudinis hor. 6, idemque fiat pro quovis alio puncto in Tropico, erigendo perpendicularem terminatam linea T 1; per punctum 4 ducatur linea 457 parallela Tropico & repræſentans circulum ei æqualem, reſpondebit tunc Tropicus ♋♋ in Fig. 3, circulo NOPQ Fig. 9, circulus 457 reſpondebit circulo IKLM,
Pag. 331. T 4 1 elliptico ſegmento QIBKP, 6R aut 64 reſpondebit SP, 51 vero BL, arcus autem ♋ T arcui LS, cum ſit arcus ſemidiurnalis in hac latitudine & declinatione, cujus ſinus, licet non poſſit exprimi in Fig. 3, debet concipi analogus lineæ TS aut UP, in Fig. 2.

Quæ relatio inter has duas figuras ſi probe intelligatur, ex præcedentibus conſequetur, quod *ſumma ſinuum meridianarum Solis altitudinum in duobus Tropicis, (atque ita etiam in aliis duobus oppoſitis parallelis) multiplicata per ſinum arcus ſemidiurni efficiat aream analogam curvæ ſuperficiei RMSQDP; & ſi ei addatur in æſtate, aut ſubtrahatur in hyeme, productum ex longitudine arcus ſemidiurni, (aſſumpta ſecundum* Lud. van Ceulen *numeros) in differentiam dictorum ſinuum altitudinis meridianæ; ſumma priori, differentia poſteriori in caſu, ſit ut aggregatum omnium ſinuum Solaris altitudinis, quamdiu ſuper horizonte commoratur, & conſequenter omnis ejus caloris ſeu actionis in planum horizon-*

tis

tis die propoſito. Idem quoque extendi poteſt ad partes ejusdem diei. Nam ſi antea dicta ſumma ſinuum meridianarum altitudinum multiplicetur per dimidium ſummæ ſinuum diſtantiæ horariæ Solis a meridie, quando tempora ſunt antemeridiana aut pomeridiana; aut per dimidium differentiæ illorum, quando utraque ſunt ad eandem meridiani partem, addaturque in æſtate, vel dematur in hyeme, productum dimidii arcus, reſpondentis propoſito temporis intervallo, in differentiam ſinuum meridianarum altitudinum; erit ſumma uno, differentia altero in caſu, proportionalis univerſæ Solis actioni durante illo temporis ſpatio.

Prævideo equidem fore, ut mihi objiciatur, me radium circuli, ſuper quem perpendiculares erigo, eundem ſemper aſſumere, cum tamen paralleli declinationis ſint inæquales; verum reſpondeo, dictam noſtram baſin circularem non debere eſſe analogam parallelis, ſed temporibus revolutionis, quæ in omnibus ſunt æqualia.

Utile forſan erit dare exemplum computationis ſecundum hanc regulam, quæ difficilis quibusdam videri poteſt. Quæratur ergo Solſtitialis calor in ♋ & ♑ Londini, cujus Latitud. 51, 32.

Pag. 332.

° ′			° ′
38. 28.	Compl. Lat.	Differ. Aſcenſ.	33. 11.
23. 30.	Decl. Sol.	Arc. Semid. æſtiv.	123. 11.
61. 58.	Sinus =, 882674	Arc. Semid. hyb.	56. 49. Sin. 836923.
14. 58.	Sinus =, 258257	Arc. æſtivi menſur.	2, 149955.
Summa	1, 140931	Arc. hyb. menſur.	991683.
Different.	624417		

Hinc 1, 140931 in, 836923 +, 624417 in 2, 149955 = 2, 29734
Et 1, 140931 in, 836923 —, 624417 in , 991683 = 33895.
Itaut 2, 29734 ſit ut calor diei Tropicalis æſtivi, & 0. 33895, ut actio Solis in die Solſtitii hyberni.

Hoc modo ſupputavi ſequentem Tabulam, pro decimo quovis Latitudinis gradu, reſpectu Æquinoctialis & Tropicalis Solis, ex qua de intermediis quoque gradibus judicium ferri poteſt:

Tomi II. Supplem. Sect. VII.

Lat.	Sol in ♈ ♎	Sol in ♋	Sol in ♑
0	20000	18341	18341
10	19696	20290	15834
20	18794	21737	13166
30	17321	22651	10124
40	15321	23048	6944
50	12855	22991	3798
60	10000	22773	1075
70	6840	23543	000
80	3473	24673	000
90	0000	25055	000

Qui plura de hujus Problematis natura, quantum ad Geometriam ſpectat, cognoſcere deſiderat, benefaciet, ſi conſerat Prop. XIII. Cap.V, docti tractatus de Calculo centri gravitatis, D. Walliſii editi A. 1670.

Ex hac Regula ſequuntur plurima Corollaria notatu digna v.g. Pag. 333. (1) Quod Æquinoctialis calor, quando Sol ſit verticalis, ſit ut duplum quadrati radii, qui inſtar menſuræ eſſe poteſt, cum quo fieri poſſit in reliquis caſibus omnibus comparatio. (2) Quod ſub Æquinoctiali calor ſit ut ſinus declinationis Solis. (3) Quod in frigidis Zonis, quando Sol non occidit, calor ſit ut circumferentia circuli ducta in ſinum altitudinis hor. *6*; & conſequenter, quod in eadem latitudine aggregata illa caloris ſint ut ſinus declinationis Solis; & in eadem Solis declinatione, ut ſinus latitudinis: vel generaliter, ut ſinus latitudinis ducti in ſinus declinationis. (4) Quod Æquinoctialis diei calor ſit ubique ut coſinus latitudinis. (5) Quod in omnibus locis, ubi Sol occidit, differentia inter calorem æſtivum & hybernum, cum declinationes ſunt contrariæ, ſit æqualis circulo in ſinum altitudinis hor. *6.* in parallelo æſtivo, & conſequenter hæ differentiæ ſint ut ſinus latitudinis ducti in ſinus declinationis. (6) Ex tabula addita apparet, quod Sol Tropicalis ſub Æquinoctiali minimam omnium vim exſerat; ſub polo major ſit, quam cujuſcunque alterius diei calor, cum ſit ad Æquinoctialem ut 5 ad 4.

Ex hac tabula corollariiſque generalis poteſt concipi idea ſummæ omnium actionum Solis in toto anno, illaque pars caloris quæ ſimpliciter a præſentia Solis oritur reduci ad Geometricam certitudinem. Idem ſi fieri poſſet in frigore, quod aliud quoddam eſt quam nuda abſentia Solis, ut ex multis experimentis apparet, ſpes foret ejus quod ad hanc Meteorologiæ partem refertur, ad perfectam redigendi theoriam.

SPE-

Digitized by Google

Tom. II. Supplem. Sect. VII.

SPECIMEN EXCELLENTIÆ ALGEBRÆ MODERNÆ,

in reſolutione Problematis, de inveniendis univerſaliter focis opticorum vitrorum,

Auctore E. Halley, S.R.S.

Translatum ex Actis Philoſophicis Anglicanis, Menſ. Novembr. An. 1693. pag. 960.

Excellentia modernæ Geometriæ nulla in re comparet evidentius, quam in plenis & adæquatis Problematum reſolutionibus: dum omnes poſſibiles caſus ſimul repræſentat, atque uno ſæpe theoremate integras ſcientias complectitur, quæ in propoſitiones prolixe deductæ & veterum more demonſtratæ ſpiſſos tractatus poſſent conſtituere. Quodcunque enim theorema ſolvit maxime implicatum alicujus generis problema, id debita reductione adhibita ad omnes quoque ſubordinatos caſus extenditur. Hujus rei illuſtre dabo ſpecimen ex doctrina Dioptrica. Pag. 334.

Problema autem hoc agit *de inveniendo foco cujuſcunque lentis, expoſitæ ſeu convergentibus ſeu divergentibus a parallelis radiis luminis, procedentibus a certo aut tendentibus verſus datum in axe lentis punctum, quæcunque ſit, pro diverſitate diaphanæ materiæ, ex qua lens formata, refractionis ratio, dataeque lentis craſſities inter vertices duorum ſegmentorum ſphæricorum*. Quod Problema ſolutum uno in caſu, exhibet, mutatis mutandis, theoremata pro omnibus caſibus poſſibilibus, ſive lens ſit utrinque convexa aut utrinque cava, ſive plano-convexa aut plano-concava, ſeu convexo-concava, quæ & meniſca vocatur. Id quod tamen intelligendum eſt tantum de illis radiis, qui axi lentis ſunt propiores, ita ut nullam ſenſibilem efficiant differentiam ſua ad illum inclinatione. Focus autem ab illis formatus a ſcriptoribus dioptricis principalis focus appellari ſolet, cum ejus in teleſcopiis & microſcopiis conſtruendis uſus ſit.

Sit ergo (*Fig.* 4.) BEβ lens utrinque convexa, C centrum ſegmenti EB, & κ centrum ſegmenti Eβ, Bβ craſſities lentis, D punctum in axe lentis: quæritur punctum F, in quo radii procedentes a puncto D colliguntur, ſi ratio refractionis ſit ut m ad n. Sit ergo diſtantia objecti DB = DA = d, (poſito puncto A eodem cum puncto B, quod hic quidem tanquam ab eo diſtans ſumitur ut linearum evitetur coincidentia) Radius ſegmenti ad objectum TAB. I. Fig. 4.

con-

Tom. II. Supplem. Sect. VII. converſi CB aut $CA = r$, Radius vero ſegmenti ab objecto averſi $K\beta$ aut $K\alpha = \rho$, $B\beta$ craſſities lentis $= t$, ſitque porro ſinus anguli incidentiæ DAG ad ſinum anguli refracti HAG ſeu $CA\varphi$, ut m ad n, erunt in angulis admodum exiguis ſinubus anguli proportionales. Ex quo conſequitur fore:

Ut d ad r; ita angulum ad C, ad angulum ad D, & $d+r$ ut angulum incidentiæ DAG; & porro $m.\ n :: d+r.\ \frac{dn + rn}{m}$, atque hoc exprimi angulum $GAH = CA\varphi$. Quo ſublato ex ACD, per d notato, relinquetur $\frac{md - nd - nr}{m}$, quod analogum erit angulo $A\varphi D$. Cumque hoc in caſu latera proportionalia ſint angu-
Pag. 335. lis, quibus ſubtenduntur, ſequetur quod uti angulus $A\varphi D$ eſt ad angulum $AD\varphi$, ita latus AD, aut BD, ſit ad $A\varphi$ aut $B\varphi$, h.e. quod $B\varphi$ ſit $= \frac{mdr}{md - nd - nr}$, quod oſtendit quo in puncto radii a D procedentes colligantur mediante prima refractione. Si autem nr non poteſt ſubtrahi ab $md - nd$, ſequitur poſt refractionem adhuc divergentes procedere radios & punctum φ eſſe in eadem regione lentis trans D. Sed ſi nr eſt æqualis $md - nd$, paralleli axi procedunt, & punctum φ eſt infinite diſtans.

Invento puncto φ ut antea, & data $B\varphi - B\beta$, quam vocabimus δ, eadem ratione, ut in præcedenti conſequitur, quod βF, aut longitudo focalis quæſita ſit $= \frac{\delta \rho n}{\delta m - n\delta + m\rho} = f$. Et loco δ ſubſtituendo $B\varphi - B\beta = \frac{mdr}{md - nd - nr} - t$, poſito p pro $\frac{n}{m-n}$, poſt debitam reductionem orietur hæc Æquatio

$$\frac{mpdr\rho - mpdt\rho + npd\rho t + npr\rho t}{mdr + md\rho - mpr\rho - dmt + ndt + nrt} = f.$$

Quod theorema operoſum non eſt, quamvis tale eſſe videatur, quippe cum magnus ſit datorum numerus quæ quæſtionem ingrediuntur, & dimidius terminorum numerus oriatur ex eo quod aſſumimus lentis craſſitiem, quæ plurimis in caſibus non magnum effectum producere poteſt, conſiderari tamen a nobis debuit, ut regulam daremus perfectam. Si ergo lens ſit ex vitro, cujus refractio eſt ut 3 ad 2, erit $\frac{6dr\rho - 2d\rho t + 4r\rho t}{3dr + 3d\rho - 6r\rho - dt + 2rt} = f$. Si ex aqua, cujus refractio eſt ut 4 ad 3, theorema tale erit $\frac{12dr\rho - 3d\rho t + 9r\rho t}{4dr + 4d\rho - 12r\rho - dt + 3rt} = f$. Si ex adamante fieri

poſ-

poſſet, cujus refractio eſt ut 5 ad 2, foret $\frac{\frac{10}{3}dr\rho - 2d\rho t + \frac{4}{3}r\rho t}{5dr + 5d\rho - \frac{10}{3}r\rho - 3dt + 2rt}$ Tomi II. Supplem. Sect. VII. Pag. 336.
$= f$. Atque hæc eſt regula univerſalis pro focis vitrorum duplo convexorum expoſitorum radiis divergentibus. Sed ſi craſſities lentis omittatur, multo brevior erit regula, nempe $\frac{p\,d\,r\,\rho}{dr + d\rho - \rho pr} = f$. aut in vitro $\frac{2\,d\,r\,\rho}{dr + d\rho - 2r\rho} = f$. Quo in caſu ſi d ſit tam parva, ut $2\,r\,\rho$ excedat $dr + d\rho$, orietur $-f$, ſeu focus erit negativus, id quod oſtendit radios poſt utramque refractionem adhuc procedere divergentes.

Ut hoc ad alios transferatur caſus, nempe convergentes radios aut concava vitra, regula ex iiſdem ſemper componenda eſt terminis, ſignaque tantum + & — mutanda. Nam diſtantiam puncti concurſus convergentium radiorum a puncto B, aut prima lentis ſuperficie, voco negativam diſtantiam, ſeu $-d$, & radium lentis concavæ voco negativum radium ſeu $-r$, ſi ſit prima ſuperficies, & $-\rho$, ſi ſit ſecunda. Cadant ergo convergentes radii in duplo convexum vitrum, & theorema h. m. ſe habebit $\frac{-2dr\rho}{-dr - d\rho - 2r\rho} = +f$, quod oſtendit focum hoc in caſu ſemper eſſe affirmativum.

Si lens fuerit meniſca vitrea expoſita radiis divergentibus, regula erit $\frac{-2dr\rho}{-dr + d\rho + 2r\rho} = f$, quæ quantitas affirmativa eſt, quando $2\,r\,\rho$ eſt minus $dr - d\rho$, alias vero negativa. Sed in caſu convergentium radiorum cadentium in eandem lentem meniſcam, erit $\frac{+2dr\rho}{+dr - d\rho + 2r\rho} = f$, eritque $+f$, ſi quantitas $d\rho - dr$ minor eſt quam $2r\rho$, ſed ſi major fuerit, ſemper erit negativa ſeu $-f$. Si lens eſt duplo concava, focus convergentium radiorum eſt negativus, ubi affirmativus erat in caſu divergentium Pag. 337.
radiorum in duplo convexa, nempe $\frac{-2dr\rho}{+dr + d\rho - 2r\rho} = f$, qui focus tantum affirmativus eſt, quando $2r\rho$ excedit $dr + d\rho$. Sed divergentes radii tranſeuntes duplo concavam lentem ſemper habent focum negativum, nempe $\frac{-2dr\rho}{+dr + d\rho + 2r\rho} = f$.

Theoremata pro convergentibus radiis in primis uſui ſunt ad determinandum focum reſultantem a quacunque lente colloca-

ta

Tomi II. Supplem. Sect. VII.

ta in teleſcopio, inter focum vitri objectivi ipſumque vitrum, facta diſtantia inter focum dictum & lentem interpoſitam $= - d$.

In caſu radiorum parallelorum, & ex infinita quaſi diſtantia venientium (qui ſupponitur in teleſcopiis) d quoque erit infinita, & in theoremate $\frac{pdr\rho}{dr + d\rho - pr\rho}$ terminus $pr\rho$ evaneſcit, tanquam finitus, qui non eſt pars reliquorum infinitorum terminorum, & dividendo reſiduum per partem infinitam d, theorema tale erit $\frac{p\rho r}{r + \rho} = f$, ſeu in vitro $\frac{2r\rho}{r+\rho} = f$.

In caſu lentis plano-convexæ expoſitæ radiis divergentibus, loco $\frac{pd\rho r}{dr + d\rho - pr\rho}$, poſita r infinita, erit $\frac{pd\rho}{d - p\rho} = f$, aut $\frac{2d\rho}{d - 2\rho} = f$, ſi lens ſit vitrea.

Si lens ſit duplo convexa & $r = \rho$, h. e. formata a ſegmentis æqualium ſphærarum, reducetur $\frac{pd\rho r}{dr + d\rho - pr\rho}$ ad $\frac{pdr}{2d - pr} = f$, & in caſu d infinitæ, contrahetur porro ad $\frac{1}{2} pr$, & p exiſtente $=$

Pag. 338.

$\frac{n}{m - n}$, diſtantia focalis in vitro erit $= r$, in aqua $1\frac{1}{2} r$, in adamante $\frac{1}{3} r$.

Neque ſolum hæc conducunt ad inveſtigandum focum ex propoſitis illis datis, ſed dato foco poſſumus quoque hinc determinare objecti diſtantiam, aut ex dato foco & diſtantia invenire poſſumus ex quanam ſphæra ſumendum ſit ſegmentum aliud, quod efficiat ut datum alterius ſphæræ ſegmentum projiciat radios ex diſtantia d ad focum f. Ita ex data lente, foco & diſtantia licet quoque invenire rationem refractionis ſeu m ad n, quæ hiſce datis reſpondet. Quæ omnia manifeſtum eſt plene determinari ab æquatione hactenus a nobis uſurpata, nempe $pd\rho r = drf + d\rho f - pr\rho f$. Nam ad inveniendam d, theorema eſt $\frac{pr\rho f}{rf + \rho f - p\rho r} = d$ diſtantiæ objecti. Pro ρ regula eſt $\frac{drf}{pdr - df + prf} = \rho$. Sed pro p, regula erit $\frac{drf + d\rho f}{d\rho r + f\rho r} = p$, quæ ultima determinat rationem refractionis, quoniam ſcil. m eſt ad n, ut $1 + p$ ad p.

Non excurram ad hæc particularia, ſed illa relinquam eorum exercitio, qui deſiderant in opticis materiis eſſe informati, quas

auſim

auſim dicere in tribus hiſce regulis tam plene eſſe comprehenſas, quam homines maxime inquirendi ſtudioſi deſiderare poſſint, & quoad omnes caſus poſſibiles, modo reſpectus habeatur ad ſigna + & —, ut in caſibus præcedentibus ad focum inveniendum. Duos ſolum oſtendam non minimi momenti uſus earum, quorum unus conſiſtit in invenienda diſtantia, qua objectum collocatum, lente data repræſentatur ſpecie objecto æquali, id quod conducere poteſt ad depingendas facies aut alias res in vera ſua magnitudine, transmittendo ſpecies per vitrum in cameram obſcuram, ubi non ſolum genuina figura & umbræ, ſed ipſi colores æque vividi ac in objecto exhibentur. Hoc in caſu d eſt æquale f, & ſubſtituendo d pro f in æquatione, habebimus $pdr\rho = ddr + dd\rho - dp\rho r$, & dividendo per d, $pr\rho = dr + d\rho - pr\rho$, hoc eſt $\frac{2pr\rho}{r+\rho} = d$. Sed ſi convexitas utraque ſit ejusdem ſphæræ, ita ut $r = \rho$; erit diſtantia $= pr$, hoc eſt ſi lens ſit vitrea $= 2r$. Eritque adeo, ſi objectum a lente removeatur diſtantia diametri ſphæræ, focus tantum ultra lentem, quantum objectum citra lentem eſt poſitum, & ſpecies objecto æqualis. Sed ſi lens ſit plano-convexa, diſtantia illa erit $= 2pr$, aut in vitro æqualis quadruplo radii convexitatis. Sed de hac methodo forſan cum curioſis alias agam oſtenſurus, quomodo augenda aut diminuenda objecti ſpecies in proportione aſſignata, (id quod tamen ſatis obvium erit ex illis quæ jam ſunt propoſita) nec non quomodo erigendum objectum, quod hac methodo inverſum repræſentatur.

Tomi II. Supplem. Sect. VII.

Pag. 339.

Alter uſus verſatur in invenienda convexitate aut concavitate, quæ requiritur ut maxime remotum objectum repræſentetur in foco dato, poſtquam una ſuperficies lentis jam eſt formata. Id quod ſolum corollarium eſt noſtri theorematis pro ρ inveniendo, datis p, d, r & f. Nam cum d ſit infinita, regula fit $\frac{rf}{pr-f} = \rho$, hoc eſt in vitro $\frac{rf}{2r-f} = \rho$. Unde ſi f ſit major quam $2r$, ρ fit negativa, & $\frac{rf}{f-2r}$ eſt radius concavitatis quæſitæ.

Si quæratur focus ubi tota ſphæra colligit radios procedentes ab objecto in diſtantia d: erit $p = 2r$ & $r = \rho$, factaque reductione primi theorematis erit $\frac{-mpdr + 2npdr + 2nprr}{2nd + 2nr - mpr} = f$. Sed ſi d ſit infinita contrahetur ad $\frac{-mpr + 2npr}{2n} = \frac{2nr - mr}{2m - 2n} = f$. Qua-

Tomi II. Supplem. Sect. VII. Pag. 340.

propter ſphæra vitrea colligit radios Solares in diſtantia dimidiæ partis ſemidiametri extra ſe, & aquea ſphæra in diſtantia ſemidiametri. Sed ſi ratio refractionis m ad n ſit ut 2 ad 1, focus cadit in ſuperficiem oppoſitam ſphæræ, & ſi major adhuc ſit inæqualitas, intra ipſam ſphæram.

Aliud exemplum erit, ſi hemiſphærium exponatur parallelis radiis, hoc eſt ſi d & ρ ſint infinitæ, & $t = r$. Nam debita reductione facta theorema reſultat $\frac{nnr}{mm - mn} = f$. Hoc eſt, in vitro focus eſt in diſtantia $\frac{4}{3}r$, in aqua $\frac{9}{4}r$, ſed ſi hemiſphærium ſit ex adamante, colliget radios diſtantia $\frac{4}{15}$ radii ultra centrum.

Tandem quod attinet ad converſionem utriusque ſuperficiei lentis verſus objectum, manifeſtum eſt, ſi craſſities lentis tam parva ſit, ut negligi poſſit, ſeu poni $t + o$, omnibus in caſibus focum ejusdem lentis, quibuscunque exponatur radiis, eundem fore, quæcunque ſuperficies convertatur verſus objectum: ſed ſi quis curioſe velit attendere ad craſſitiem lentis (quæ raro conſiderari meretur) in caſu, quo paralleli radii cadunt in vitrum plano convexum, ſi ſuperficies plana verſus objectum eſt converſa, t nullam differentiam creat, ſed diſtantia focalis $f = 2r$. Sed ſi convexa ſuperficies objectum reſpicit, contrahitur ad $2r - \frac{2}{3}t$, ita ut focus ſit propior $\frac{2}{3}t$. Si lens eſt duplo convexa, differentia eſt minor, ſi meniſca, major. Cum convexitates utrinque ſunt æquales, longitudo focalis brevior eſt circiter $\frac{1}{6}t$, quam cum $t = o$. In vitro meniſco converſio concavæ ſuperficiei verſus objectum auget longitudinem focalem, convexæ ſuperficiei vero minuit eandem. Generalis regula pro differentia oriunda ex converſione lentis, quando focus eſt affirmativus, hæc eſt: $\frac{2rt - 2\rho t}{3r + 3\rho - t}$ pro duplo convexis diverſarum ſphærarum. Sed pro meniſcis hæc differentia evadit $\frac{2rt + 2\rho t}{3r - 3\rho + t}$. Quarum regularum non neceſſe eſt afferre demonſtrationem, cum ex præmiſſis conſequantur poſt debitam reductionem, non ſecus ac theoremata pro problematibus ad focos vitrorum opticorum pertinentibus.

EX-

Digitized by Google

EXCERPTA

EX COMMENTARIIS MATHEMATICO-PHYSICIS Academiæ Regiæ Scientiarum Pariſienſis A. 1692. p. 81 – 158.

Tom. II. Supplem. Sect. VIII. Pag. 361.

DOminus *Charas* novam præparationem corticis febrifugi China de China communicavit, quæ in eo conſiſtit, ut ex libra corticis pulveriſati extrahat, mediantibus duabus pintis boni ſpiritus vini, partem reſinoſam, ex reſiduo vero, ope 2 pint. vini albi, partem ſalinam & ſpirituoſam, utramque deinde ſolutionem conjungat, in balneo arenæ mediocriter calido maxima ut evaporet humiditatis pars efficiat, tandemque addat tres uncias optimi ſyrupi de Kermes, totumque compoſitum redigat ad conſiſtentiam extracti mediocriter ſolidi, cujus doſis eſt a dimidia drachma uſque ad duas, exhibenda ægris, (poſt purgans vel etiam vomitorium, ſi opus fuerit, adhibitum) tempore inter paroxyſmos medio, tribus aut quatuor vicibus, ſi intervallum paroxyſmorum id concedat, quatuor horis ante aut poſt paſtum; eo quidem cum fructu, ut febris poſt quartum plerumque inſultum non reditura recedat, neque malam aliquam diſpoſitionem in reconvaleſcente poſt ſe relinquat. Dominus *Caſſini* die 22. Aprilis conjunctionem Lunæ & Martis obſervavit ſimilem illi, quam Ariſtoteles Lib. II. de Cœlo cap. 12. ſe vidiſſe commemorat. Dominus *Tournefort* fungum extraordinarium enatum in tigno obtulit Academiæ, ejusque deſcriptionem concinnavit. Dominus *de la Hire* novam methodum rationem inter ſphæræ ſuperficiem & ſuperficiem maximi in ea circuli, necnon ſuperficiem cylindri, qui pro baſe habet illum circulum & altitudinem diametro ſphæræ æqualem, demonſtrandi oſtendit; una cum quadratura ungulæ cylindricæ & figuræ ſinuum. Dominus *Homberg* varia recenſet experimenta cum phoſphoro inſtituta, in quibus illa cumprimis notatu digna, quæ ſpiritum vini magis contrarium phoſphoro eſſe probant, quam aquam communem, quippe cum hæc ipſum conſervet, ille contra, ſi cum eo digeratur, ejus vim luciferam imminuat, hac tamen proprietate acquiſita, ut ſi nonnullæ guttæ aquæ communi, vel guttæ aquæ communis tali ſpiritui vini inſtillentur, lumen exoriatur illico fulguris inſtar diſparens. Dominus *Caſſini* & Dominus *de la Hire* tranſitum Martis per nebuloſam Cancri obſervarunt: ille quidem comparando viam Martis cum duabus ſtellis maxime claris nebuloſæ, quæ a ſe invicem uno & dimidio minuto diſtant; hic autem, cum in promtu ei eſſet configuratio ſtellarum, quæ nebuloſam componunt, quam alias delineaverat, at-

Pag. 362.

Digitized by Google

Tomi II. Supplem. Sect. VIII. Pag. 363. tendit ad tranſitum Martis in reſpectu ad illas ſtellulas, viamque Martis in ea figura deſignavit. Dominus *Tournefort* de productione fungi ante memorati ita cenſet, ut eum ex ſemine natum putet illapſo fiſſuræ tigni, quod ab humiditate putredinem contraxit ſolvente ſalia tum ligni, tum colorum aqua dilutorum, quibus tignum pictum, tum & calcis ſabulo ſubactæ, ut cum ligni carie componerent terræ ſpeciem nutriendo fungo accommodatam. Dominus *Caſſini* die 19. Maii interdiu eclipſin Veneris, ope tubi optici, obſervavit factam a Luna interpoſita. Dominus *Abbas de Louvois* Academiæ Regiæ per Dominum *de la Hire* obtulit duo fruſta palmæ petrefactæ, duritie ſilicem æquantia, quæque hic oſtendit ex comparatione cum palmæ ligno, non luſum eſſe naturæ, ſed palmam in ſilicem converſam, perinde ut contingit in flumine, quod per urbem Bakan regni Ava tranſit, & ſpatio 10. leucarum virtutem habet petrificandi lignum, referente Patre Duchatz, qui vidit ibi ſpiſſas arbores petrefactas ad ſummam uſque aquam, quarum pars reliqua adhuc erat lignea. Domini *de la Hire* obſervandæ Lunari eclipſi die 28 Julii invigilantis curas nubes denſæ eluſerunt. Dominus *Varignon* dimenſionem dedit ſolidi cordis ſpeciem habentis, quod oritur ex converſione ellipſis dimidiæ circa diametrum obliquam. Sequitur obſervatio eclipſis Lunæ *Caſſiniana*, & hanc quas Dominus *Sedileau* habuit obſervationes excipiunt circa originem cujuſdam papilionis magnitudinis extraordinariæ, necnon aliorum quorundam inſectorum, ſic ut & experimenta nova Domini *de la Hire* circa Magnetem. Dominus *Homberg* de variis vegetationibus metallicis agit, eaſque toto cœlo non ſolum a vegetatione plantarum ſed inter ſe quoque differre oſtendit. Tradit quoque alium modum arborem Dianæ producendi, quadrantis horæ ſpatio: Recipe 4 drachm. limaturæ argenti puri. Fiat amalgama abſque igne cum 2 drachm. Mercurii. Hoc diſſolve in 4 unciis aquæ fortis, ſolutionem infunde ſesquiſextario (*trois demiſeptiers*) aquæ communis, & agita paululum, ut commiſceantur, tandem in ampulla vitrea probe obturata aſſerva ad uſum. Hic in eo conſiſtit, ut capiatur hujus miſturæ uncia circiter, & lagenulæ vitreæ indatur, una cum amalgamate ordinario auri aut argenti, butyri adinſtar liquidi, parvi piſi magnitudine. Hæc ſi quieta relinquatur, Mercurius & argentum liquori innatantia, cujus vis diſſolvens ab affuſa aqua communi valde fuit debilitata, cum offendant in ampullæ fundo amalgama Mercurii non diſſoluti, eidem adhæreſcunt. Mercurius autem diſſolu-
Pag. 364. tus, cum conjunctus ſit cum certa portione argenti, cujus particulæ duriores ſunt quam Mercurii currentis, jungitur amalgamati forma particularum firmarum & durarum, quæ, cum comitentur

illas

illas aciculæ nitroſæ diſſolventis menſtrui, ſequuntur directionem illarum acuum nitroſarum, varieque ſibi invicem conjunctæ ramos efformant in lagena comparentes. (*Vid. Fig.* 1. & 2.) Alia vegetationis ſpecies ſine Mercurio fit modo ſequenti. Diſſolvatur pars argenti puri in tribus partibus aquæ fortis; evaporet ſolutionis dimidium, in ejusque locum addatur duplum aceti deſtillati & dephlegmati, quietaque relinquatur hæc mixtura menſem circiter, quo elapſo, in lagenæ medio reperietur arbuſcula abietis formam gerens, non tamen coloris argentei, ſed albi & tranſparentis, ad inſtar ſalis. Hæc enim ramificatio nihil aliud eſt quam argenti criſtalliſatio ordinaria, additione ſalis aceti paululum mutata. (*Vid. Fig.* 3.) Tertia vegetationis ſpecies abſolvitur ope liquoris ſilicum, & metalli cujusvis in aqua forti aut regia ſoluti & abſtractione menſtrui exſiccati, differtque plurimum a præcedentibus, quæ meræ ſunt cryſtalliſationes. Nam dum metallum acidis particulis junctum liquori immittitur alcalino, hic illud penetrat & emollit, fitque deinde fermentatio, ſed lenta, quia particulæ metallicæ implicantur particulis acidis. In hac autem aer a materiis fermentatis ſecernitur, & bullulæ aereæ egredientes ex particula metalli dum fermentatur, & in ejus ſuperficie adparentes, poſtquam certam acquiſiverunt magnitudinem, pelluntur a gravitate liquoris imminentis verſus ejus ſuperficiem. Quoniam autem hæ bullæ implicitæ ſunt materiæ ex qua egrediuntur, ægre ſe ab illa liberare poſſunt, & ſecum trahunt filamenta materiæ metallicæ, quorum baſes ſunt bullæ aereæ. Metallum enim dum fermentatur, molleſcit, ſed hoc finito induratur, unde & ramuſculi illi metallici indurantur ſatis cito, & extra liquorem etiam ſubſiſtunt. (*Vid. Fig.* 4.) Tandem alia adhuc datur vegetationis metallicæ ſpecies, quæ fit, ſi 3 aut 4 capiantur partes Mercurii, bene purificati 5 aut 6 diverſis ſublimationibus, una vero pars auri aut argenti puri, fiatque amalgama ſine calore, idque indatur vitro oblongo collo inſtructo, quod digeſtioni fortiori, ſpatio 15 dierum, poſtquam hermetice ſigillatum fuit, eſt exponendum. Induratur enim ſenſim amalgama, dum metallum magis magisque penetratur a Mercurio, qui in motum actus ab igne elevatur ſuper amalgamatis ſuperficiem, & ſecum abripit metalli immixti particulas, arborisque ſpeciem conſtituit circiter digitum altæ, donec tandem amalgama plane fuerit duratum. (*Vid. Fig.* 5.) Dominus *Caſſini* dedit eclipſes primi Satellitis Jovis anni 1693, ſupputatas ex Tabulis Caſſinianis a Domino *le Fevre*. Dominus *Charas* fontium calidorum cauſam deducit ex commixtione aquæ cum ſuccis acribus vitrioli aut ſulphuris, quibus accedere quoque poſſint alii ſales aut calces ſubterraneæ, quas perluit aqua: motus phæ-

Tom. II. Supplem. Sect. VIII. Tab. II. Fig. 1. 2.

Fig. 3.

Fig. 4.

Pag. 365.

Fig. 5.

Tomi II. Supplem. Sect. VIII. phænomeno olei vitrioli ab aqua communi affuſa valde incaleſcentis, quoniam ſcilicet, cum omni phlegmate ſit privatum, molles, plicatiles & poroſas aquæ partes valde & ſubito quaſi ad ſe rapit, qui motus fermentationem & calorem producit.

Sect. IX. Pag. 432.

EXCERPTA
EX COMMENTARIIS MATHEMATICIS ET PHYSICIS Academiæ Regiæ Scientiarum Pariſienſis.

An. 1692. pag. 161. ſeqq.

DOminus *Tournefort* conjecturas circa *uſum vaſorum* in quibuſdam *plantis* non improbabiles protulit, poſtquam obſervavit microſcopio, vaſa illa in pleriſque plantis plerumque eſſe medulloſa & quaſi ſpongioſa, aut potius compoſita ex multis ſacculis aut veſiculis cavis, ſecum invicem communicantibus, tranſitumque præbentibus ſucco nutritio, eodem fere, quo filum craſſius ex goſſypio liquorem filtrandum tranſmittit, modo. Cenſet enim, vaſa illa plena medulla aut veſiculis alios adhuc uſus habere, quam apportandi ſuccum nutritium, neque tantum partes plantæ fortiores reddere ac ſuſtentare, ſed ſæpe abire in fibras tenſionis capaces, quando partes, in quibus ſunt, ſatis jam creverunt, neque nutrimento amplius opus habent; imo in nonnullis plures quandoque ſua diſpoſitione concurrere ad eundem motum, verosque muſculos formare; contrahi autem fibras illas, quando planta exſiccari incipit, neque veſiculæ amplius tenduntur a ſucco nutritio. Id vero cum primis conſpicuum eſt in ovariis hellebori nigri, aconiti & coronæ imperialis, quæ ubi planta maturitatem adepta eſt, a fibris illis diſrumpuntur, partim ut ſemina ab aere alterentur perfectioraque reddantur, partim ut hinc inde diſpergantur.

Dominus *Caſſini* ex ſuis obſervationibus concluſit, *Conjunctionem Veneris cum Sole* accidiſſe die quarto Septembris, mane 7.
Pag. 433. hor. 7 min., adeoque 36 hor. 33 min. tardius quam Ephemerides Argoli, ſed 14 hor. 13 min. quam Tabulæ Rudolphinæ indicant. Maxima Veneris latitudo apparuit 8 grad. 48 min. Eandem conjunctionem Dominus *Sedileau* ex ſuis obſervationibus determinavit quoad aſcenſionem rectam contigiſſe die 2 Septembr. mane hor. 1 min. 14 in gradu 161, min. 53, ſecund. 10; quoad longitudinem vero die 4 Septembr. mane hor. 7, min. 35, in grad. 12, minut. 33, ſec. 35 Virginis, cum Veneris latitudo eſſet 8. grad.

45 min.

45 min. Dominus *Homberg* oſtendit modum ſequentem extrahendi *ſal volatile acidum minerale in forma ſicca*, quod ſolutum in ſpiritu vini probe rectificato & in pavimentum effuſum inſtar aquæ fortis ebullit. Recipe duas uncias argenti puri, easque ſolve in 5 unciis ſpiritus nitri, effunde hanc ſolutionem adhuc calentem in pintam aquæ fluviatilis, in qua tantum antea ſalis communis ſolutum, quantum ſolvere poteſt, & argentum præcipitabitur inſtar coaguli albi. Lava ſæpius hoc argentum præcipitatum aqua calida, donec inſipidum evadat, & probe ſicca; habebis duas uncias & dimidiam calcis argenti. Deinde in vaſe ferreo igni valido calcina duas aut tres libras ſtanni, cui nullum aliud metallum admixtum, & de hac calce ſtanni bene ſicca unam cape unciam cum dimidia, exacteque miſce cum 2½ unciis calcis argenti bene quoque ſiccatæ. Hanc mixturam inde matracio lutato, ita ut ejus duæ tertiæ partes remaneant vacuæ, illudque expone igni aperto, ita ut collum ejus deorſum inclinetur; defluet in hoc materia nigricans, quæ ſtatim coagulabitur in lapidem valde durum coloris ferruginei dilutioris, cujus pondus erit circiter unciæ unius & dimidiæ. Hic lapis eſt calx ſtanni ſoluta a ſalibus, quæ erant in calce argenti concentrata, & caput mortuum, quod inſipidum reſtat in fundo matracii, eſt argentum in calcem redactum a ſalibusque liberatum, quæ retinuerat ex ſuo diſſolvente in præcipitatione, poteſtque in maſſam ope capellæ ordinariæ ſine damno redigi. Tandem lapidem illum in pulverem contunde, eumque bene ſicca valde exiguo calore, immiſſumque vaſi ſublimatorio (verres de rencontre) ſublima ſecundum legem artis; nanciſceris dimidiam unciam ſalis volatilis, id quod ſi rectifices bis aut ter igne admodum exiguo, habebis ſal volatile acidum, valde album & tranſparens. Caput mortuum eſt calx ſtanni, idque ſi exponatur aeri 2 aut 3 menſes, denuo imbibit novum ſal acidum plane ſimile illi, quod ſublimationis ope ſeparatum fuit. Ita ut adhuc ſemel, vel etiam tertia vice, pluriesque ſublimari poſſit.

Dn. *de la Hire* ex obſervationibus in regio obſervatorio peractis & cum Tabularum Rudolphinarum calculo comparatis concludit, in Tabulis *Jovis* Rudolphinis epocham anni 1600 augendam eſſe 6 minutis, ut fiat 5 ſign. 10 grad. 0 min. 43 ſecund. locum autem Aphelii eſſe promovendum 1 grad. 40 min. ita ut ſit pro an. 1600, ſign. 6, grad. 8, min. 32, ſecund. 0. Idem oſtendit *Veneris* locum in nodo ſuo ex jam dictis Tabulis non exacte poſſe haberi, ſed contra potius obſervationes evincere, quod hoc minimum ſæculo nodus Veneris locum non mutarit. Dominus *Homberg* varia circa rupturam *lacrymarum vitrearum* in vacuo ſecit experimenta, quibus com-

Tom. II. Supplem. Sect. IX.

Pag. 434.

Digitized by Google

Tom. II. Supplem. Sect. IX. comperit, longe majori vi diſſilire illas, & in minora quoque fragmina, quam in aere, & ſi frangantur in tenebris, aliquid de ſe luminis ſpargere. Supponit autem, hæc phænomena ut explicet, lacrymam fere eſſe induratam, ut lamina chalybea, dum aquæ immergitur, temperari ſolet: atque uti hæc, ſi nimium curvetur, in plura fruſta diſſilit, quia incurvatione partes ejus exterius nimis diductæ, interius nimis compreſſæ, maximaque celeritate ad ſitum priſtinum revertentes ſe invicem percutiunt atque ſeparantur; ita eodem modo, dum cauda lacrymæ abrumpitur, eandem confringi. Quod autem majori hoc fit violentia in vacuo, id ideo contingere putat, quia demptus eſt aer, qui debilitat vim percuſſionis, dum in eum fragmina incurrunt; atque hinc quoque fruſtula fieri minora, quia ſtatim alliduntur ad latera recipientis & denuo comminuuntur. Luminis explicationem alii occaſioni reſervat. Dominus *Pothenot* regulam communicat cum publico inveniendi *poſitionem* alicujus *loci*, qui videri nequit ex punctis principalibus, in quibus peragitur obſervatio. Nimirum aſſumendæ ſunt duæ diſtantiæ trium aut quatuor punctorum jam notæ, & ex puncto, cujus poſitio quæritur, capiendi ſunt anguli, quos illæ diſtantiæ ſubtendunt; deinde vero ſuper lineas illas cognitas deſcribenda ſunt ſegmenta circulorum angulos inveſtigatos capientia; horum interſectio dabit loci poſitionem quæſitam, ſi puncta, prout Auctor præcipit, aſſumpta fuerint. Tandem Dominus *Varignon regulas motus* in genere deducit ex principio ſuo univerſali: quod omnibus in motibus, ſive provolvendo ſive recta protrudendo fiant, ſive in linea recta
Pag. 435. ſive curva, ſive ſint uniformes, ſive accelerati aut retardati, in omnibus proportionibus & variationibus imaginabilibus, ſumma virium motum efficientium in omnibus inſtantibus ſuæ durationis ſit ſemper proportionalis ſummæ viarum aut linearum, quas percurrunt omnia puncta corporis moti. Hinc enim, quod ad rotationem attinet, efficit, (1) plus requiri virium ad corpus aliquod, verbi gratia, globum, volvendum ſuper planum mathematicum, quam ad efficiendum, ut recta procurrat eadem velocitate in reſpectu ad eumdem motus terminum, & quidem tanto plus, quanto major eſt ſumma linearum, quas deſcribunt omnia corporis illius puncta, quam productum ex eodem corpore & via ſui centri gravitatis. Quoad reliquos motus ex eodem principio colligit, (2) quicquid virium omnino requiritur ad illa motus genera, ſive accelerati, ſive retardati ſupponantur, uno verbo, variati in omnibus proportionibus imaginabilibus, ſemper eſſe proportionale producto ex maſſa corporis moti, & via, quam ejus centrum gravitatis percurrit. In ſpecie autem,

Digitized by Google

autem, ſi corpus uniformiter moveatur, (3) productum ex duratione motus & vi, quæ ipſum inchoavit, eſſe ſemper proportionale producto ex maſſa corporis moti & longitudine viæ, quam percurrit, hoc eſt, via ſui centri gravitatis. Ita, ſi vires *a* & *b* ſemper eædem ſeu uniformes protrudant corpora M & N, quorum maſſæ ſunt *e* & *g*, per ſpatia *f* & *h*, temporibus *c* & *d*, ſemper eſſe: Tomi II. Supplem. Sect. IX.

$ac \,.\, db :: ef \,.\, gh.$ ac proinde:

1. $a \,.\, b :: efd :: ghc$
2. $c \,.\, d :: efb \,.\, gha$
3. $e \,.\, g :: ach \,.\, bdf$
4. $f \,.\, h :: acg \,.\, bde$

Has autem quatuor regulas ad varias hypotheſes Varignonius accommodat, ex iiſque principia Statices tum Galilęi, tum Carteſii deducit.

EXCERPTA

Ex Tranſactionibus Philoſophicis Anglicanis, A. 1693. Num. 196. 197.

Pag. 433.

MOdus Boyleanus conficiendi Phoſphorum deſumptus ex charta, tradita Regiæ Societatis Secretariis Ann. 1680. die 14. Octobris, & aperta poſt ejus mortem, ita ſe habet: Sumpta fuit quantitas conſiderabilis urinæ humanæ, (liquor enim hic parum tantum exhibet quintæ eſſentiæ deſideratæ) hujuſque bona pars per non contemnendum temporis ſpatium digeſta fuit, antequam ad uſum adhiberetur. Poſtea liquor hic deſtillatus fuit moderato calore, donec ſpirituoſæ & ſalinæ partes fuerunt ſeparatæ; quo facto ſuperflua humiditas quoque fuit evaporata, uſque dum ſubſtantia remanens redacta fuit ad conſiſtentiam denſioris ſyrupi aut tenuioris extracti. Deinde probe incorporata fuit hæc ſubſtantia cum triplo pondere ſubtilis arenæ albæ, mixturaque indita in validam retortam lapideam, cui amplum recipiens, magnamque partem aqua repletum, ita fuit adaptatum, ut retortæ roſtrum fere tangeret aquam. His autem cum cura luto obductis, ignis apertus gradualiter adminiſtratus fuit ſpatio 5 aut 6 horarum, ut omne phlegmaticum aut volatile primum tranſiret; deinceps vero ignis auctus fuit per horas 5 aut 6 tantum, quantum in fornace non male exſtructa poterat, (quæ ignis violentia circumſtantia eſt in hac operatione non omittenda.) Hoc pacto tranſcendit magna copia fumorum alborum, qua- p. 583. ſeq.

Tomi II. Supplem. Sect. IX. quales apparent in deſtillatione olei vitrioli, hisque ceſſantibus & recipiens vas non amplius obſcurantibus, paulo poſt ſucceſſerunt alii, qui videbantur in recipiente lumen debile & ſubcœruleum edere, ſimile fere lumini accenſorum ſulphuratorum. Ultimo tandem loco, cum ignis valde eſſet vehemens, alia tranſcendit ſubſtantia priori gravior, per aquam nimirum fundum recipientis petens, unde exempta (& aliquatenus quoque, cum adhuc ibi eſſet) ex effectibus pluribus aliisque phænomenis, talis ſubſtantiæ ſpecies nobis viſa eſt, qualis deſiderabatur & expectabatur. Pag. 434.

pag. 627. ſeq. Num aquæ admixtum ſal ſit, optime indagari poſſe cenſuit R. Boyle affundendo fortem & probe filtratam ſolutionem argenti puri, factam ope claræ aquæ fortis, vel etiam ſpiritus nitri. Si enim aquæ, cui vel milleſima pars ſalis admixta, inſtillentur paucæ guttæ ſolutionis, ſtatim alba nubes apparet, fundum ſenſim petens. Idem etiam contingit, quando ſpiritus ſalis cum aqua eſt commiſtus. Dominus Dr. HOOCKE autem aliam methodum hydroſtaticam oſtendit, partem bis milleſimam ſalis aquæ admixtam inveſtigandi, ope bullæ vitreæ B, collo CC inſtructæ, ita ut illius diameter 3 digitorum, colli vero CC dimidiæ lineæ magnitudinem non excederet. Erat autem injecto minio ita onerata, ut parum tantum eſſet gravior aqua pura, colloque ſuo ſuſpendebatur ex jugo A, ſubtili admodum agilique ita, ut a parva grani parte commoveretur; deinde vero immittebatur aquæ puræ, contentæ vaſe EE, uſque ad notam D, atque in hoc ſitu contrapondio in lance F poſito detinebatur. Admiſta huic aquæ parte bis milleſima ſalis, ſtatim emerſit ex aqua ſalſa collum dimidii circiter digiti altitudine. TAB. II. Fig. 6.

pag. 650. ſeqq. Dominus Halley, thermometrorum ut diviſionem accuratiorem efficeret, varia refert experimenta, circa expanſionem fluidorum a calore, a ſe inſtituta. Aqua nimirum vulgaris ægre expanditur a calore, niſi ita incaleſcat ut ab ebulliente aqua ſolet, quo facto ſubito expanditur, ſed licet calor augeatur, terminum ad quem pervenit non tranſit, occupatque expanſione ſua $\frac{1}{26}$ ſpatii prioris. Mercurius leni expanditur calore, ſed vix acquirit $\frac{1}{74}$ ſpatii prioris, licet aquæ bullienti immergatur. Hinc tamen patet, non omnino exacta eſſe Mercurialia barometra, cum calido tempore Mercurius expandatur leviorque fiat, requiraturque adeo cylindrus altior ad æquilibrium cum aere conſtituendum in æſtate quam in hyeme, ita ut, ſi ſupponamus, tempeſtatum extrema efficere tantum $\frac{1}{110}$ differentiæ, ut probabile eſt, effectus hujus in barometro futurus ſit $\frac{1}{10}$ digiti ſupra & infra

Digitized by Google

infra medium, vel in univerſum digiti pars quinta. Spiritus vini gradualiter aſſurgit creſcente calore, tardius tamen principio, citius poſtquam probe incaluit, certum autem attingens caloris gradum tactui tolerabilem ebullire incipit, & quidem eo citius quo ſpirituoſior eſt, neque certi quid ultra hunc terminum de ejus expanſione ſtatui poteſt; adquiſivit autem cum ebullire inciperet, $\frac{1}{12}$ prioris molis. Aer autem ordinarius ab æſtatis calore expanditur circiter $\frac{1}{11}$, a maximo vero frigore in Anglia condenſatur $\frac{1}{20}$, ita ut ſumma ex illis partibus deſignet ſpatium per quod aer a frigore hyemali liberatus ab æſtatis calore tandem expanditur, probetque hoc fluidum ad thermometrorum conſtructionem eſſe aptiſſimum.

Tomi II. Supplem. Sect. IX.

Pag. 435.

CASPARI BARTHOLINI THOM. FIL.

Sect. XI. Pag. 539.

De Fontium Fluviorumque origine ex Pluviis

Dissertatio Physica.

Haffniæ An. 1689. *Conſtat plagulis* 5. *in* 8.°

Etſi divinum eſt effatum per Eccleſiaſten, *omnia flumina intrare mare, & mare non redundare; ad locum unde exeunt, flumina reverti, ut iterum fluant*, de modo tamen, quo id fiat, varie a Philoſophis diſputatum eſt, utrum ſcilicet ex pluviis & ſolutis nivibus oriantur; an ex mari, velut ex magno aquarum theſauro, per varios telluris vel poros, vel anfractus deriventur; an utraque ratione, ex mari nimirum, tam circulatione quadam ſuperiori per nubes, quam inferiori per ſecretiores quoſdam mæandros in intimis terræ viſceribus originem trahant. Auctor clariſſimus unicam illam fontium fluviorumque ex pluviis originem in hac Diſſertatione demonſtrandam ſuſcepit. Primo itaque aſſerit, continuis evaporationibus adſcendere particulas aqueas, quæ in nubibus condenſatæ decidant iterum in ſuperficiem globi terreni, ejusque partes tamdiu penetrent, per poros in ſtratis terrenis vel arenaceis patentes, occultis itineribus ſe inſinuando, donec aliud diverſæ naturæ ſtratum, a quo ſiſti poſſunt, occurrat: ex his collectis aquis exſurgere rivos, ex rivulis pluribus, qui ex diverſis fontibus concurrunt in unum communem alveum, flumen. Deinde occupatur in explicandis illis telluris ſtratis, quæ

Tom. II. Supplem. Sect. XI. in exteriore ejus parte deprehendimus, & rupturas examinat, quæ variis illis inæqualitatibus, alveis & fiſſuris, in ejus ſuperficie occurrentibus occaſionem dederunt. Quod prius attinet, obſervat, cruſtam terrenam exteriorem non ubique ejusdem naturæ inveniri, ſed alicubi eſſe lapidibus aſperam, alicubi arenoſam atque ſterilem, humori retinendo ineptam, alibi vero pinguem & fertilem, utpote quia ſale nitroſo & pingui gravida eſt, & ab Pag. 540. humore facilius ſolvi poteſt, cujus eſt tenacior, ut margæ diverſæ ſpecies, quæ prout admixtos habent ſuccos minerales, coloresque & ſapores varios, ita & varias facultates medicas nactæ ſunt. Iſta autem terrarum genera ita plerumque mixta eſſe, ut veluti diverſa quædam ſtrata ſibi invicem incumbant, eaque, quia conveniunt cum aliis ſtratis, quæ aqua turbida deponit, haut inconvenienter dici poſſe efformata ab inundationibus aquarum, quæ diverſis temporibus acciderunt. Rupturam, quod poſterius eſt, in terra factam, ſitumque ſtratorum varie mutatum probat, quia in quorundam montium vertice ingentia ſunt plana & multa ſtrata horizonti parallela, a quorum lateribus ſtrata varia ad horizontem inclinata, & in oppoſitis collibus ruptorum ſtratorum facies materiæ & figuræ omnimodam convenientiam demonſtrent. Iſtam autem rupturam fieri potuiſſe ait, vel ab ignibus ſubterraneis, vel ab aquis, prout diverſa fuerit telluris natura. Ex his itaque apparere, mutatum ſtratorum ſitum cauſam fuiſſe inæqualitatis, quæ in terrena ſuperficie occurrit; illas autem inæqualitates locum dediſſe coacervationi aquarum in mari, ſtagnis & fluviis: diverſitates autem illas & interruptiones ſtratorum occaſionem dediſſe fontibus. Etenim, prout e diverſis terrarum generibus ſtrata conſtent, ita & diverſimode eadem pluviis penetrari, aut has ab illis ſiſti: nimirum per arenoſum ſtratum facillime tranſire aqueas particulas; per ſtrata lapidea autem, aut argillacea, aquæ particulas non tranſmitti, ſed ſiſti. Quando igitur percolationi aquæ pluvialis, per ſtratum terrenum vel arenaceum deſcendentis, reſiſtat ſubjectum lapideum vel argillaceum ſtratum, atque ſimul occurrat ruptura coacervationi aquæ opportuna, fontes generari. Ita quosdam fontes e medio montium erumpere, quibus ortum dederit aqua pluvialis per ſtratum arenaceum & lapidei etiam ſtrati fiſſuras viam inveniens, donec in medio montis occurrat aliud, a quo plane ſiſtatur, ſtratum; adeoque ita collectam tamdiu ſtagnare, donec naturali ſua gravitate viam ſibi faciat, exitumque inveniat per rimas lapidum: atque dum alii æſtu exſiccantur, hujus generis fontes maxime eſſe perennes. Præterea animadverti vult, licet in editis locis interdum obſer-

ventur

ventur fontes, nunquam tamen occurrere in locis ita elevatis, quin adſit alius tractus terræ elevatior, a quo ſuppeditari poſſit ſufficiens aquarum copia, a pluviis ibi antea collecta. Qua ſua ſententia expoſita, aliorum Philoſophorum opiniones rejicit: I. Ariſtotelis, ex aeris ſubterranei vaporoſi concretione originem fontium deducentis: *II.* Carteſii ex evaporatione aquarum ſubterranearum fontium ortum petentis: *III.* Becheri, fontium generationem adſcribentis condenſatis in terra vaporibus, ab ipſo terreno centro prodeuntibus: *IV.* Kircheri, Schotti, aliorumque, oriri fontes ex aquis marinis per canales ſubterraneos adſcendentibus, aſſerentium: *V.* Ploti & Sturmii mixtam opinionem foventium, ſtatuendo periodicos quidem, & per vices creſcentes atque decreſcentes fontes ex pluviis, ſed perennes ex aliis cauſis oriri. His diſputatis, objectionem adverſariorum ſolvit, per pluvias ſufficientem aquarum copiam omnibus fontibus ſuppeditari non poſſe, contrarium demonſtrans ex experimento, quod celebris Gallorum Mathematicus *Mariotte*, in libro de *Motu fluidorum*, in Supplementis horum Actor. Tom.I. Sect.III. p. 151. recenſito, attulit. Nimirum libero cœlo expoſuerat vas aliquod quadratum, cujus diameter erat circiter duum pedum, in ejusque fundo canaliculus, aquam illam pluvialem in vaſe exceptam porro deducens in adjunctum aliud vas cylindricum, ubi facilius menſurari potuit aquæ per pluvias quotidie deſcendentis copia. Illud autem primum vas ita erat diſpoſitum, ut nullas aliunde exciperet aquas, niſi illas ſolum, quæ immediate in illam ejus patentem capacitatem deciderent. Atque illud ita integro anno continuatum, experimentum confirmavit, pluvias ad ſeptendecim pollicum altitudinem toto anno delapſas eſſe, pluriumque deinde annorum experientia ejusdem veritatem evidentem deprehendit. Atque ex illa facta obſervatione ſupponit Mariotte, aquæ globum terrenum toto anno irrigantis quantitatem eſſe ſolum ad quindecim pollicum altitudinem, factoque calculo cum iſta aquæ quantitate, quæ illum tractum terræ, unde ortum ducit Sequana Galliæ fluvius, per pluvias quotannis inundat, cum illa, quæ ex ipſius calculo iterum quotannis per eundem fluvium delabitur, & in mare ſe exonerat, manifeſto & haut dubie juxta Bartholinum noſtrum evincit, tertiam ſolum partem delabentis pluviæ abunde ſufficere omni iſti aquæ quantitati, quæ quotannis per fontes atque fluvios ſuppeditatur: atque ita, licet ſupponamus, pluviarum unam tertiam partem ſtatim iterum per vapores elevari, alteram vero tertiam partem abſumi in humectanda terrena cruſta, & locis ſubterraneis, tamen extra dubium erit, non defe-

Tomi II. Supplem. Sect. XI.
Pag. 541.
Edit. Act.
Pag. 542.

Digitized by Google

Tomi II. Supplem. Sect. XI. defecturos fontes, quibus abunde ſufficiat tertia aquæ pluvialis pars in terra relicta, ejusque poros & canales in diverſis ſtratis diverſimode penetrans. Et ſi loco quindecim pollicum, ad quorum altitudinem in iſto ſuo calculo ſupponit quotannis colligi pluvias, ſumat octodecim pollices (quemadmodum alius Auctor Gallus fatetur, ſe ad novendecim uſque pollices aquæ altitudinem in eodem experimento deprehendiſſe) certe, ſupputato calculo animadvertit, octies majorem eſſe illam aquæ quantitatem, quæ quotannis per pluvias terræ circumjectæ ſuppeditatur, quam illam, quæ iterum per Sequanam redditur mari. In fine hujus Diſſertationis contenta in compendium contracta repetuntur.

EX-

Digitized by Google

EXCERPTA EX ACTIS ERUDITORUM LIPSIENSIBUS, ANNI 1697.

REFRACTIO SOLIS INOCCIDUI in Septentrionalibus oris aliquot obſervationibus Aſtronomicis detecta &c.

Holmiæ, ex officina B. Nic. Wankiſii in 4. Conſtat 17 plagulis, cum aliquot ſchematiſmis.

SOlem ſub circulo arctico (antarctico) habitantibus ſolſtitii æſtivi tempore non occidere, uti res eſt aſtrorum peritis notiſſima; ita incolis illorum tractuum ipſa oculorum experientia quotannis comprobatur. Id vero phænomeni citerioribus regionibus prope dictum circulum contingere, antequam refractionum leges & ſcientia Solis aſtrorumque motibus applicarentur, non æque innotuit; maxime, cum exteris in illas oras excurſus rariſſimus, & incolis, qui fidem ejus oculati teſtes facere potuiſſent, viciſſim cum gentibus auſtralioribus nulla fere commercia.

Act. Erud. An. 1697. M. Febr. Pag. 91. 92.

Pri-

Prima omnium Batavorum in Nova Zembla anno 1597 hybernantium obſervatio (quibus Sol die 4 Novembris penitus diſparuit, die vero 24 Januarii redordiri cœpit; reditumque adeo ſuum, conſueto tunc calculo aſtronomico expectatum, ſex circiter diebus antevertit) uti enormis & inſolitæ Solaris in ſeptentrione refractionis non obſcurum fecit indicium, ita Solis inoccidui limites, ac eouſque creditum erat, ampliores eſſe evicit. Neminis tamen Mathematicorum, nedum aliorum, curioſitas eo perrexit, ut rem ex cauſis optico-phyſicis certiſſimam, propriis uſupare oculis contenderet.

Rem promiſcue hactenus neglectam non dedignatus eſt Potentiſſimus Sueciæ Monarcha *Carolus XI*, pro incredibili quo bonas literas ſcientiasque complectitur ſtudio, cum Borealiores ampliſſimi regni provincias ante biennium, & quod excurrit, inviſeret, omiſſis tantiſper regiis curis attendere, negotiumque ulterioris inquiſitionis Viris mathematica ſcientia inſtructiſſimis, Dn. *Joanni Bilembergio* & Dn. *Andreæ Spole* (quorum prior olim publicæ doctrinæ mathematicæ Upſaliæ præfuit; alter id muneris hodie ibidem ſuſtinet,) deinceps demandare. Et Rex quidem laudatiſſimus, cum anno 1694. *Tornoviæ*, urbe *occidentalis Bothniæ*, ſub latitudine 65°. 43'. verſaretur, ſub medinoctium, 14 & 15 Junii intercedens, quid fidei famæ, per cives de Sole medinocturno ſparſæ, ſubeſſet exploraturus; cum ad horizontem loci, montibus ac ſylvis circumſeptum, proſpectus interciperetur, conſcenſa non ſine difficultate templi turricula, cum officiis aulæ, quæ præſto erant, aliquot præcipuis, *ad horam uſque* 11. 53' *Solem* (uti habet obſervatio, tanti obſervatoris manu in pugillares regios relata, & poſt in perpetuam rei memoriam tabulæ, juxta altare templi ſuſpenſæ, aureis literis inſcripta) *oculis ſuis luſtravit, quo tempore nubecula tegente paulatim diſparuit. Eundem poſt horam duodecimam & ſextum minutum vividiſſimis radiis e nubecula prodeuntem denuo conſpexit: certo indicio illum interea non occidiſſe, ſed nubem tantum in cauſa fuiſſe, quo minus tota nocte cerneretur.*

Pag. 93.

Bilembergius vero & *Spolius* anno inſequente 1695 regiis auſpiciis die 21 Maii *Upſalia* digreſſi, variaque per inſolitam cœli intemperiem fortuna jactati, die 6 Junii *Tornoviam* pervenere, ibidemque ex accurate & repetito captis altitudinibus Solis meridianis, ejusdem latitudinem ſupra memoratam reperere: quoad longitudinem vero, beneficio trium horologiorum pendulorum, ad unum uſque minutum conſpirantium, differentiam inter *Tornoviæ* & *Holmiæ* meridianos 19'. 20"; magnetis autem declinationem 7 quaſi graduum magiſtriſſantem. Cæterum cœlo pluvio

Digitized by Google

vio & nebuloſo per aliquot noctes impediti, inter 10 demum & 11 Junii ſerena aura Solem ipſo medinoctio veſtigantes, tres corporis Solaris quartas ſuper horizonte evectas deprehenderunt, una reſidua ſubtus horizontem recondita. Hac clara & diſtincta obſervatione contenti, continuato boream verſus adverſo flumine *Torneo* itinere, tertio die ad tuguriolum *Pello* appulere, ibidemque totum Solem, amplius duabus ſui diametris elevatum, ingenti cum voluptate conſpicati ſunt. Die porro 14 Junii ad ferri cuprique officinas *Kangis* eniſi, ex navigiis Solem tribus diametris altum obſervarunt ſub latitudine, poſtero die e meridiano Sole deducta, vix 66°. 15'. majore. Ulterius perrecturis difficultates locorum obſtitere, æſtatis tempore peregrinantibus omnem tranſitum prohibentes: unde viam ſecundo flumine plurimis cum periculis relegere coacti, exacto ſesquidie *Tornoviam* rediere; indeque per varias regni provincias delati, *Upſaliam* die 24 Julii reverſi ſunt. Hæc latius laudatus Dn. *Bilebergius*, in præſenti libello, Suecico ſimul & Latino idiomate, regio juſſu expoſuit, variaque eruditione hiſtoriam harum obſervationum expolivit. Nec enim ſine fructu & voluptate lector ex eo percipiet *Tornoviæ*, *Kangis*, & ipſius *Bothniæ occidentalis* deſcriptionem, ſolique pertranſiti genium, & commoda incolis ex tanta æſtivi Solis mora, maturandis ſpatio ſex ſeptemve ſeptimanarum ſegetibus provenientia; itineris difficillimi, navigationisque rationes & diſcrimina; refractionum Solarium doctrinam; latitudines urbium, *Tornoviam* inter & *Upſaliam* ſitarum, cum magneticis ibidem declinationibus; diſcurſum de figura telluris, aliaque quæ brevitatis ſtudio recenſere omittimus.

Act. Erud. An. 1697. M. Febr.

JOHANNIS BERNOULLI MATHEM. P. P.

Pag. 95.

Problema alterum pure Geometricum, priori (videantur Acta Eruditorum An. 1696. pag. 212.) ſubnexum, ac peculiari programmate Groningæ Cal. Januar. 1697. Eruditis propoſitum.

AB Euclidis tempore vel tyronibus notum eſt, ductam utcunque a puncto dato rectam lineam a circuli peripheria ita ſecari, ut rectangulum duorum ſegmentorum inter punctum datum & utramque peripheriæ partem interceptorum ſit eidem conſtanti perpetuo æquale. Primus ego oſtendi in Actis menſe Junio An. 1696 pag. 209, hanc proprietatem infinitis aliis cur- Pag. 96.

Act.Erud. An. 1697. M. Febr. vis convenire, illamque adeo circulo non eſſe eſſentialem. Arrepta hinc occaſione, propoſui Geometris determinandam curvam vel curvas, in quibus non rectangulum ſed ſolidum ſub uno & quadrato alterius ſegmentorum æquetur ſemper eidem; ſed a nemine hactenus ſolvendi modus prodiit. Exhibebimus eum, quandocunque deſiderabitur. Quoniam autem nonniſi per curvas tranſcendentes quæſito ſatisfacimus, en aliud problema, cujus ſolutio per mere Algebricas in noſtra eſt poteſtate.

Quæritur Curva, ejus proprietatis, ut duo illa ſegmenta ad quamcunque potentiam datam elevata & ſimul ſumpta faciant ubique unam eandemque ſummam.

Caſum ſimpliciſſimum, exiſtente ſcil. numero potentiæ 1, ibidem in Actis pag. 210 jam ſolutum dedimus, generalem vero ſolutionem, quam etiamnum premimus, Analyſtis eruendam relinquimus.

M.Martii. Pag. 113.

QUADRATURA UNIVERSALIS

Figurarum Curvilinearum per ſeries infinitas, ſimplici tranſpoſitione rectarum linearum formatas, per D. T.

CUM heri legerem, quæ in Actis menſis Decembr. A. 1696 Vir in his ſtudiis profunde verſatus *Johannes Bernoullius* de Tetragoniſmo univerſali expoſuit, mirum in modum ea mihi placuerunt, occaſionemque ſuppeditarunt reminiſcendi eorum, quæ circa hanc rem olim fui meditatus, imprimisque methodi a multis jam annis mihi familiaris, cujus ope, abſque ullis tangentibus, per ſimplicem linearum rectarum tranſpoſitionem Tetragoniſmos abſolvo; quam nunc cum publico communicare animus eſt. Nimirum ſi fuerit ſpatium quodcunque ABGIK, ducatur recta BK & huic parallela FGHI, fiatque continue FH—GI, & orietur hinc curva CHK. Porro ducta recta CK, & huic parallela, formetur eodem modo nova curva DK, & ſic in infinitum. Dico rectangulum ABLK eſſe ad curvum ſpatium BGIK, ut 2 AB ad AB + Bc + CD + DE &c. Hæc autem ſeries infinita, ſi quadratura ſpatii abſoluta datur, ſemper ad ſeriem finitam poteſt reduci, idque quandoque ſtatim manifeſtum eſt, ut in parabolis infinitis accidit. Nota quoque mihi dudum fuit methodus, omnes quadraturas curvilinearum, quæ expreſſionem finitam patiuntur, per ſimplicem linearum tranſpoſitionem abſolvendi, ejusque ſpecimina jam Pariſiis An. 1682

Tab. I. Fig. 1.

Aca-

Academiæ Regiæ exhibui, cum obſervaſſem, tale quid nec in Parabola Archimedea præſtitum fuiſſe; verum calculi moleſtia, quotiescunque ad eandem perficiendam me applicui, ſemper me abſterruit, quo minus pergerem in ea numeris omnibus abſolvenda, quamvis ſemper ſingularia quædam hinc derivaverim, quæ aliquando, ſi otium ſuppetat, cum fœnore publico impertiar. Act. Erud. An. 1697. M. Martii.

JOH. BERNOULLII
De Conoidibus & Sphæroidibus quædam.

Solutio analytica Æquationis in Actis A. 1695, p. 193. propoſitæ. Notatiunculæ in Reſponſionem a Nob. D.T. nupero Novembri editam &c.

QUod in Actis Eruditorum menſe Junio ſuperioris anni de Conoidum & Sphæroidum ſuperficiebus complanandis inſinuavi, in tranſitu velut attigeram, neque ejus mentionem injeciſſem Pag. 114. publice, niſi inter ſcribendum in mentem mihi incidiſſet elegans illa coni recti proprietas, quam publico impertiendam duxi, ſubindicando ſimul fontem, ex quo fluebat. Eſt vero materia illa talis, in qua excolenda nemo male ſuam operam collocabit; eruenda enim reſtant egregia: cui rei fidem faciam novo & facili ſed eleganti theoremate. Eſto curva qualiſcunque ABC (*Fig.* 2.) convertenda circa duos axes DE & DF conſtituentes quemcunque angulum EDF, ſitque recta GDH perpendicularis ad lineam angulum eundem biſecantem, cui parallela EF; Dico ſuperficiem, quæ oritur ex converſione curvæ ABC circa DE, una cum ſuperficie orta ex converſione ejusdem ABC circa DF, eſſe ad ſuperficiem ſolam genitam ex circumvolutione curvæ ABC circa GH, ut EF ad ED; Idem intellige etiam de ſolidis, quæ fiunt ex triplici iſta converſione ſegmenti ACB, vel ſectoris ADC, vel alterius cujusvis figuræ. Unde exiſtente angulo EDF $= \frac{2}{3}$ recti, erunt duæ converſiones circa axes DE, DF ſimul æquales converſioni circa GH, reliquis vero in caſibus ſi fiat curva *abc* ſimilis expoſitæ ABC, ita ut ducta utcunque D*b* ſit ad DB, ut EF ad mediam proportionalem inter EF & ED, erunt duæ ſimul ſuperficies factæ ex converſione curvæ ABC circa DE & DF æquales ſuperficiei deſcriptæ a curva *abc* converſa circa GH. Sin autem D*b* ſit ad DB ut EF ad primam duarum mediarum proportionalem inter EF & ED, erunt duo ſolida figuræ ACB TAB. I. Fig. 2.

circa DE & DF rotatæ, æqualia ſolido figuræ *acb* circa GH converſæ. Hinc patet, qua ratione ſphæroidibus, oblongo & depreſſo, ab eadem quacunque ellipſoide deſcriptis & ſimul ſumptis æquale ſolidum, illorumque ſuperficiebus una ſuperficies æqualis conſtrui poſſit; Id quod Hugenio quondam erat unum ex maxime deſideratis.

Jam addam hic ſolutionem analyticam (quia hactenus nulla comparuit) æquationis differentialis a Fratre propoſitæ in Actis Decembr. 1695. Compellatus enim a celeberrimo Leibnitio, ut ei me accingerem, videnſque & ipſum nonnihil operæ ſolutioni impendiſſe, & Fratrem iteratis vicibus Mathematicos provocando ſuum problema pluris quam ab initio credideram æſtimaſſe, invitationi diutius deeſſe nolui. En igitur ſolutionem, quam per ſemiquadrantem horæ inſtituta meditatio mihi ſuggeſſit, quamque Dn. Leibnitio, ſi horum recordari dignetur, jam tum perſcripſi, antequam conſtructio fraterna comparuiſſet.

Pag. 115. Æquatio propoſita eſt hæc: $ady = ypdx + by^n qdx$ (ubi a & b quantitates datas & conſtantes, n poteſtatem quamvis literæ y; p & q quantitates utcunque datas per x denotant) ſeparandæ ſunt in illa literæ indeterminatæ x & y cum ſuis differentialibus a ſe invicem, ut ſaltem per quadraturas conſtrui poſſit; id quod ſic facio: Ut poteſtas n deprimatur ponendum eſt $y^n = \frac{n}{v^{1-n}}$, unde propoſita mutatur in hanc ulterius reſolvendam $\frac{1}{1-n}$ $adv = vpdx + bqdx$, quæ reſpondet formulæ Leibnitianæ in Martio 1696 traditæ. Sed hac depreſſione poteſtatis mihi non opus eſt; immediate enim conſequor finem ponendo $y = mz$, ideoque $dy = mdz + zdm$; quibus ſubſtitutis in æquatione propoſita habebitur $azdm + amdz = mzpdx + bm^n z^n qdx$. Nunc ut hæc æquatio quatuor terminorum ad duos redigatur, pono $amdz = mzpdx$ ideſt $\frac{adz}{z} = pdx$, unde cum habeatur z per x aut algebraice aut ſaltem tranſcendenter eſto, $z = \xi$ (per ξ intelligo quantitatem datam per x & conſtantes.) Quoniam vero deſtructis mdz & $mzpdx$ in æquatione transmutata, remanet $azdm = bm^n z^n qdx$ ſeu ſurrogato valore ipſius z, $a\xi dm = bm^n \xi^n qdx$ ideſt $am^{-n} dm = b\xi^{n-1}$ qdx, hinc pariter habetur m per x, nimirum $\frac{a}{-n+1} m^{-n+1}$ $= b\int \xi^{n-1} qdx$, poſito ergo $m = X$ (quantitati itidem ex x & con-

Digitized by Google

conſtantibus compoſitæ) proveniet $y = (zm) = \xi X$ = quantitati pure dependenti ab x & conſtantibus. Q. E. F. Act.Erud. An. 1697. M.Martii.

Hæc dum ſcribo, pervenit ad me Nobiliſſimi Dn. Tſchirnhauſii ſchediaſma proximo Actorum Novembri inſertum. Per totum, fateor, profundas ſagaciſſimi ingenii meditationes ſpirat; doleo ſolum aſſequi me non poſſe, utrum noſtras obſervationes circa ipſius meditata Geometrica approbet, an vero improbet. Abſit, ut putem Virum hunc, nulli in cognitione abſtruſioris Geometriæ ſecundum, improbare velle talia, quæ quandocumque libuerit, evidentiſſimis demonſtrationibus munire poſſum. Lubens ergo merito credam, quædam fuiſſe ab ipſo propoſita in Nov. 1695. quæ limitanda erant; quæ autem limitatio nec a Fratre nec a me (qui fere eadem haud ex communicato objecimus) percipi potuit. Neque jam in dubium vocabo, acutiſſimum Authorem mirandas poſſidere methodos generales, quarum utinam nos participes faceret, ne ſi quid ipſi humanitus accideret, talia nulli oblivioni tradenda ſimul interirent. Paucis interim notabo, quæ in noviſſima iſta reſponſione animadvertere licuit. Pag. 116.

Etiamnum ſuſtineo, quod theorema fig. 2, Act. Nov. 1695 expoſitum *ſeſe extendat ad omnes curvas, ſive ſint per focos ſive aliter quomodocunque &, ſi vis, libera manu deſcriptæ*. Quod autem Vir celeberrimus inde infert, me eſſe in ea ſententia, non omnes curvas per focos deſcribi poſſe, plane non ſequitur: quaſi vero una eademque curva per focos deſcripta non poſſet etiam mille aliis modis deſcribi. Exemplo nobis ſit vel ſola Ellipſis, quæ non tantum per filum, ſed etiam per regulam ſecundum latera anguli recti progredientem aliterque æque facile formatur. Hoc dumtaxat ex aſſertione mea legitime ſequitur, theorema illud valere in omnibus curvis, non quatenus per focos tantum ſed utcunque progenitæ conſiderentur. Atque ſic ſalva mea aſſertione non nego, omnes curvas habere focos ſaltem lineares; an vero etiam habeant ſimplices ſeu puncta ex quibus ſemper per fila delineari poſſint, hactenus a nemine demonſtratum eſt.

Quod præterea Vir ingenioſiſſimus innuit, *methodum tangentium inverſam ante aliquot annos magno in pretio ſe habuiſſe, jam vero eandem non leves ob cauſas eo loco non amplius a ſe haberi*, indicium utique eſt ſibi eam adeo planam & tritam feciſſe, ut ipſi jam ut ludus ſit habendus; unde cum *nihil hactenus propoſitum viderit*, (ut ait) *quod ejus ope cum operam dare ei licuit, non potuerit determinare*, videre deſidero alterum illum modum *parabolæ portiones inter ſe conferendi*, quem priori ſuo ſubſtituit & cum pluribus ſpeciminibus communicandum pollicetur. Cæterum ingenue fateor, me nondum poſſe perſpicere ex omnibus illis, quæ allegat, quo-

modo

Act.Erud. An. 1697. M.Martii. Pag. 117. modo theorema meum de reductione curvarum ad circulares per alias evolutiones quam Hugenianam augeri poſſit. Pro hoc ſi habet methodum quam offert, grato animo excipiam, quandocunque communicare libuerit. Hoc tamen in anteceſſum præmonendum duco, non opus eſſe ut curvæ reducantur ad extenſiones ellipſeos, hyperbolæ, parabolæ, altiorisve curvæ, ſi id fieri poſſit per circulares, tanquam poſt rectam ſimpliciſſimas. Verum enim vero omnis omnino curva, quotcunque etiam habeat focos, per unicum ſemper poteſt deſcribi, id eſt per evolutionem Hugenianam. Non video igitur, cur recurrendum eſſet ad evolutiones magis compoſitas, cum idem perpetuo obtineri poſſit per ſimpliciſſimam.

Subnectit Vir eruditiſſimus, ſe habere *ſingularia theoremata univerſalia* pro nova doctrina locorum, aſſeritque ſibi valde probabile videri, æqualitatem rectangulorum rectarum ſe interſecantium (quam ego præterquam circulo infinitis aliis curvis competere nuper oſtendi) abſolute omnibus communem eſſe. Id quidem facile largior, ſi duas tantum rectas ſe interſecantes intelligat, ut fere innuere videtur, quando dicit *certiſſimum id eſſe, in ipſa quoque parabola, hyperbola & ellipſi hanc veritatem, quod duabus rectis ſe interſecantibus rectangulorum ſegmenta inter ſe infinitis modis certa ratione ſint æqualia, demonſtrari poſſe*; ſed ridiculum prorſus fuiſſet, ſi tale quid ut novum venditare voluiſſem, ſiquidem prima ſtatim attentione cuivis obvium eſt, omnem curvam, ſi non ſit circulus, poſſe a circulo ſecari in quatuor punctis, per quorum bina & bina tranſeuntes lineæ rectæ habebunt utique ſegmentorum rectangula æqualia; adeo ut hoc de omnibus curvis non ſolum probabile ſed omnino certum ſit. At ſenſus mei inventi longe alius eſt. Non enim duas ſaltem, ſed infinitas, ſed omnes rectas e puncto quodam egredientes, quæ ſecent curvas, volo ut faciant rectangula ſegmentorum ſuorum æqualia, atque hoc omnibus curvis convenire nemo demonſtrabit, cum contrarium potius in ipſis tribus ſectionibus conicis evinci poſſit. Quod ſupereſt, ſi theorematum ſuorum vires experiri velit, ſat amplam materiam habet applicandi illa in inquiſitione curvæ, quam in Actorum menſe Junio inſolutam relinquo, ut ſcilicet ſolidum ſub uno ſegmento & quadrato alterius ſit ubique eidem æquale, cujus ſolutio mihi reperta eſt. Item quod nuper publice propoſui, quærat curvam ita ut ſumma ſegmentorum ad potentiam datam elevatorum ſit perpetuo eadem. Pag. 118. Hiſce aliiſque ſi ſatisfecerit (ut non dubitamus) Vir perſpicaciſſimus, haud aptiorem anſam nobis præbebit, de inventis ipſius pro merito ſentiendi, quam ſi methodos ipſas, quas hucuſque latere nos voluit, tandem candide aperuerit.

BER-

Digitized by Google

BERNHARDI NIEUWENTIIT

Act. Erud. An. 1697. M. Martii. Pag. 124.

Conſiderationes ſecundæ circa calculi differentialis principia, & Reſponſio ad Virum Nobiliſſimum G. G. LEIBNITIUM.

Amſtelodami, apud Johannem Wolters, 1696 in 8°. plag. 3.

POſtquam ea, quæ ad difficultates contra calculum differentialem motas reſponderat maximi nominis Geometra Leibnitius, ex Actis Eruditorum A. 1695. menſe Julio & Aug. pag. 138. & 145. perſpexerat doctiſſimus *Nieuwentiit*, non difficultatum omnino omnium immunia ea ipſi viſa fuerunt, ſperavitque a Viri omnis politioris literaturæ fama clariſſimi inſita humanitate, ægre latum non iri, ſi ea, quibus adhuc ſuſpenſus tenetur, dubia in his Conſiderationibus Secundis exponeret. Id vero eum in finem fieri profitetur, ut (quæ ipſius verba ſunt) *ad ulteriora jam prorumpens, & veterum fines ſupergreſſa Geometria, tutam nec difficultatum vepribus ubique exaſperatam ſemitam inveniat, ac poſt exhauſtas quantitatum aſſignabilium proprietates, per inſolitas quoque, omniſque humanæ imaginationis vim eludentes partium infinite parvarum conſiderationes, lapſus ac erroris ſecura nihil a tergo dubii, nihil indemonſtrati relinquens procedere poſſet*. Fecit autem quinque ſectiones harum Conſiderationum, in quarum *prima* diſquirit, an legitime a nobiliſſimo Leibnitio ſit demonſtratum, in calculo differentiali quantitates infinite parvas nihilorum adinſtar abjici debere: in *ſecunda*, an, ſi calculus differentialis primi gradus ſuſtineri poſſit, differentiationes aliorum graduum ex rationibus a Viro celeberrimo hunc in finem adductis rite inferantur. Pag. 125. In *tertia* ſolutiones objectionum ſuarum, quibus calculum differentialem ad caſus particulares adhibitum in abſurdum deſinere, probare anniſus fuerat, expendit. In *quarta* ad difficultatem, adverſus ſuam circa infiniteſimas ratiocinandi methodum motam, reſpondet. In *quinta*, num ſuus calculus ad curvas exponentiales adhibitus, licet tolerari poſſit, ad identicum redire cum ratione dicatur, & an huic ideo calculus nobiliſſimi Leibnitii ſit præferendus, inquirit. Atque hæc ſumma libelli capita indicata a nobis fuiſſe ſuffecerit, cum momenta controverſiarum ipſa recenſere, prolixum nimis foret, & opuſculum ipſum perlegi facili negotio poſſit integrum ab iis, qui talium ſtudiis capiuntur. Quemadmodum & ea, quæ nobis, quod in Actis Eruditorum A. 1696, menſe Februario pag. 195, Mathematicos in unum no-

tas

Digitized by Google

 tas uſurpandi modum convenire, & quidem notationi per ſummas & differentias inſiſti, obiter optaveramus, in Præfatione libri a clariſſimo Nieuwentiit opponuntur, aliorum judicio & examini æquiſſimo animo relinquimus.

JOH. BERNOULLI

Principia Calculi exponentialium ſeu percurrentium.

MIrari ſubit, Cl. Dn. *Nieuwentiit in Conſiderationibus ſuis ſecundis* nuper editis conqueri, celeberrimi Leibnitii reſponſiones non tanti ſe ponderis deprehendiſſe, quæ objectionibus ſuis primum motis per totum ſatisfacerent. Credebam equidem noſtram calculandi methodum ſemetipſam ſatis commendare vel ſolo conſenſu tot tantorumque inventorum, in quæ hactenus diverſis licet inſiſtentes viis incidimus, quæque nullius unquam falſitatis convici poterunt: quod ſane a methodo ſuſpecta nedum erronea expectari nec poteſt nec debet. Eſto nobis inſtar omnium unicum exemplum famoſi illius problematis catenarii, cujus ſolutiones ad unum egregie conſpirantes, illuſtre Virorum par, Hugenius & Leibnitius exhibuerunt, quibus ſimul mea acceſſit, ne in minimis quidem diſſentiens; nob. Hugenio ſua analyſi, nobis vero noſtra, ſed felicius utentibus: hac enim duce eo uſque ultra ſimplicem ſolutionem proceſſimus, ut ipſe Hugenius mirabundus
Pag. 126. faſſus fuerit ingenue (vid. Hiſt. Oper. Erud. quæ Roterodami editur, menſe Febr. 1693. p. 251) ſe non poſſe imaginari, quomodo calculus eo nos perduxerit.

Sed nolim hic reſpondere novis objectionibus Dn. Nieuwentiit, quod ipſe acutiſſimus Leibnitius, cujus potiſſimum res agitur, ſi ipſi neceſſum viſum fuerit (de quo tamen dubito) bonam cauſam vindicare non differet. Ultimam duntaxat aggrediar ſectionem ſecundarum harum Conſiderationum, ut quod jam aliquoties facere volui, anſam habeam exponendi modum tractandi æquationes curvarum, in quibus indeterminata exponentes ingreditur. Cujus inventionem eatenus mihi attribuere fas eſt, quod jam ante quinquennium ſponte mea eo penetraverim, Dn. Leibnitio non monente, ut ipſe fatetur in Actis Ann. 1695. pag. 142; quod utique non leve argumentum deberet eſſe, apud Dn. Nieuwentiit præſertim valiturum, calculum differentialem exponentialibus curvis adhibitum plane nullis laborare difficultatibus. Gaudebo interim, ſi explicatio mea prolixior doctiſſimo Nieu-

Nieuwentiitio ſcopulum, quem forte in ſuccincta nimis Leibnitiana offendit, ſummoverit: ſin minus, pro publico tamen laboraſſe non pigebit. Act.Erud. An. 1697. M.Martii.

Quantitatem elevatam ad potentiam indeterminatam (antequam hæc etiam Leibnitio conſiderata intellexiſſem) vocabam *percurrentem*, quia omnes poſſibiles dimenſiones quaſi percurrit. Hinc æquationes quantitatibus hujuſmodi conſtantes, ipſæque curvæ per illas deſignatæ, eodem mihi nomine veniebant. Quoniam vero *exponentialium* appellatio magno noſtro Geometræ arriſit, in illius honorem hoc alterum nomen & ego adſciſcam, miſſo priori, ne, quod ſubinde accidit, diverſa ejusdem rei denominatio Lectori confuſionem pariat.

Exponentialem igitur quantitatem concipiebam ut medium quid inter algebraicam & tranſcendentem: accedit enim ad algebraicam, eoquod terminis finitis utut indeterminatis conſtet; ad tranſcendentem vero, quod nulla conſtructione algebraica exhiberi poſſit. Hinc colligere eſt, quam ſuperfluus fuerit jocus Hugenii, curvas exponentiales appellando *hypertranſcendentes*, cum ſerio potius & congrue illas nominare potuiſſet *hypotranſcendentes*. Eſt enim & ipſa Logarithmica (omnium profecto tranſcendentium ſimpliciſſima) ex hoc curvarum genere, omnesque aliæ exponentiales ope hujus conſtrui & earum tangentes determinari poſſunt, ut ex jam dicendis patebit. Tria interim ſunt, quæ maxime ſuſpenſum tenent Dn. Nieuwentiit, quo minus aſſenſum tribuat. 1. *Quomodo una eademque indeterminata poſſit eſſe in curva logarithmica de applicatarum genere, & ſimul abſciſſa alterius cujusdam curvæ*. 2. *Quomodo ex æquatione* $x^v = y$, *deducatur hæc æquatio* $v\,lx = ly$ (per lx, ly, lz &c. intelligo logarithmos ipſarum x, y, z &c.) 3. *Quomodo* lx *poſſit eſſe* $= \int \frac{dx}{x}$. Hæc ergo ſatis alias trita, quorum *originem ſe ignorare* fatetur, ipſum edocebo. Pag. 127.

Eſto DE (*Fig.* 3.) axis curvæ HGF, illique perpendicularis DC, axis logarithmicæ AB; producatur applicata FE, donec occurrat logarithmicæ AB in B, a quo demiſſa perpendicularis BC æqualis erit abſciſſæ DE, eſt autem BC applicata logarithmicæ, ergo patet, qua ratione abſciſſæ DE, cujuscunque curvæ HGF, poſſint eſſe de applicatarum genere, non ſolum in logarithmica, ſed in quavis etiam alia curva AB, & quidem ita ut ſalva maneat relatio inter DE & EF, quocunque etiam modo creſcat DE, ſive æqualiter, ſive inæqualiter; adeo ut ſumptis ex. gr. differentiis axis logarithmicæ Cc æqualibus, nihilominus differentialis FG ad differentialem Ee, ſeu ipſa FE ad ſubtangentem EL, ſuam genera- TAB. I. Fig. 3.

 lem perpetuo ſervet relationem. Ad demonſtrandum ſecundum, quod vlx ſit $= ly$, inſpiciat, ſi placet, vulgares, quæ proſtant, tabulas logarithmicas, quæ e veſtigio ipſum docebunt, logarithmum numeri quadrati, cubi, biquadrati, &c. eſſe duplum, triplum, quadruplum &c. radicis: unde generaliter logar. $x^v = vlx$; quid ergo ſi $x^v = y$, annon & eorum logarithmi ſunt æquales, id eſt, $vlx = ly$? Supereſt tertium, quod ita oſtendo; ſi $AD = 1 =$ ſubtang. & $BC =$ numero, erit ut conſtat, DC logarithmus ejusdem, eſt autem ex natura logarithmicæ ſubtang. in $Bn = BC$ in Ce, & per conſequens $\frac{Bn}{BC} = Ce$, hinc ſi BC ſit x, y, z &c. & DC, lx, ly, lz &c. erit $\frac{dx}{x}, \frac{dy}{y}, \frac{dz}{z}$ &c. $= dlx, dly, dlz$ &c. ergo etiam ſummæ $\int\frac{dx}{x}, \int\frac{dy}{y}, \int\frac{dz}{z}$ &c. $= lx, ly, lz$ &c. Unde ſatis mirari nequeo, doctiſs. Nieuwentiit, qui eandem fere demonſtrationem ſibi format, hic diſcrimen quærere in literis, concedendo $\int\frac{dy}{y} = ly$, ſed dubitando an etiam $\int\frac{dx}{x}$ &c. $= lx$; quaſi arbitraria denominatio mutationem rei afferat. Regeret quidem, id de omnibus indeterminatis valere ſi abſolute conſiderentur; ſed hic x & y conſiderandas eſſe certo ad invicem reſpectu: aſt quid tum? demonſtratio generalis eſt & nulla conditione, nullo reſpectu limitata. Demonſtratum enim eſt, quacunque ratione creſcant De, DE ſeu bc, BC; quocunque demum appellentur nomine ſive x, ſive y; ſive abſolute, ſive reſpective conſiderentur, perpetuo earum logarithmos eſſe Dc, DC. Quod autem aſſumatur $AD = 1 =$ ſubtang. id compendii gratia tantum fit: quamcunque enim quantitatem, quid ni ergo & ſubtangentem, unitati ſubſtituere tuto licet, ſi modo ad aſſumptam cæteræ omnes referantur. Diſcuſſis jam ut opinor difficultatum nebulis, venio ad ipſam exponentialium tractationem.

Pag. 128.

Quantitates exponentiales ſunt diverſorum graduum, quorum infimus (qui hactenus tantum fuerat conſideratus) eſt, quando exponens conſtat indeterminatis ordinariis, ut y^m, x^n, z^p; poſito m, n, p eſſe quantitates ſimpliciter indeterminatas. Quantitas exponentialis ſecundi gradus eſt, cum exponens ipſe eſt quantitas exponentialis ut y^{m^n}; & ſic in univerſum quantitas exponentialis cujuscunque gradus habet pro exponente quantitatem expo-

Digitized by Google

exponentialem gradus proxime præcedentis. Idem etiam intellige de æquationibus & curvis exponentialibus ad ſuos gradus referendis. Nota interim, quod ſi æquatio conſtet ex diverſis diverſorum graduum exponentialibus, tunc æquatio ut & curva per illam deſignata ſortietur nomen a potiori. De quibus omnibus hæc habe: Act. Erud. An. 1697. M. Martii.

Eſto curva logarithmica quævis AB, ſumptaque ſubtangente pro unitate, & ipſi æqualis prima applicata AD; ordinata BC quovis modo varians, ſive ſit de applicatarum ſive de abſciſſarum genere alterius cujuſcunque curvæ, ſi modo per minima creſcat, ſive æqualiter ſive inæqualiter, ſit $= x, y, z$, adeoque $DC = lx, ly, lz$; $Bn = dx, dy, dz$; $Cc = dlx, dly, dlz$ &c. Unde fluit regula generalis: *Differentiale logarithmi utcunque compoſiti eſt æquale differentiali numeri diviſo per numerum ut* $dl\sqrt{xx+yy} = \frac{xdx+ydy}{xx+yy}$. Pag. 129.

Ad differentiandam ergo quantitatem exponentialem primi gradus m^n, fiat $m^n, = t$, ergo $nlm = lt$, & differentiando juxta calculum differentialem $lmdn + ndlm = dlt$, at per regulam generalem $dlm = \frac{dm}{m}$, & $dlt = \frac{dt}{t}$, ideoque $\frac{ndm}{m} + lmdn = \frac{dt}{t} =$ (ob $m^n = t$) $\frac{dt}{m^n}$; unde dt ſeu $dm^n = nm^{n-1}dm + m^n lmdn$, id quod ſuggerit regulam primam ſpecialem pro exponentialibus primi gradus, poſſunt enim pro m & n quantitates intelligi quomodocunque ex indeterminatis compoſitæ.

Eſto jam exponentialis ſecundi gradus m^{n^p}, ponatur illa æqualis t, adeoque $n^p lmdn = lt$, ſumptis utrobique differentialibus modo communi, $n^p dlm + lmdn^p = dlt$; quoniam autem per regulam primam ſpecialem $dn^p = pn^{p-1}dn + n^p lndp$, & per regulam generalem $dlm = \frac{dm}{m}$, $dlt = \frac{dt}{t}$, habebitur regula ſecunda ſpecialis pro exponentialibus ſecundi gradus, quæ hæc eſt $dm^{n^p} = n^p m^{n^p - 1} dm + pn^{p-1} m^{n^p} lmdn + n^p m^{n^p} lmlndp$. Eodem modo inveniuntur regulæ ſequentes pro altiorum graduum exponentialibus. Nec difficilius differentiantur quantitates quomodocun-

Digitized by Google

Act.Erud. An. 1697. M.Martii. que ex illis compoſitæ, ut $dm^n p^q = p^q dm^n + m^n dp^q$, ubi ſi ſurrogetur valor ipſarum dp^q, dm^n, modo ſupra inventus, prodibit differentiale quæſitum.

Pag. 130. Hactenus explicata ſufficiunt pro generali exponentialium differentiandarum adumbratione: videamus paucis applicationem in uno alterove exemplo; quorum ſi aliam ſolutionem a noſtra diverſam tradiderit, vel ſaltem noſtram a vero abludere demonſtrarit Clariſs. Nieuwentiit, nobis magnus erit Apollo, cui libenter manus victas dabimus.

I. Conſtruenda eſt curva, cujus natura exprimitur per hanc æquationem exponentialem $x^x = y$; ejusque tangens determinanda. Sumptis logarithmis habetur $xlx = ly$: facta itaque logarithmica AB, cujus ſubtangens ſit $= 1 =$ AD, ſitque DE vel BC $= x$, erit DC $= lx$; & per conſequens ſi fiat AD. BC :: DC. DM, erit DM $= ly$, & MN $= y$, cui ſi æqualis applicetur EF ad abſciſſam DE, erit punctum F in curva optata HGF. Tangens in F determinatur ſic: Per regulam primam ſpecialem $dy = x^x dx + x^x lxdx =$ (ſubſtituto y loco x^x) $ydx + ylxdx$; id eſt $y + ylx$. 1 :: dy. dy :: y. ſubtang. $= \frac{1}{1+lx}$: Hinc ſumpta EL tertia proportionali ad AD + DC & AD, erit FL tangens; Quam proin in terminis ordinariis, id eſt, finitis expreſſimus. Judicet jam Dn. Nieuwentiit, quo jure vehementer adeo exprobret Celeberr. Leibnitio, ac ſi ſui oblitus neſcio quod enorme crimen in Geometriam perpetraſſet, dum in Nieuwentiitiana methodo (meritiſſime) reprehendit, quod *non exhibeat rationem dx ad dy ſeu ſubtangentialis ad ordinatam in terminis ordinariis expreſſam, neque adeo ductu linearum aſſignabilium conſtrui poſſit*. Etenim per ordinarium & aſſignabile non ſolum algebraicam ſed etiam tranſcendentem quantitatem, ſi modo ſit finita, comprehendit Leibnitius. Circuli utique peripheria terminis algebraicis exprimi nequit, an ideo non eſt ordinaria ſeu finita? an ideo minus aſſignabilis, cum tamen unico ductu circini aſſignetur? Hanc de aſſignabilitate mentem fuiſſe Leibnitii, venari potuiſſet ex eodem, quem citat, Actorum loco, verſa ſaltem pagina A. 1695, pag. 143, l. 32, ubi acutiſſimus Author diſtinguit quantitatum genera in *ordinarias*, *infiniteſimas primas ſeu differentiales*, *differentio-differentiales ſeu infiniteſimas ſecundas &c.* manifeſto certe indicio, per *ordinarias* nihil aliud

aliud intelligere quam quantitates finitas. Præterea fallitur Dn. Nieuwentiit, quando *rationis ſubtangentis ad ordinatam expreſſionem in terminis ordinariis* (algebraicis vult dicere) *impoſſibilem plane arbitratur, in caſu quo ipſa curvæ æquatio in terminis ordinariis exponi nequit:* Conſideret, ut de poſſibilitate convincatur, vel ſolam cycloidem primariam, quæ utut tranſcendens, ordinata tamen ad ſubtangentem rationem habet pure algebraicam, eam ſcil. quam obtinet abſciſſa ad applicatam circuli genitoris, ut notum eſt. Act. Erud. An. 1697. M. Martii. Pag. 131.

Sed revertimur ad curvam noſtram, cujus notabiles quaſdam proprietates recenſuiſſe non abs re erit; ideo præſertim quod ſummus Leibnitius eam a me ipſi primo propoſitam ſua applicatione nequaquam indignam reputarit, quin potius occaſione illorum quæ ſuper hac aliaque materia repereram & ipſi præſcripſeram, ipſe multa alia ſcitu digniſſima animadverteret, mecumque viciſſim communicaret. Applicatæ AG, DH, ſubtangens puncti G, & AD, omnes inter ſe & ſubtangenti logarithmicæ ſunt æquales. Item ducta ex H applicata ad logarithmicam HP, & PR parallela ipſi HD ſecante curvam in O, erit OR omnium ordinatarum breviſſima, ideſt punctum O omnium curvæ punctorum minime diſtat ab axe DE. Habemus etiam generalem methodum quadrandi hujuſmodi figuras, cui ipſe Leibnitius licet conſimilem invenerit pro ingenii quo pollet acumine, haud tamen facile obviam eſſe ultro agnovit: Hanc interim animadverto quadraturam præ omnibus aliis memorabilem, quæ ob curioſam ſeriem, qua exprimitur, mirifice placuit huic Geometræ: Si enim AD vel DH vel AG vocetur 1, erit ſpatium DAGOH = ſummæ hujus ſeriei $1 - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^3} - \frac{1}{4^4} + \frac{1}{5^5}$ &c.

II. Quod ſi proponatur curva, cujus æquatio $x^y = a$: habebitur ad logarithmos redacta $ylx = la$, unde ut ſupra per logarithmicam factum eſt, elicitur curvæ conſtructio. Differentiando autem per reg. 1. ſpec. erit $xlxdy = -aydx$, id quod ſubtangentem determinat.

III. Eſto curvæ æquatio $x^x = a^y$, & proinde $xlx = yla$, quod conſtructioni inſervit: ſumptis per reg. 1. ſpec. differentialibus obtinetur $dx + lxdx = lydy$, ex quo pariter ſubtangentis determinatio fluit. Obſervatu dignum hic venit, quod hujus figuræ quadratura citra ſeriem poſſit exhiberi, eſt enim $\int ydx = \frac{2xxlx - xx}{la}$.

IV. Si proponeretur $a^x = y$, adeoque $xla = ly$, prodiret $yladx = dy$, Pag. 132.

Digitized by Google

Act.Erud. An. 1697. M.Martii.

$= dy$, ideſt ſubtangens foret $= \frac{1}{la} =$ conſtanti; unde concludendum æquationem propoſitam ipſiſſimæ logarithmicæ competere: unico ergo ductu calami *planam regiamque* qualem Dn. Nieuwentiit deſiderat, ***viam aperui, Logarithmicam hoc tempore nulli non cognitam ad æquationem exponentialem reducendi.***

V. Eſto jam Exponentialis plurium terminorum ex. gr. $x^x + x^a = x^y + y$: ſumptis ſeparatim differentialibus cujusque termini per reg. 1. ſpec. reperietur $dx^x = x^x dx + x^x lxdx$, $dx^c = cx^{c-1} dx$, $dx^y = yx^{y-1} dx + x^y lxdy$, quæ rite diſpoſita dabunt æquationem hanc $x^x dx + x^x lxdx + cx^{c-1} dx - yx^{y-1} dx = x^y lxdy + dy$; facto itaque ut dy ad dx, ideſt ut $x^x + x^x lx + cx^{c-1} - yx^{y-1}$ ad $x^y lx + 1$, ita y ad quartam, erit hæc quarta ſubtangens quæſita curvæ propoſitæ: Nota interim quod multitudo terminorum conſtructionem plane non impediat, cum enim mediante logarithmica ſingulis ſeorſim aſſignari poſſit quantitas æqualis, patet utique quantitates iſtas hoc modo aſſignatas & ſimul ſumptas formare illam ipſam, quæ quæritur.

Exempla huc uſque allata abunde illuſtrabunt proceſſum inſtituendum in aliis primi gradus exponentialibus, exque illis haud difficulter perſpicitur, quomodo methodus applicanda ſit ad altiores gradus; in omnibus enim par operandi ratio obſervanda eſt: quam ſi Nob. Hugenius tantæ raritatis & inſolentiæ deprehendit, ut non niſi ægre admiſerit, jam ſane ſi etiamnum in vivis eſſet, haud ægrius eſſet admiſſurus quam ipſum calculum differentialem, quem ab initio mediocriter ſatis, poſtea vero perſpecto inſigni ejus uſu tanti æſtimabat, ut ejus præſtantiam & probitatem ultro agnoſcere & palam profiteri non fuerit dedignatus; ceu liquet ex iis, quæ exhibuit in Actis an. 1693, pag. 506, ubi ipſe ingenue aſſerit occaſione mei in eodem anno propoſiti problematis ſe ad tales Geometriæ ſubtilitates perveniſſe ope calculi differentialis, ad quas ſine illo vix admiſſus fuiſſet. Tanti itaque Viri libera confeſſio invitare deberet Doct. D. Nieuwentiit ad ſimilem ingenuitatem, vel ſiquidem illius authoritate uti velit, ut id faciat ad amplectendum potius quam ad labefactandum noſtram analyſin.

Pag. 133.

ANA-

ANALYSIS INFINITE PARVORUM, ad Linearum Curvarum naturam intelligendam inſerviens.

Act. Erud. An. 1697. M. Martii. Pag. 137.

Pariſiis, ex typographia Regia, 1696. in 4°, plag. 25. *Tab. æri inciſ.* 11. *Lingua Gallica.*

QUamvis præclare ſuam ponant operam, qui reconditos ſcientiæ mathematicæ theſauros in publicam proferunt lucem, omniumque exponunt uſui; longe tamen majori beneficio ſibi literariam devinciunt rempublicam, qui non ſolum aditum ad illas divitias intento quaſi digito monſtrant, ſed novas quoque inveſtigant vias ad penetralia matheſeos ſine circuitu ducentes, vel etiam easdem nobis muniunt. Id quod egregie jam præſtitit illuſtriſſimus Marchio *Hoſpitalius*, dum Analyſin infinitorum, a celeberrimo ejus inventore ſtrictius propoſitam in Actis Erudit. anni 1684 pag. 270. ſq. & a pauciſſimis rite intellectam, doctiſſima commentatione illuſtravit; cum, quanta eſſet hujus præ *Carteſii*, *Barrovii* aliorumque in hoc genere inventis præſtantia, perſpexiſſet. Tam late enim patet ejus utilitas, ut cum ordinariis tum tranſcendentibus conveniat curvis, neque illam morentur ſigna radicalia, aut quantitatum indeterminatarum numerus, ſed ad infinitum ipſum ſe extendat, comparando differentias infinite parvas quantitatum finitarum, imo ultra infinitum, ſi ita loqui fas eſt, porrigatur, dum detegit rationes, quas habent differentiæ differentiarum infinite parvarum, ſeu differentiæ ſecundæ, & harum denuo differentiæ, tertiæ nimirum, & ſic porro. Expoſuit autem Vir genere pariter ac eruditione ſumma inſignis, primam hac vice tantum *Methodi Leibnitianæ* partem, ſeu calculum differentialem, docuitque, quomodo ab integris magnitudinibus deſcendendum ſit ad illarum differentias infinite parvas, cujuſcunque ſint generis; alterius vero partis, ſeu calculi ſummatorii aut integralis, (ubi oſtenditur, quomodo ab infinite parvis ad magnitudines, ad quas pertinent, adſcendendum ſit) editionem ſuppreſſit, cum ex Dn. G. G. L. literis certior fuiſſet redditus, eum admoviſſe manum ad elaborandam *Scientiam infiniti:* ne fortaſſis publicum opere defraudaret, quod comprehenſurum eſt problemata maxime ardua & curioſa circa methodum tangentium inverſam, curvarum rectificationes, quadraturas curvilineorum ſpatiorum, centrorum gravitatis inventionem, & id genus alia. Idem candide fatetur, plurimum ſe profeciſſe Pag. 138.

inven-

Act. Erud. An. 1697. M. Martii. *inventis Leibnitianis ac Bernoullianis*, multumque ſe imprimis *Cl. Bernoullio juniori*, Profeſſori Mathematum Groningenſi, debere. Ipſum opus *decem* abſolvitur *ſectionibus*, in quarum *prima*, retento characteriſmo Leibnitiano, quia calculum expeditiorem reddit, regulæ calculi differentialis traduntur, præmiſſis duabus hypotheſibus: Quantitatum nimirum, quarum differentia infinite parva eſt, alteram pro altera aſſumi poſſe; & curvam lineam poſſe conſiderari tamquam compoſitam ex infinitis rectis iisque ſingulis infinite parvis, ſeu, ut peripheriam polygoni infinitorum & infinite parvorum laterum, quæ angulis, quos conſtituunt, curvaturam lineæ determinant. *Secunda* in ſectione uſus calculi differentialis oſtenditur, in tangentibus curvarum algebraicarum pariter ac tranſcendentium inveſtigandis, & ſpeciatim demonſtratur modus determinandi tangentes curvarum, quæ ex focis deſcribuntur, cujus ideam primum in Medicina mentis propoſuit illuſtris Dn. D. T., auxit ex conſideratione centri gravitatis Duillerius, perfecit nunc Auctor illuſtriſſimus. Sectione *tertia* calculus differentialis adhibetur ad invenienda maxima & minima; *quarta* vero calculus differentio-differentialis explicatur, ejusque uſus oſtenditur in indagando puncto recurſus & flexus contrarii linearum curvarum. Sectione *quinta* calculus Leibnitianus applicatur ad curvarum evolutiones; *ſexta* & *ſeptima* ad inveniendas cauſticas, cum ex reflexione, tum ex refractione oriundas; *octava* ad recipienda puncta curvarum, quæ tangunt quotcunque poſitione datas rectas aut curvas lineas. Sectione *nona* ſolutio exhibetur problematum nonnullorum illuſtrium dependentium ex methodis præcedentibus; *decima* vero a priori oſtenditur *methodus Carteſiana* & *Huddeniana*, particularis illa tamen, nec cum ſupra explicata conferenda; cum ſpectet tantum ad curvas ordinarias, & incommenſurabilium ſublationem, quæ ſæpe numero tædioſiſſima eſt, requirat. Conſtituerat quoque eruditiſſimus Auctor unam adhuc addere ſectionem, expoſiturus in eadem admirandum hujus calculi uſum in Phyſicis, quantum ſcilicet ille conducat ad eam magis limandam, & quantum mecha-Pag. 139.nice hinc poſſit utilitatis recipere: ſed morbo præpeditus deſtitit a propoſito, alio tempore cum fœnore illam publico impertiturus. Quod ut quamprimum faciat, neque diutius premat alteram hujus Analyſeos partem, Marchionem generoſiſſimum omnium illorum nomine rogamus, qui in ejus ſcriptis ſingularem cum mira perſpicuitate conjunctam doctrinam ſuſpiciunt; ſperantes non exiguum redundaturum in orbem literarium commodum, ſi plures eruditione excellentes Viri in eodem argumento illuſtrando verſentur; præſertim cum illuſtri noſtro Leibnitio,

Digitized by Google

nitio, plurimis ſummorum Principum negotiis diſtricto, illa quæ affecta habet egregia quam plurima, tam cito, quam vellet ipſique optamus, abſolvere vix liceat. Act.Erud. An. 1697.

G. G. L.

M. Maii. Pag. 201.

Communicatio ſuæ pariter, duarumque alienarum ad edendum ſibi primum a Dn. JO. BERNOULLIO, *deinde a Dn.* MARCHIONE HOSPITALIO *communicatarum ſolutionum problematis curvæ celerrimi deſcenſus a Dn.* JO. BERNOULLIO *Geometris publice propoſiti, una cum ſolutione ſua problematis alterius ab eodem poſtea propoſiti.*

PRoblemata proponere Geometris dudum uſitatum & publice utile eſt, cum non ſit animo ſuos profectus jactandi, ſed alienos excitandi, ut dum quisque methodos ſuas exercet, ars inveniendi augeatur. Sæpe fit, ut viri eruditi quidem, & in recepta analyſi verſati, ſed nihil altius agitantes, dum de iis, quas didicere, methodis nimium ſibi pollicentur, vulgari doctrinæ ſecuri indormiant, magno ſcientiæ detrimento: nam qui ſibi perſuadenr, nihil ſupereſſe, quod, ſi modo animum adhibere velint, non ſit in poteſtate, nova non quærunt, & ſuæ ſimul deſidiæ & vanitati litant. Hi igitur non melius veterno ſuo excutiuntur, quam ſi problemata proponantur, elegantia vel utilia, præſertim ſi magis ſint artificioſa quam laborioſa. Et puto ea re maxime factum fuiſſe, ut methodus infiniteſimalis differentiarum & ſummarum (cujus calculum differentialem appellare placuit) a me propoſita increbreſceret, & a viris egregiis in uſum transferretur, quod appareret, problematibus inſignibus ſolvendis aptiſſimam eſſe. Cum enim forte *Dn. Abbati Catelano*, neſcio quæ contra *Dynamica* mea opponenti, & alioqui *Carteſianis* methodis nimium tribuenti, in Novellis Reipublicæ Literariæ reſponderem, venit in mentem ipſi pariter aliisque eadem ſentientibus proponere Problema (non admodum quidem difficile) *Lineæ Iſochronæ*, in qua deſcendens grave uniformiter appropinquaret horizonti. Sed illis ſilentibus, ſolutionem dedit Dn. *Hugenius*, quod elegans ipſi quæſtio videretur. Cumque aliqua conſulto indicta reliquiſſet, hæc ego ſuppleveram, & demonſtrationem adjeceram in *Actis Eruditorum*: idque magis feceram, ut problemati ultimam manum impone-

Act.Erud. rem, quam ut aliquem magnopere fructum inde mihi pollicerer.
An. 1697. Verum uti aliqua eſt rerum omnium concatenatio, fecit hæc mea
M. Maii. demonſtratio, ut Dn. *Jacobus Bernoullius*, qui antea calculum differentialem, quem in *Actis* iisdem dudum communicaveram, mi-
Pag. 202. nore fructu aſpexerat, majorem inde lucem ſubito hauriret, & percepto methodi ad quæſtiones Phyſico-mathematicas uſu, problema *Lineæ Catenariæ* a *Galilæo* fruſtra tentatum mihi proponeret. Quod cum ego reperiſſem, & publicata ſolutione poſſem qualicunque illa laude ſolus frui, malui tamen alios in partem venire, ut in excolenda pulcherrima methodo adjutores mihi pararem. Certum enim eſt, egregia ingenia laude duci ſolere, & libentius ea tractare, in quibus non omnia aliis, ſed multum etiam ſibi debent. Itaque ſignificavi publice, me ſolutionem *Galilæo* fruſtra quæſitam reperiſſe, editionem autem in annum differre conſtituiſſe, ut aliis ſpatium daretur, vel ſuas excolendi methodos, vel noſtram meditandi, & rite adhibendi. Id vero feliciter ſucceſſit. Nam Dn. *Hugenius* (quem nunc ereptum nobis dolemus) ſua quadam methodo ad ſolutionem aliquam, licet (ut ipſe poſtea ingenue agnovit) imperfectiorem, pervenit. Sed Dn. *Jo. Bernoullius*, meo calculo profundius inſpecto, ejus ope optatam ſolutionem obtinuit, problemate; quemadmodum & a me factum fuerat, ad Hyperbolæ aream reducto, eo tantum diſcrimine, quod ipſe per Curvæ parabolicæ rectificationem, ego per Logarithmos conſtructionem exhibuiſſem. Hic autem ſucceſſus tam inſignis Dominos *Bernoullios* fratres mirifice animavit, ad præclara porro ope hujus calculi præſtanda, efficiendumque, ut jam non ipſorum minus quam meus eſſe videretur; ipſo mox *Hugenio*, qui antea de eo tenuius ſenſerat, utilitatem ejus & privatim experiente & publice prædicante, aliisque, ſed in primis Dn. *Marchione Hoſpitalio* in Gallia, & Dn. *Craigio* in Anglia exempla eorum ſequentibus. Et præ cæteris quidem egregia fuere, quæ Dn. *Jac. Bernoullius* Profeſſor Baſileenſis circa *Lineam Veli* & circa *Elaſticam* dedit. Sed Dn. *Marchio Hoſpitalius* præcepta ipſa methodi juſto opere nuper expoſuit, multisque exquiſitis ſpeciminibus mirum in modum illuſtravit.

Tandem noviſſime D. *Bernoullius* Profeſſor *Groninganus* aliud problema nempe *Lineæ breviſſimi deſcenſus*, itidem a *Galilæo* fruſtra tentatum, problemate *Catenariæ* lineæ pulchritudine uſque non inferius, examinandum ſibi ſumpſit, ſolvitque, & aliis etiam ſolvendum commendavit. Ita duo problemata illuſtria a *Galilæo* pulchre quidem propoſita, ſed nequicquam ab ipſo & male rentata, ope calculi noſtri ſolutionem accepere. Fuit ſane *Galilæus* Vir ingenii judiciique maximi, ſed quod ipſius tempore Ars Analytica

non-

Digitized by Google

nondum ſatis promota eſſet, pars autem ejus ſuperior ſeu infiniteſimalis adhuc in tenebris jaceret, ſolutiones hujuſmodi ſperare non debuit. Conjecit quidem *Catenariam* eſſe Parabolam, & *Lineam breviſſimi deſcenſus* eſſe Circulum; ſed longiſſime aberravit, cum *Catenaria* per logarithmos ſeu per arcus parabolicos in rectam extenſos, at Linea breviſſimi deſcenſus per arcus circulares rectificatos determinetur. Sed Dn. *Jo. Bernoullius* melioribus rem auſpiciis aggreſſus, non tantum primus reperit *lineam breviſſimi deſcenſus* eſſe Cycloidem, ſed & aliud myſterium in linea hujuſmodi *brachyſtochrona* latere reperit, radiorum lucis ſcilicet curvaturam in medio continue difformi, quam ipſe Dn. *Hugenius* in libro de lumine conſideraverat quidem, ſed determinare in ſe non ſuſceperat. Hoc Problema igitur Dn. *Bernoullius* in *Actis Lipſienſibus* intra ſex menſes ſolvendum publice propoſuit, & privatis literis a me poſtulavit, ut aliquid temporis ei impenderem. Ego vero, velut miſſione dudum impetrata, potuiſſem hoc labore ſuperſedere, dum tot alia urgent, niſi pulchritudo problematis me velut invitum pellaci ſua vi ad ſe traxiſſet. Evenit autem, ut mox feliciter voti fierem compos. Solutione igitur mea *Auctori* problematis communicata agnitoque conſenſu, ſtatim ipſe ſolutionem ſuam mihi transmiſit, & ſuo tempore edendam apud me depoſuit. Cum autem ſex menſes præſtituti fuiſſent elapſi, neque alius quiſquam ſolutionem a ſe repertam ſignificaſſet: potuiſſet Dn. *Joh. Bernoullius* ſolutionem ſuam publicare, & gloriam inventi elegantiſſimi ſibi pene ſoli vindicare; idque ego quoque ipſi ſuaſiſſem, ſi magis laudi noſtræ privatæ, quam utilitati publicæ velificari voluiſſemus. Cum vero nobiſcum expenderemus, præſtare ad incrementum ſcientiæ & rei memoriam, ut plures participes fierent ſucceſſus, placuit ipſi pariter & mihi, ut terminus ad ſex alios menſes prorogaretur; tametſi prævidetemus facile, egoque ipſi in literis meis prædixiſſem, eos ipſos, quos nunc ſolutionem tandem aſſecutos videmus, præſertim anterioribus noſtris inventis communicatiſque adjutos, ad eam eſſe perventuros, ſi ſatis animum intenderent. Et ſane notatu non indignum eſt, eos ſolos ſolviſſe hoc problema, quos ſolvere poſſe conjeceram; nec vero niſi illos, qui in noſtri calculi differentialis myſteria ſatis penetravere. Cumque præter D. *Fratrem Auctoris*, tale quid de D. *Marchione Hoſpitalio* in Gallia ſuiſſem auguratus, adjeceram ex abundanti, me credere Dn. *Hugenium*, ſi viveret, Dn. *Huddenium*, niſi hæc ſtudia dudum ſepoſuiſset, Dn. *Newtonum*, ſi operam hanc in ſe reciperet, quæſito pares fore; quod ideo repeto, ne excellentes viros contemnere videar, quibus noſtra tractare aut non licet, aut non vacat. Cæterum Dn.

Act. Erud. An. 1697. M. Maii. Pag. 203.

Pag. 204.

Act. Erud. An. 1697. M. Maii. *Joh. Bernoullii* ſolutio ad me fuit miſſa menſe Auguſto anni ſuperioris; Dn. *Jac. Bernoullius* quid & quo tempore præſtiterit, docebunt ea, quæ ipſemet recta transmiſit ad *Acta*. Sed Dn. *Marchionis Hoſpitalii* ſolutio literis menſe Martio hujus anni ad me datis fuit adjecta. Porro Dn. *Joh. Barnoullius*, præter ſolutionem, etiam methodum quandam ſuam publicare voluit, qua ad ſolutionem pervenit: ſed cum duas habuerit, prodit hic indirecta tantum, ut ſic dicam, etſi perelegans, nempe ſumpta ex conſideratione dioptrica; ſed habet adhuc aliam magis directam & magis ex ipſis viſceribus ſumtam, quam petentibus non denegabit. Eſt autem in hoc problematum genere, circa *Maxima* & *Minima* tali modo propoſita, aliquid inuſitatum, & longe ſuperans vulgares de *Maximis* & *Minimis* quæſtiones, quibus ſolis *Fermatius* (primus aliqualis circa ipſa Methodi auctor) *Carteſius*, *Huddenius*, *Sluſius* aliique Methodos ſuas (de quibus quidem conſtat) aptavere. Nam in ipſorum quæſtionibus res fere eo redit, ut quæratur maxima vel minima ordinata alicujus curvæ datæ, quod nonniſi corollarium eſt Methodi tangentium vulgaris ſeu directæ. Sed hoc loco curva ipſa aliquid *optime* præſtans quæritur, cujus ſæpe adeo recondita eſt natura, ut ex datis conditionibus, ne tangentium quidem proprietas appareat, adeoque nec ad methodum tangentium altiorem ſeu inverſam facile quæſtio reduci poſſit. Et ipſum problema *curvæ Catenariæ* talis naturæ foret, niſi præparatione facta ad methodum tangentium inverſam reducatur. Quæritur enim ibi, quæ ſit forma curvæ inter duo data puncta magnitudine data ſic interceptæ, ut ipſius centrum gravitatis maxime deſcendat. Unde apparet, quam longe hactenus Analyſis a perfectione abſuerit, quicquid aliqui de Methodis ſuis jactarint. Cæterum ex ſolutione Dn. *Joh. Bernoullii* hunc præterea fructum inſignem capimus, ut problemata duo Dioptrica maximi momenti, quæ *Hugenium* alioſque omnes ipſo difficultatis aſpectu a tentanda ſolutione abſterruere, ſoluta habeamus, & jam curvaturam continuam radiorum lucis, pariterque undæ radiationibus formatæ lineam definire poſſimus.

Pag. 205. Cæterum meæ ſolutioni exponendæ non eſt quod immorer, cum cæteris conſentiat, mihique quæſiti determinatione contento rem porro illuſtrare non vacaverit. Niſi forte obſervari operæ pretium videbitur, quod calculus mihi obtulit, lineam quæſitam eſſe figuram ſegmentorum circularium repræſentatricem. Nempe ſi linea ABK talis ſit naturæ (*Fig. I.*) ut circulo deſcripto, qui imo ejus puncto K occurrat, & horizontalem per A tangat in G, ductiſque axi verticali AC normaliter

TAB. II. Fig. 1.

ter occurrentibus in C, & lineæ in M, & circulo in L, & diametro ejus verticali GK in O, ſint ordinatæ CM proportionales ſegmentis circularibus, rectangulumque ſub ſemiradio circuli & ipſa CM, æquale ſegmento comprehenſo ſub arcu GL & chorda GL; tunc AB, arcus lineæ inter duo data puncta A & B interceptus, erit linea, per quam grave vi deſcenſus a puncto A ad punctum B quam citiſſime venire poteſt. Hanc autem figuram ſegmentorum eſſe Cycloidem vulgarem, ita facillime oſtendi poteſt: quia OC ſemiperipheriæ GLK, & LM arcui KL erit OL + CM = arcui GL. Sumpto circuli centro N, jungatur NL; patet rectangulum ſub ſemiradio & ſub OL + CM æquari ſectori GNLG: rectangulum autem ſub ſemiradio & ſub OL æquatur triangulo GNL, ergo rectangulum ſub ſemiradio & ſub CM æquatur ſegmento GLG, reſiduæ ſcilicet parti ſectoris, detracto triangulo GNL. Act. Erud. An. 1697. M. Mai.

Quoniam autem Dn. *Jo. Bernoullius* aliud quoque magni momenti problema nuper propoſuit pure Geometricum: invenire lineam, quam recta quævis per punctum fixum tranſiens ita ſecet in duobus punctis, ut ſumma poteſtatum a ſegmentis, interceptis inter punctum fixum & alterutrum punctum curvæ, æquetur quantitati conſtanti; ideo ſolutionem ejus adſcribere placet, quam didici eandem prorſus eſſe cum ea, quæ ipſi *Auctori* problematis occurrerat placueratque, etſi ipſe non minus, quam ego, rem aliis adhuc modis infinitis præſtare poſſimus. Solutio autem noſtra hæc eſt: in *Fig.* X. quæritur linea CEF D, quam recta quæcunque AEF per punctum fixum A tranſiens ita ſecet in duobus punctis E & F, ut ſit $AC^{\frac{e}{\cdot}} + AF^{\frac{e}{\cdot}} =$ conſtanti *b*. Jam AE (vel AF) vocetur *x*, & EK vocetur *y*, aſſumptaque recta quadam in vicem unitatis, & conſtante aliqua *c*, fiat $cy = bx^{\frac{e}{\cdot} - 1} - x^{\frac{2e}{\cdot} - 1}$. Quæ æquatio exhibebit naturam curvæ quæſitæ, modumque puncta ejus determinandi: quod deſiderabatur. Tab. II. Fig. X.

JOH.

Act. Erud. An. 1697. M. Maii. Pag. 206.

JOH. BERNNOULLI

Curvatura radii in Diaphanis non uniformibus,

Solutioque Problematis a ſe in Actis 1696, pag. 212. propoſiti, de invenienda Linea Brachyſtochrona, *id eſt, in qua grave a dato puncto ad datum punctum breviſſimo tempore decurrit, & de curva Synchrona ſeu radiorum unda conſtruenda.*

TOT quidem hactenus apparuerunt methodi, quas *maximorum* & *minimorum* vocant, ut nihil fere tam ſubtile reſtare videatur hanc concernens materiam, quod earum acumine penetrare ſe poſſe non putent illi, qui ſe vel auctores ipſos vel auctorum aſſeclas gloriantur. Interim jurent, quantum volent, in verba magiſtri, videbunt, ſi tentare velint, noſtrum problema minime coerceri intra anguſtos methodorum ſuarum limites, qui eouſque tantum ſeſe extendunt, ſi ex datis pluribus infinitisve quantitatibus invenienda ſit una *maxima* vel *minima*. Verum ubi ipſæ quantitates, quod in noſtro contingit, ex quibus eligenda maxima vel minima, non magis ſunt determinatæ, quam id ipſum quod quæritur, hoc opus, hic labor eſt. Ipſi illi inſignes viri, *Carteſius*, *Fermatius*, aliique, qui olim ita acriter pro præſtantia ſuæ cujusque methodi, tanquam pro focis & aris militabant, aut pro ipſis nunc eorum ſectatores, ingenue fateantur neceſſe eſt, nonniſi methodos ab ipſis traditas ſcientibus hic aquam hærere. Non meum eſt, nec etiam volo aliorum inventa explodere. Præſtiterunt utique multa, & finem quem ſibi propoſuerant, egregie conſecuti ſunt. Quemadmodum enim de hujusmodi maximorum & minimorum conſideratione nil quicquam in eorum ſcriptis reperitur: ita pariter pro aliis quam communibus reſolvendis ſuas methodos non venditarunt.

Non ego polliceor univerſalem methodum, quam quis fruſtra quæreret, ſed peculiares modos, non ſolum quidem in hoc, ſed & in pluribus aliis ſuccedentes, quibus problema hoc feliciter enodavi, ſolutionemque meam, dum alii alias quærerent, Celeb. *Leibnitio* ſtatim ſubmittere decrevi, ut illam quondam cum publico communicaret cum ſua, ſi quam reperiret, de quo quidem non dubitabam, ſagaciſſimi Viri ingenium plus ſatis compertum habens; & reapſe dum hæc ſcribo, ex privatis ejus literis, qui-
Pag. 207. bus me crebro cohoneſtat, intelligo, ſupra ſpem ipſi placuiſſe problema meum, & (quod illum, ut dicit, pulchritudine ſua, ut

Digitized by Google

ut pomum Evam, ad ſe traheret) protinus ſolutionis factum eſse compotem. Quid alii præſtiterint, exitus monſtrabit: dignum utique oportet ſit hoc problema, cui ſolvendo aliquid temporis conſecrent Geometræ, eam tanto Viro negotiis licet diſtractiſſimo tale viſum fuerit, ut horam ſuam non inutiliter collocaſse exiſtimaverit. Et id ipſum illis ſatis lucri eſto, quod, ſi ſolverint, ad ſecretiſſimas veritates, quas ſine hoc vix eſt ut aſsequantur; aditum habituri ſint. Act. Erud. An. 1697. M. Mai.

Merito quidem miramur, quod *Hugenius* primus invenit, in *Cycloide vulgari* grave facere deſcenſus tautochronos, a quocunque *Cycloidis* puncto incipiat moveri: ſed neſcio, an non obſtupeſcas plane, cum dixero, hanc ipſiſſimam *Cycloidem* ſeu *Tautochronam Hugenianam*, eſse noſtram *Brachyſtochronam* quæſitam; ad cujus cognitionem duabus viis perveni, indirecta altera, altera directa. Inſiſtendo priori, mirum conſenſum detexi, inter curvitatem radii luminis in medio continue variante, & *Curvam* noſtram *Brachyſtochronam;* aliaque obſervavi, in quibus neſcio quid arcani ſubeſt, quod proderit in Dioptricis; quamobrem verum erit, quod in propoſitione problematis aſserueram, *non in nuda ſpeculatione conſiſtere, ſed in aliis ſcientiis*, in Dioptricis puta, *uſum habere quam maximum*. Sed ut quæ diximus re ipſa confirmentur, en priorem ſolvendi modum.

Fermatius in Epiſtola ad *De la Chambre* (vid. Epiſt. Carteſii Lat. Tom. III. pag. 147, & *Fermatii* Opera Mathem. pag. 156. ſeq.) ſtabilivit, radium luminis ex medio rariori in denſius tranſeuntem ita refringi ad perpendicularem, ut habita ratione temporis, radius (qui a puncto luminante ad punctum illuminatum ſucceſſive procedere ſupponitur) viam faciat breviſſimam; ex quo principio oſtendit, ſinum anguli incidentiæ eſse ad ſinum anguli refractionis in mediorum ratione data directa raritatum, vel reciproca denſitatum; id eſt in ipſa ratione velocitatum, quibus radius media penetrat. Quod poſtea acutiſſimus *Leibnitius* in *Act. Erudit.* 1682, pag. 38. ſqq. & mox Cel. *Hugenius* in ſuo tractatu *de Lumine* pag. 40, ſuccinctius demonſtrarunt, ipſumque principium phyſicum, vel metaphyſicum, potius, quod *Fermatius* ſua demonſtratione Geometrica contentus, & facile nimis de jure ſuo decedens, *Clerſelerio* urgente deſeruiſse videtur, validiſſimis argumentis adſtruxerunt.

Si nunc concipiamus medium non uniformiter denſum, ſed velut per infinitas lamellas horizontaliter interjectas diſtinctum, quarum interſtitia ſint repleta materia diaphana raritatis certa ratione accreſcentis vel decreſcentis; manifeſtum eſt, radium, quem ut globulum conſideramus, non emanaturum in linea recta, ſed Pag. 208.

in

in curva quadam (notante id jam & ipſo *Hugenio* in eodem tractatu *de Lumine*, ſed ipſam curvæ naturam minime determinante) quæ ejus ſit naturæ, ut globulus per illam decurrens celeritate continue aucta vel diminuta, pro ratione graduum raritatis, breviſſimo tempore perveniat a puncto ad punctum. Conſtat quoque, cum ſinus refractionum in ſingulis punctis ſint reſpective ut raritates medii vel celeritates globuli, curvam habere eam proprietatem, ut ſinus inclinationum ſuarum ad lineam verticalem ſint ubique in eadem ratione celeritatum. Quibus præmiſſis nullo negotio perſpicitur, curvam *brachyſtochronam* illam ipſam eſſe, quam formaret radius tranſiens per medium, cujus raritates eſſent in ratione velocitatum, quas grave verticaliter cadendo acquireret. Sive enim velocitatum incrementa dependeant a natura medii magis minusve reſiſtentis, ut in radio; ſive abſtrahatur a medio, & ab alia cauſa acceleratio eadem tamen lege generari intelligatur, ut in gravi: cum utroque in caſu curva breviſſimo tempore percurri ſupponatur, quid vetat, quo minus altera in alterius locum ſubſtitui poſſit?

Sic generaliter ſolvere licet problema noſtrum, quamcunque ſtatuamus accelerationis legem. Eo enim reductum eſt, ut quæratur curvatura radii in medio ſecundum raritates, prout libuerit, variante. Eſto ergo medium FGD (*Fig. I.*) terminatum ab horizontali FG, in qua punctum radians A, verticalis AD, axis curvæ datæ AHE, cujus applicatæ HC determinant raritates medii in altitudinibus AC, vel velocitates radii ſeu globuli in punctis M, radius incurvatus ipſe qui quæritur AMB. Vocentur AC, x; CH, t; CM, y; differentialis Cc, dx, differ. nm, dy; diff. Mm, dz; Conſtans quædam ad arbitrium aſſumpta, a; Erit accepta Mm pro radio, mn ſinus anguli refractionis ſeu inclinationis curvæ ad verticalem, & proinde per ea, quæ modo diximus, mn eſt ad HC in ratione conſtante, ideſt $dy : t = dz : a$, quod hanc ſuggerit æquationem, $ady = tdz$ ſeu $aady^2 = ttdz^2 = ttdx^2 + ttdy^2$; quæ reducta generalem dabit æquationem differentialem $dy = \frac{tdx}{\sqrt{aa - tt}}$ pro curva AMB quæſita.

TAB. II. Fig. I.

Atque adeo una opera duo inſignia problemata, opticum unum, mechanicum alterum, ultra quam ab aliis petebam, reſolvi, oſtendique, quamvis ex diverſiſſimis matheſeos partibus ſint deſumpta, ejusdem tamen eſſe naturæ.

Pag. 209.

Sumamus jam ſpecialem caſum, & quidem hypotheſin communem a *Galilæo* primitus introductam & demonſtratam, quod velocitates gravium cadentium ſint in ratione ſubduplicata altitu-

Digitized by Google

ritudinum emenſarum; in hoc enim proprie quæſtionis tenor conſiſtit. Quo ſuppoſito, curva data AHE erit parabola, ideſt $tt = ax$ & $t = \sqrt{ax}$, quæ ſi ſubſtituantur in æquatione generali, habebitur hæc $dy = dx\sqrt{\frac{x}{a-x}}$ ex qua concludo: curvam *Brachyſtochronam* eſſe *Cycloidem vulgarem*. Si enim circulus GLK, cujus diameter $= a$ rotetur ſuper AG, & initium rotationis ſit in ipſo A, deſcribet punctum K cycloidem, quæ reperietur eandem habere æquationem differentialem $dy = dx\sqrt{\frac{x}{a-x}}$ poſitis AC, x; & CM, y: poteſt tamen hoc a priori & analytice inveniri ſic: $dx\sqrt{\frac{x}{a-x}} = \frac{xdx}{\sqrt{ax-xx}} = \frac{adx+2xdx}{2\sqrt{ax-xx}} + \frac{adx}{2\sqrt{ax-xx}}$, eſt autem $\frac{adx-2xdx}{2\sqrt{ax-xx}}$ differentialis quantitas, cujus ſumma $\sqrt{ax-xx}$ ſeu LO, & $\frac{2dx}{2\sqrt{ax-xx}}$ eſt differentialis ipſius arcus GL, ideoque ſummata æquatione $dy = dx\sqrt{\frac{x}{a-x}}$ habebitur y ſeu CM $=$ GL $-$ LO, ergo MO $=$ CO $-$ GL $+$ LO; quoniam vero (aſſumpta CO $=$ ſemiperipheriæ GLK) CO $-$ GL $=$ LK, erit MO $=$ LK $+$ LO, & ablata communi LO erit ML $=$ LK, quod docet curvam KMA eſſe Cycloidem. Act. Erud. An. 1697. M. Maii.

Oſtendendum adhuc reſtat (ut problemati pleniſſime ſatisfiat) quomodo a puncto dato tanquam vertice deſcribenda ſit *Brachyſtochrona* ſeu Cyclois tranſitura per aliud punctum datum; quod ſic facillime expeditur: Conjungantur duo puncta data A, B (*Fig.* II) per lineam rectam AB, & ſuper horizontali AL deſcribatur Cyclois, quæcunque libuerit, initium ſumens in A, ſecansque rectam AB in R; quo facto fiat ut AR ad AB, ita diameter circuli genitoris Cycloidis ARS ad quartam, quæ erit diameter circuli genitoris Cycloidis quæſitæ ABL tranſituræ per B. Tab. II. Fig. II. Pag. 210.

Antequam finiam, non poſſum, quin iterum admirationem meam prodam, animo revolvens inexpectatam illam identitatem Tautochronæ *Hugenianæ* noſtræque *Brachyſtochronæ*. Quod notabile præterea exiſtimo, illud eſt, quod hæc identitas in ſola hypotheſi *Galilæi* reperitur: adeo ut vel ex eo conjicere liceat, illam naturæ eſſe conſentaneam, quod quemadmodum ſemper operari ſolet modo ſimpliciſſimo, ita & hic per unam eandemque lineam præſtet duo diverſa officia; cum in quavis alia hypotheſi duabus ad id opus eſſet lineis, alia nempe pro oſcillationibus æque diuturnis, & alia

 pro celerrimo deſcenſu. Ut ſi ex. gr. celeritates gravium cadentium eſſent non in ſubduplicata ſed ſubtriplicata ratione altitudinum, *Brachyſtochrona* foret algebraica, *Tautochrona* autem tranſcendens; verum ſi celeritates eſſent ut ipſæ altitudines, utraque fieret algebraica, illa quidem circularis, hæc vero recta.

Non ingratum fore Geometris judico, ſi appendicis loco ſolutionem ipſis dedero problematis conſideratione pariter digniſſimi, quod ex occaſione præcedentis inter ſcribendum in mentem incidit: *Quæritur in plano verticali* (Fig. III) *curva PB, quam ſynchronam appellare liceat, ad cujus ſingula puncta B grave ex A deſcendens per Cycloides conterminas AB æquali tempore perveniret.* Sit AG horizontalis, & AP verticalis. Senſus problematis talis eſt, ut deſcripta ſuper AG Cycloide quacunque, abſcindatur ex illa portio AB, ad quam percurrendam ex A deſcendens grave idem tempus requirat, quod requireret ad decidendum ex determinata altitudine verticali AP, quo peracto erit punctum B in *curva Synchrona* PB, quam quærimus. TAB. II. Fig. III.

Si attente conſiderentur ea, quæ ſupra diximus de radio luminis, haud obſcure patebit, hanc curvam eam ipſam eſſe, quam *Hugenius* in ſuo *tract. de Lumine* pag. 44, in ſchemate ſuo per lineam BC repræſentat, vocatque *undam*, quæ quemadmodum omnes radios ex puncto luminoſo emanantes normaliter ſecat, ceu optime notat *Hugenius*, ita & noſtra PB omnibus Cycloidibus AB, commune initium A habentibus, ad angulos rectos occurrit. Quod ſi problema hoc modo in pure Geometricum reductum proponere libuiſſet: *invenire* ſcilicet *curvam, quæ omnes Cycloides communis initii normaliter ſecat*, profecto res magnæ molis fuiſſet Geometris; ex altera autem facie, qua deſcenſum gravium reſpicit conſideratum, ita facillime conſtruo: Sit Cycloidis ABK circulus genitor GLK, ejusque diameter GK: abſcindatur arcus GL æqualis mediæ proportionali inter determinatam aſſumptam AP, & diametrum GK, dico ductam LB, parallelam horizontali AG, ſecare Cycloidem ABK in puncto B. Si quis methodum ſuam in aliis exercere velit, quærat lineam, quæ ordinatim poſitione datas curvas (non quidem Algebraicas, quod haud arduum foret, ſed) tranſcendentes, ex. grat. Logarithmicas ſuper communi axe, & per idem punctum ductas, ad angulos rectos ſecat. Pag. 211.

JAC.

JAC. BERNOULLI SOLUTIO PROBLEMATUM FRATERNORUM,

Act. Erud. An. 1697. M. Maii.

Peculiari Programmate Cal. Jan. 1697. Groningæ, necnon Actorum Lipſ. menſe Jun. & Dec. 1696. & Febr. 1697. propoſitorum: una cum Propoſitione reciproca aliorum.

Geometræ methodum de *Maximis* & *Minimis* ad illa duntaxat Problemata hucuſque adhibuerunt, in quibus ex infinitis partibus ſeu functionibus unius datæ Curvæ aliqua maxima minimave requiritur; neque cogitarunt de ejus applicatione ad talia, ubi ex ipſis infinitis Curvis non datis una deſideratur, cui maximum aliquod minimumve competat, licet hæc & ſubtilitate inventionis & utilitatis præſtantia cæteris minime ſint inferiora. In horum numero eſt, quod *Frater* m. Junio primum propoſuit, eujusque ſolutioni terminum elapſi anni finem ſtatuit, Problema de invenienda *Curva Oligochrona*, per quam deſcendendo grave a dato puncto, breviſſimo tempore perveniat ad aliud datum punctum. Quanquam autem hac *Fratris* provocatione me non teneri exiſtimabam, nihilominus cum ſuperaccessiſſet humaniſſima Cel. D. *Leibnitii* invitatio, laborem ſolutionis amplius ſubterfugere non potui. Poſtquam enim hic Vir literis die 13 Septembr. ad me datis ſignificaſſet, ſe ſolviſſe Problema, juxtaque deſiderare, ut & alii tentarent: ad ejus ſollicitationem aggreſſus ſum, quod alias intactum reliquiſſem, idque optato protinus ſucceſſu; ſolutionem enim ſexto Octobris jam habui, & ab illo tempore amicis oſtendi. Cur autem non citius ad *Acta* communicarim, cauſa eſt, quod cum terminum ſolutionis in exterorum gratiam ad Paſcha uſque præſentis anni prorogatum intelligerem; ego interea ſpeculationem ad alia quoque difficiliora Problemata nunc una proponenda promovere ſtatuiſſem. Priusquam vero ad ſolutionem præſentis Problematis accedam, ſequens præmitto Lemma: Pag. 212.

Si curva ACEDB talis ſit, quæ requiritur, h.e. per quam deſcendendo grave breviſſimo tempore ex A ad B perveniat, atque in illa aſſumantur duo puncta quantumlibet propinqua C & D: Dico, portionem Curvæ CED omnium aliarum punctis C & D terminatarum Curvarum illam eſſe, quam grave poſt lapſum ex A breviſſimo quoque tempore emetiatur. Si dicas enim, breviori tempore emetiri aliam CFD, breviori ergo emetietur ACFDB, quam ACEDB, contra hypoth. TAB. II. Fig. IV.

Eſto igitur in plano utcunque ad horizontem inclinato (nec Fig. V.

Act. Erud. An. 1697. M. Maii.

enim verticale ſit, neceſſe eſt) Curva deſiderata ACB, per quam deſcendens grave ex A breviori tempore perveniat ad B, quam per aliam quamcunque in eodem plano poſitam; & ſint in illa ſumpta ubivis duo puncta C & D infinite propinqua, ductæque intelligantur recta horizontalis AH, ejusque perpendicularis CH, & huic normalis DF, biſectaque CF in E, compleatur parallelogrammum DE ducta recta EI: quæritur in hac punctum G, id eſt inclinatio particularum curvæ CG, GD ad ſe invicem, quæ faciat, ut tempus deſcenſus per CG + temp. deſc. per GD (quod ſie denoto $tCG + tGD$, intellige ſemper poſt lapſum ex A) ſit minimum. Ad hoc indagandum, intelligatur in recta EI aliud punctum L, ſic ut GL ſit incomparabiliter minor ipſa EG, ductisque CL, DL, ſuper C & D deſcripta concipiantur arcuum elementa LM, GN, erit ex natura minimi $tCL + tLD = tCG + tGD$, adeoque $tCG - tCL = tLD - tGD$, quo poſito ſic arguo:

$CE.CG :: tCE.tCG$ nec non $EF.GD :: tEF.tGD$, Ex nat.
$CE.CL :: tCE.tCL.$ $\qquad\quad EF.LD :: tEF.tLD$, deſc. grav.

Ergo $CE.CG - CL\,(MG) :: tCE.tCG - tCL\,..\,EF.LD - GD\,(LN) :: tEF.tLD - tGD$

(ob ſim. $\Delta MGL, CEG$) $MG.GL :: EG.CG \ldots$ (ſim. $\Delta LNG, GID$) $LN.LG :: GI.GD.$

Quare $CE.GL :: EG \text{ in } tCE.CG \text{ in } \overline{tCG - tCL}\,..\,EF\,(CE)\,GL :: GI \text{ in } tEF.GD \text{ in } \overline{tLD - tGD}$

Pag. 213. ideoq; $EG \text{ in } tCE.CG \text{ in } \overline{tCG - tCL} :: GI \text{ in } tEF.GD \text{ in } \overline{tLD - tGD}$

& permutando, $EG \text{ in } tCE.GI \text{ in } tEF :: CG \text{ in } \overline{tCG - tCL}.GD \text{ in } \overline{tLD - tGD}$ :: (ex nat. minimi, ut dictum) CG. GD.

Sed $EG \text{ in } tCE.GI \text{ in } tEF :: EG : \sqrt{HC}.\,GI : \sqrt{HE}$, ex nat. deſc. grav. quare $EG : \sqrt{HC}.\,GI : \sqrt{HE}, :: CG.GD.$

Ubi in tranſitu conſiderandum proponimus Clar. D. *Nieuwentiit* uſum differentio-differentialium (quæ ipſe immerito explodit) in eo, quod aſſumere coacti fuimus particulam GL ipſis EG, GI infinite parvis infinities adhuc minorem, abſque quo non video, quomodo ad ſolutionem Problematis via patuiſſet. Sunt enim EG, GI elementa abſciſſarum AH; quemadmodum CG, GD elementa ipſius Curvæ, & HC, HE ipſæ ejus applicatæ, earumque elementa CE, EF; adeo ut Problema ad puram Geometriam redactum huc redeat, ut inveniatur Curva, quæ elementa ſua habeat compoſita ex elementis abſciſſarum directe, & radicibus applicatarum inverſe: qua quidem proprietate *Iſochronam* illam *Hugenianam*, nunc & *oligochronam* futuram, tritam nempe notamque Geo-

Geometris *Cycloidem* gaudere deprehendo; quod in *fig. VI*, ubi ACP ſemi-Cycloidem; CM, GN duas ejus tangentes; RQP ſemi-circulum genitorem refert, ita porro demonſtro: TAB. II. Fig. VI.

$GD . GI :: GN . GX ::$ (ex nat. Cycl.) $VP . VX :: VR . RX :: \sqrt{RP} . \sqrt{RX} (\sqrt{HE})$.

$GI . EG \quad :: \quad GI \, . \, EG$.

$EG . CG :: CS . CM ::$ (ex nat. Cycl.) $QS . QP . :: RS . RQ :: \sqrt{RS} (\sqrt{HC}) . \sqrt{RP}$.

Ergo $GD . CG :: GI \text{ in } \sqrt{RP} \text{ in } \sqrt{HC} . EG \text{ in } \sqrt{HE} \text{ in } \sqrt{RP} :: GI \text{ in } \sqrt{HC} . EG \text{ in } \sqrt{HE} :: GI : \sqrt{HE} . EG : \sqrt{HC}$. Q. E. D.

Quod ſi nunc determinanda ſit Cyclois, quæ tranſeat per data puncta A & B, deſcribenda eſt ſuper baſe horizontali AH quovis circulo genitore Cyclois AT, quæ ductam rectam AB, & productam, ſi ſit opus, ſecet in T; quemadmodum enim recta AT eſt ad rectam AB, ſic diameter circuli genitoris Cycl. AT eſt ad diametrum genitoris quæſitæ AB. Alterius generis nec minus elegans Problema foret, ſi jam porro quæreretur, quænam ex infinitis Cycloidibus (aut ſaltem Circulis, Parabolis aliisve Curvis) per A tranſeuntibus, ac ſuper eadem baſi AH conſtitutis, illa ſit, per quam deſcendens grave minimo tempore ex A ad datum perpendiculum ZB appellat. Qui ſpeculationem de Maximis & Minimis promovere volet, tentabit. Nobis ſufficiat propoſuiſſe. Pag. 214.

Atque ita Curva hæc, quæ tot Mathematicorum ingeniis exercita fuit, ut nihil in illa eruendum reſtare videretur, nova proprietate conſpicuam ſeſe nobis ſiſtit, quam velut perfectionum ſuarum colophonem, quaſi nihil futuris ſæculis debitura, ſub finem adhuc præſentis adipiſci voluit, poſtquam initio ejusdem natales, ac medio dimenſiones omnes cum aliis præclaris affectionibus accepiſſet.

Cæterum monendum eſt, quod iisdem inſiſtendo veſtigiis, pari facilitate reperiri poſſit Curva, quam mobile per medium inæqualis denſitatis vel raritatis latum minimo tempore percurrat, quæ quidem convenienter principio *Leibnitiano menſ. Jun.* 1682 demonſtrato, eadem reperiatur neceſſe eſt cum *Curva Refractionis*, quam *Hugenius* in Tractatu de Lumine pag. 44. contemplatur, & cujus identitatem cum illa, quam primo conſideravit Celeb. Dn. *Leibnitius m. Septemb.* 1692. pag. 432, nosque *m. Jun.* 1693, pag. 475. conſtruximus, conſcio *Fratre* jam olim deprehendi.

Sed per has ſpeculationes ad alia quoque difficiliora Problemata patet acceſſus, qualia ſunt, quæ de Figuris Iſoperimetris formari poſſunt. Quæritur ex. gr. quænam ex iis omnium ſit capaciſ-

Digitized by Google

paciſſima (vulgo creditur eſſe Circulus, & recte, ſed ſine demonſtratione.) Quænam centrum gravitatis areæ & peripheriæ ſuæ habeat a baſe remotiſſimum, quam *Frater* obſervavit eſſe *Funicularium*, ſed ex diverſo fundamento &c. Hæc itaque & talia per methodum maximorum ei reſolvenda proponimus. Præſertim vero, ſi vicem reddere volet, ſequens generale tentabit: Quæritur ex omnibus Iſoperimetris ſuper communi baſe BN

Tab.II. Fig. VII. conſtitutis illa BFN, (*Fig.* VII) quæ non ipſa quidem maximum comprehendat ſpatium, ſed faciat, ut aliud curva BZN comprehenſum ſit maximum, cujus applicata PZ ponitur eſſe in ratione quavis multiplicata vel ſubmultiplicata rectæ PF vel arcus BF, hoc eſt, quæ ſit quotacunque proportionalis ad datam A & rectam PF, curvamve BF? Huic, ne detrectare poſſit, adjungimus alterum, quod de infinitis Cycloidibus ſupra motum fuit, majoremque cum ſuo affinitatem habet. Et cum iniquum ſit, ut quis ex labore in alterius gratiam & cum proprii temporis diſpendio rerumque ſuarum damno ſuſcepto nihil emolumenti percipiat, prodit nonnemo, pro quo caveo, qui ſoluturo *Fratri* ultra lau-

Pag. 215. des promeritas honorarium 50 imperialium decrevit, hac tamen lege, ut intra tertium ab hujus publicatione menſem ſe ſuſcepturum promittat, ipſasque ſolutiones finito anno, utcunque licet per quadraturas exhibeat. Hoc enim elapſo ſi nemo dederit, meas exhibebo.

Hæc itaque occaſione Problematis Phyſico-Mathematici a *Fratre* m. Junio primum propoſiti hac vice dicta ſufficiant. Quæ ibidem de Complanatione ſuperficierum conoidicarum attigit, cum me propius ſpectarent, jam *M. Octobri* pertractavi. Nob. *Tſchirnhauſium* uterque eodem menſe Junio notavimus. Unicum igitur in ſchediaſmate *Fraterno* ſupereſt, quod, ne quid intactum prætereamus, enucleandum reſtat, methodus videl. quam celavit, inveniendi Curvam ex ſola data relatione ipſorummet Curvæ punctorum ad ſe invicem. Quærenda ſit ex. gr. Curva AEC

Fig. VIII. (*Fig.* VIII) talis, ut projecta utcunque ex dato puncto D recta DC, ſecante curvam in C & E, rectangulum CDE æquetur conſtanti ſpatio, puta unitati, quod primum eſt exemplum *Fratris*. Ad datam poſitione rectam DG ordinatim applicentur EF, CG in angulo arbitrario, & ſit DE $=x$, EF $=y$, DC $=z$ & CG $=t$, erit per hyp. CDE ſeu $xz=1$, & $x=z^{-1}$; dein propter ſim. ΔDEF & DCG, EF ſeu $y=tx:z=tz^{-2}$. Fundamentum ſolutionis: Talis ſupponatur æquatio ſeu relatio inter x & y, ut ſubſtitutis ipſarum valoribus modo inventis, ſimilis vel

eadem

eadem inter z & t relatio reſultet, quæ inter x & y; quod hic ita fit: Pono $y = ax^m + bx^n$, erit facta ſubſtitutione $tz^{-2} = az^{-m} + bz^{-n}$, ſive $t = az^{-m+2} + bz^{-n+2}$, quæ ut aſſimiletur priori $ax^m + bx^n$, comparo az^{-m+2} cum bx^n, & bz^{-n+2} cum ax^m, ac reperio utrobique $b = a$, necnon poteſt. $n = 2 - m$; unde concludo, naturam curvæ quæſitæ eſſe $y = ax^m + ax^{2-m}$, vel, quod eodem modo oſtendetur, $y = ax^m + ax^{2-m} + bx^n + bx^{2-n}$. Haud abſimiliter ſolvuntur duo ſequentia, quæ habet, Problemata pag. 210, quorum poſterius in Programmate ſuo generaliter ita proponit, ut loco utriusque ſegmenti ſumatur quæcunque ipſorum poteſtas, quæ ſit m. Huic Curva ſatisfacit, quæ exprimitur per $y = x.\overline{x^m - x^{2m}}^n$. Quæ vero ultimo ſubjungit pag. 211, ſed absque ſolutione; his curvæ ſatisfaciunt mechanicæ, quarum natura eſt $y = x.\overline{a + \overline{\int dx : xlx}}^n$ pro fig. 2; & $by + cyy + ey^3$. &c. $= \overline{a + \int dx : xlx}^n$ pro figur. 3. (intellige per lx logarithmum ipſius x.) Quamquam tacere non poſſum, aſſumi hic aliquid dubiæ & ſuſpectæ veritatis, videl. portiones ſemper eſſe unius ejuſdemque numero Curvæ, quæ eadem æquatione denotantur. Dari enim poſſunt exempla in contrarium, ſaltem in Curvis mechanicis, ubi hoc non contingit, eademque æquatio diverſas numero Curvas deſignat, quod vel ex his ipſis exemplis liquet; quandoquidem hæ æquationes $y = x.\overline{a + \overline{\int dx : xlx}}^n$ &c. non magis quadrant pro hypotheſi $xzz = 1$, quam pro quavis alia xz^3, aut xz^4, aut $xz^p = 1$; quibus tamen hypotheſibus omnibus unam eandemque Curvam ſatisfacere implicat. Hoc itaque ulteriori Lectorum ſcrutinio perpendendum relinquimus.

Act. Erud. An. 1697. M. Mai.

Pag. 216.

Pene hæc abſolveram, cum perferrentur ad nos *Acta m. Nov.* in quibus Nobil. *Auctor Meditatorum geometricorum*, eodem menſe anni 1695 publicatorum, motis ſibi ſcrupulis nonnullis ſatisfacere ac ſua vindicare ſatagit, eoque ardentius in nobis deſiderium accendit, videndi penitiusque introſpiciendi tam præclara inventa. Dixi enim, me nullatenus dubitare, quin pro excellenti quo pollet acumine, quicquid pollicitus eſt, præſtare poſſit, atque

optare

Act.Erud. An. 1697. M. Maii. optare tantum, ut ſpeciminum loco talia promat, quæ etiam iis, quibus de vaſtiſſimo Viri ingenio aliunde non conſtat, perſuadere queant, quo nomine ipſum iterata vice & perhumaniter pulſandum cenſemus. Nam quod proprietatem ſpectat, quam focis curvarum attribuit, cum ea quibusvis punctis, adeoque non focis qua focis competat, difficulter quis capiat, quid hæc ad naturam focorum, aut curvarum per focos cognoſcendam conducat. Quemadmodum etiam intellectu haud facile exiſtimo, quomodo quæ fig. 1. & 3. de Ellipſi & Parabola oſtendit, ad omnes alias etiam diſſimiles & diverſorum generum curvas applicari poſſint, cum illa duntaxat ejusdem generis & ſpeciei curvis quadrent, ac præſertim poſterius illius tantum generalioris conſectarium ſit, quod jam A. 1692 exhibui. Et quod ultimo docet de abſcindendis ex quavis curva portionibus in data ratione, hoc plane fallere dixi in Parabola, quod etiam agnoſce-
Pag. 217. re videtur acutiſſimus *Auctor*, aut ſi dubitet, ego paratus ſum demonſtrare; unde, ſi nihil aliud, ſaltem hoc novo exemplo roborari opus haberet.

DOMINI MARCHIONIS HOSPITALII

Solutio Problematis de Linea celerrimi Deſcenſus.

Problema hoc (de quo *Galilæus* prop. 36. motus accelerati) cum difficile admodum mihi prima fronte viſum eſt, tum valetudine utor adeo incerta, ut ab illo abſtinere primum decreverim. Atque huic quidem ſententiæ eo firmius inhærebam, quod intra ſex menſes, ad illius diſcuſſionem conceſſos, id a nemine ſolutum videretur, ſi tamen unum excipias Geometram inſignem *Leibnitium*, qui illud ſolvit non modo, ſed &, utpote digniſſimam exercitio utili materiam, adhuc inquirendum relinqui, alterumque quatuor menſium ſpatium, quo in id a pluribus incumbi poſſet, ab Auctore concedi impetravit. Deſidem hac in parte ac operis aſperitate deterritum erexit me doctiſſimi Auctoris *Bernoulli* programma Cal. Jan. anni hujus 1697. editum, quo Geometras ad hujus problematis ſolutionem iterum invitat. Tanta igitur hujus quæſtionis commendatio & fama me tandem victum compulere, ut illius ſolvendæ ſtudio in ſocietatem laudis ac gloriæ cum tantis Geometris venirem. Nec opem fefellit eventus, imo ſuperavit, cum id ſolverim problema methodo adeo generali, ut non modo *Galilæi* hypotheſin, ſed & aliam

Digitized by Google

aliam quamvis de deſcenſu gravium poſſibilem complectatur. Act.Erud.
Quod autem in ſolutione problematis de curva *funiculari* præſti- An. 1697.
terunt olim *Hugenius*, *Leibnitius*, & *Bernoullius*, id ego nunc M. Mai.
a me problematis hujus ſolutione præſtandum cenſeo, meam ſcilicet alias palam facturus methodum, cujus tamen jam (exeunte Februario) clariſſimo Problematis Auctori *Bernoullio* privatim copiam feci.

PROBLEMA.

Datis in plano verticali duobus punctis A & B aſſignare mobili M viam AMB, per quam gravitate ſua deſcendens & moveri incipiens a puncto A breviſſimo tempore perveniat ad alterum punctum B.

SOLUTIO.

Ducta per punctum ſuperius datum A linea horizontali AC, Tab. II.
deſcribatur Cyclois ordinaria, quæ incipiat a puncto A, & cujus Fig. IX.
Diameter AD circuli generatoris AEDF qui volvitur ſuper AC talis ſit, ut punctum deſcribens A tranſeat per alterum punctum
inferius datum B. Dico portionem AB Cycloidis ſic deſcriptæ Pag. 218.
propoſito ſatisfacere.

Si ſupponatur, quod celeritates acquiſitæ ſint in ratione altitudinum emenſarum; dico curvam quæſitam AB fore portionem circuli centrum habentis in horizontali AC, & tranſeuntis per data puncta A & B. Unde liquet, conjecturam *Galilæi* veram evadere in hac hypotheſi ab ipſius multum diverſa.

Tandem ſi vocentur abſciſſa AC, x; applicata CB, y; & generaliter ſupponatur, quod celeritas acquiſita ex deſcenſu per altitudinem CB exprimatur per y^{m}: dico naturam curvæ quæſitæ exprimi per æquationem differentialem $dx = \frac{m y^{m} \cdot dy}{\sqrt{1 - mmy^{2m}}}$

DOMINI MARCHIONIS HOSPITALII

Solutio Problematis publice propoſiti a Dn. JOH. BERNOULLIO.

MIſit ad me nuper clariſſimus (*Joh.*) *Bernoullius* Matheſeos Groningæ Profeſſor, Programma quoddam ipſis Cal. Jan.

 anni

Act.Erud. An. 1697. M. Maii. anni hujus 1697 ibidem editum, in quo Mathematicis problemata duo ſolvenda proponit, quorum alterum phyſico-geometricum legitur in *Actis Lipſienſibus menſe Junio anni proxime elapſi*, p. 213. quod *Authori* jam ſolutum miſi. Alterum vero pure geometricum, quod pariter ſolvi, his verbis exprimitur:

Problema alterum pure Geometricum, quod priori ſubnectimus & ſtrenæ loco Eruditis proponimus.

Ab *Euclidis* tempore vel Tyronibus notum eſt, ductam utcunque a puncto dato rectam lineam, a circuli peripheria ita ſecari, ut rectangulum duorum ſegmentorum inter punctum datum & utramque peripheriæ partem interceptorum ſit eidem conſtanti perpetuo æquale. Primus ego oſtendi in eod. *Actorum Jun. pag.* 209, hanc proprietatem infinitis aliis curvis convenire, illamque adeo circulo non eſſe eſſentialem: arrepta hinc occaſione, propoſui Geometris determinandam curvam vel curvas, in quibus non rectangulum ſed ſolidum ſub uno & quadrato alterius ſegmentorum æquetur ſemper eidem, ſed a nemine hactenus ſolvendi modus prodiit; exhibebimus eum quandocunque deſiderabitur: Quoniam autem nonniſi per curvas tranſcen-
Pag. 219. dentes quæſito ſatisfacimus: en aliud, cujus ſolutio per mere algebraicas in noſtra eſt poteſtate.

Quæritur Curva, ejus proprietatis, ut duo illa ſegmenta ad quamcunque potentiam datam elevata & ſimul ſumpta faciant ubique unam eandemque ſummam.

Caſum ſimpliciſſimum, exiſtente ſcil. numero potentiæ 1, ibidem in *Actis pag.* 210 jam ſolutum dedimus, generalem vero ſolutionem quam etiamnum premimus, Analyſtis eruendam relinquimus.

Huc uſque verba doctiſſimi Bernoullii; hoc ipſum Problema quod ſolvi, cujusque ſolutionem Geometris eo lubentius impertio, quod & ſimpliciſſima ſit & generaliſſima. En itaque

Problema.

Eam invenire Curvam CEFD, cui ducta FA ab ipſius puncto quovis F ad fixum aliquod punctum A diametri CD, ita ſemper occurrat in altero puncto E, ut rectæ FA & AE ad eandem datam quamvis potentiam elevatæ, eandem ſimul & ubique ſummam conſtituant.

Solu-

SOLUTIO. Act. Erud. An. 1697.

Sit p potentia data quævis, ad quam ſigillatim ducendæ ſunt M. Man. FA & AE; ſit præterea numerus quicunque m. Jam ſumptis ad Tab.II. libitum duabus rectis AB, AL, (puta AB $= 1$, AL $= b$) ducatur Fig. X. centro A & radio quovis AG $= x$, circumferentia GF; aſſumpta deinde AH $= bb\,x^{m}\,\sqrt[p]{1-x^{p}}^{\,m-1}$. Ducatur HF conſtituens angulum quemvis datum CHF cum recta CD. Hoc facto, dico punctum occurſus F rectæ HF cum arcu GF, ſemper eſſe ad Curvam quæſitam CEFD.

In exemplum ſit Caſus, quem doctiſſimus *Bernoullius* conſtruxit in *Actis Lipſienſibus* pag. 210. In quo nempe $p = 1$. Si præterea ponatur $m = 0$, ut quam ſimpliciſſima fiat curva quæſita, invenietur AH $\frac{bb}{a-x}$, ſeu AH tertiam eſſe proportionalem ad BG & AL.

Porro conſtructionem hanc ortamque inde Curvam, quam ſimpliciſſimam eſſe, palam eſt. At, quod notatu digniſſimum, Curva hæc eadem duabus inſuper conſtat partibus OM, PN, invicem oppoſitis circa eandem aſymptotum AL ordinatis parallelam, quarum hæc indoles eſt, ut ducta quavis ad ipſas uſque per Pag. 220. punctum A recta MAN differentia partium AM & AN ſit ſemper æqualis eidem AB. Unde hac eadem arte ſimul ſolvitur & alterum problema, quo exquireretur curva proprietatis ejus, ut differentia rectarum AM, AN, ubique ſit æqualis eidem conſtanti magnitudini; adde quod id toties fieri poſſit, quoties p eſt numerus impar.

Quod ſpectat Demonſtrationem, cum generalis nihilo difficilior ſit, quam ſpecialis caſus mox ſoluti, hunc demonſtrare ſufficiat. Quapropter e puncto A per punctum quodvis F curvæ CEFD ducatur AF cum ordinata FH, ponaturque (ut ſuperius) AF vel AG $= x$, ac præterea AL $= y = a - x$; & AK $= \frac{bb}{a-y} = \frac{bb}{x}$. Jam ex conſtructione ſequitur AH $= \frac{bb}{a-x}$, punctumque E, in quo KE, parallela HF, occurrit circumferentiæ factæ centro A & radio AI, fore ſemper ad Curvam quæſitam CEFD. At AH $\left(\frac{bb}{a-x}\right)$. AF (x) :: AK $\left(\frac{bb}{x}\right)$. AI aut AE $(a-x)$. Ergo punctum E eſt

 etiam

etiam in recta AF; atque adeo recta hæc AF duobus in punctis F & E ita occurrit curvæ quæſitæ CEFD, ut ſit ubique FA + AE = AB — conſtanti & eidem. *Quod erat demonſtrandum.*

DE METHODO

Univerſalia Theoremata eruendi, quæ Curvarum naturas ſimpliciſſime exprimunt; de Problemate item Bernoulliano, &c. per D. T.

Diffiteri non poſſum, ingenium meum nunquam proclive fuiſſe ad problemata ab aliis propoſita reſolvenda: quoniam, alias ut ſilentio prætercam cauſas, Auctores problematum plerumque caſu, & nihil tale quærentes, in admodum faciles deducti fuere vias ea efficiendi, quæ alius non ſine magno labore, multoque temporis diſpendio, poteſt conſequi; præſertim cum in ipſa analyſi infinite parvarum quantitatum, ad magnam hodie perfectionem evecta, non ſemper in triangula ſimilia, facillimam reſolutionem offerentia, (quod caput rei ſemper exiſtimavi) incidamus: ac proinde, quacunque etiam utamur methodo, ingenti oportet ut labore defungamur. Nota ſunt præclara illuſtris Hugenii circa Cycloidem ſuam εὑρήματα, quæ ſi ſolicite quisquam perpenderit, haud difficulter clavem reperiet ad ſolutionem Problematis *Bernoulliani*, Actorum anni 1696. menſ. Junio pag. 213 propoſiti, de *Curva celerrimi deſcenſus*, qui ipſi huic Cycloidi qua- Pag. 221. drat: citra horum autem cognitionem res hæc ſcrutantibus longe erit intricatior, operoſiorque; ſi vel maxime certum ſit, de quo tamen non temere ambigi poteſt, proprietatem hanc uni tantum Curvæ convenire. Utcunque hoc ſit, nolim ſententiam & conſuetudinem meam impræſentiarum mutaſſe me credi, dum univerſaliſſimam commonſtro viam, qua reſolvi poſſe cenſeo Problema Geometricum a Cl. Dn. Joh. Bernoulli in Act. Er. 1697 menſe Febr. p. 281 propoſitum; cum ea duntaxat de cauſa id faciam, ne aliquando, cum de hujus generis Problematibus publice agendi dabitur occaſio, aliorum inventa mihi arrogaſſe videar: quem in finem etiam, cum jam monuerim ante biennium, celeberrimo Dn. Leibnitio me talia ſingularia theoremata, mihique jam diu nota, ex quibus ſolutio derivari poteſt, coram aperuiſſe, ipſam indicabo nunc methodum, & qua occaſione in illam inciderim.

Notum

Notum eſt, Dn. Des-Cartes curvarum Geometricarum omnium naturas certis includere Æquationibus, quæ ex duabus indeterminatis certiſque cognitis componuntur. Atque hæ quidem univerſalia theoremata pro omnibus curvis ſuppeditant, ſed difficilem & non eodem modo formatam compoſitionem habent. Quapropter cum aliquando talibus indigerem Theorematibus univerſalibus, quæ facilem & æqualem compoſitionem tam quoad indeterminatas, quam cognitas rectas habent, ſerio in hoc incubui negotium, primoque animadverti, æqualem compoſitionem indeterminatarum modo ſequenti obtineri poſſe. Sit Curva quæcunque GDBCKL, rectæque indeterminatæ GK & LC; nec tantum, prout Des-Cartes vult, aſſumantur GI $= xx$, & IC $= y$, ad curvæ naturam definiendam, ſed etiam IK $= u$, & LJ $= z$, atque ex hiſce quatuor rectis determinetur Curvæ natura: ita ſemper theorema, ut patet, invenietur, æqualem compoſitionem indeterminatarum quantitatum habens. Verum hoc non ſufficit, ſed *ſecundo* notandum, ut hæc theoremata etiam æqualem facilemque compoſitionem circa cognitas quantitates nanciſcantur, maxime attendendum eſſe, quænam cognitæ ſint eligendæ; alias enim compoſitio mirum in modum difficilis evadet, ceu calculus in ſingularibus quibuſdam exemplis me docuit. Hic autem ſequentia obſervavi: ſi Curvæ natura determinata ſit, etiam lineæ maximæ HB & DF dantur, per varias methodos maximum determinandi; & hinc quoque AD & AB tangentes Curvam in punctis D & B. Ex hiſce ergo AD & AB ut cognitis aſſumptis, & indeterminatis GI, IC, IK & IL theoremata inveniuntur pro omnibus curvis, æqualem compoſitionem etiam quoad cognitas habentia. *Tertio* vero, ut generalitatem theorematum talium conſequamur, expedit ut non particularibus curvis hæc adplicetur methodus, ſed omnibus ejuſdem gradus in univerſum: ita enim pulcherrima proveniunt theoremata, quæ vel a tyrone analyſeos calculo inveſtigari poſſunt, ut neceſſe non ſit, plura huc adferre, præſertim cum ad alium locum pertineant. Id tantum adjicere lubet, non ſolum hac methodo problema *Bernoullianum*: Curvam invenire talem, ut ſumma ſegmentorum ad potentiam datam elevatorum ſit perpetuo eadem; ſed adhuc univerſalius, ut ſumma illa ſit ad aliam quantitatem conſtantem in quacunque ratione data, reſolvi poſſe, atque inſuper determinari, quantum in Curvis Geometricis id poſſibile ſit aut impoſſibile; Tametſi problema iſtud pluribus aliis, atque jam quidem indicavi, modis reſolvi poſſit: quos inter adeo faciles ſunt, ut vix auſim eosdem in his Actis tam Eruditi Orbis conſpectui exponere. Uti etiam reſolutio ejusdem præcipua mihi cauſa non fuit,

Act. Erud. An. 1697. M. Maii.

TAB. II. Fig. XI.

Pag. 212.

 fuit, ut theorematum ſupra dictorum mentionem facerem, ſed potius ut doctis Geometris ſignificarem, per ejusmodi theoremata univerſalia quadraturarum poſſibilitatem aut impoſſibilitatem ſingulari ratione poſſe determinari.

Ex his Lector perſpicax facile videbit, quomodo intelligenda verba mea, quibus indicavi proprietatem duorum rectangulorum æqualium non eſſe circulo eſſentialem, ſententiamque meam longe diverſam ab illa, quam Dn. *Bernoullius* fuiſſe mihi ſuſpicatur. Ipſe quoque, ſi Acta inſpicere non gravetur, deprehendet, nullibi me dixiſſe in ea illum ſententia eſſe, Curvas per focos deſcribi non poſſe, ſed tantum, quod videatur eſſe in hac ſententia. Non ignoro quidem, a nemine hactenus demonſtratum eſſe, Curvas Geometricas ex focis ſimplicibus ſeu punctis per fila delineari poſse, ſed dudum tamen ejus rei facillima demonſtratio mihi nota fuit. Alia, quæ publico pollicitus ſum, ſuo tempore, quamprimum mea permittent negotia, conſequentur, exſolvamque, ut ſpero cuncta, quæ debeo; imo illa etiam, quæ jam A. 1690 menſ. Febr. in Act. Erud. pag. 199, promiſi: cum huc uſque nihil viderim, quod a mea me ſententia dimo- Pag. 223. verit, quamvis prægnantes ob cauſas adhuc ab eorum publicatione abſtinuerim.

E P I S T O L A

Miſſa ad Prænobilem Virum D. CAROLUM MOUNTAGUE *Armigerum, Scaccarii Regii apud Anglos Cancellarium, & Soc. Regiæ Præſidem: in qua ſolvuntur duo problemata Mathematica a* JOH. BERNOULLIO *Mathematico celeberrimo propoſita.*

Excerpta ex Tranſactionibus Philoſophic. Anglican. M. Jan. $169\frac{6}{7}$.

P R O B L E M A I.

TAB. II. Fig. XII. INveſtiganda eſt curva linea ADB, in qua grave a dato quovis puncto A ad datum quodvis punctum B vi gravitatis ſuæ citiſſime deſcendet.

S O L U T I O.

A dato puncto A ducatur recta infinita APCZ horizonti parallela, & ſuper eadem recta deſcribatur tum Cyclois quæcunque AQP recta AB (ductæ & ſi opus ſit productæ) occurrens in puncto

ſto Q, tum Cyclois alia ABC cujus baſis & altitudo ſit ad prioris baſem & altitudinem reſpective ut AB ad AQ. Et hæc Cyclois noviſſima tranſibit per punctum B & erit curva illa linea, in qua grave a puncto A ad punctum B vi gravitatis ſuæ citiſſime perveniet. Q. E. I. Act. Erudi An. 1697. M. Mai.

PROBLEMA II. Fig. XIII.

Problema alterum, ſi recte intellexi (nam quæ in Actis Lipſ. ab Auctore citantur ad id ſpectantia nondum vidi) ſic proponi poteſt. Quæritur curva KIL ea lege, ut ſi recta PKL a dato quodam puncto P, ceu Polo utcunque ducatur, & eidem curvæ in punctis duobus K & L occurrat, poteſtates duorum ejus ſegmentorum PK & PL a dato illo puncto P ad occurſus illos ductorum, ſi ſint æque altæ (id eſt vel quadrata vel cubi vel quadrato quadrata, &c.) datam ſummam $PKq + PLq$ vel PK cub. + PL cub. &c. (in omni rectæ illius poſitione) conficiant.

SOLUTIO.

Per datum quodvis punctum A ducatur recta quævis infinita poſitione data ADB, recte mobili PKL occurrens in D, & nominentur AD, x; & PK vel PL, y; ſintque Q & R quantitates ex quantitatibus quibuscunque datis & quantitate x quomodocunque conſtantes & relatio inter x & y definiatur per hanc æquationem $yy + Qy + R = 0$. Et ſi R ſit quantitas data, rectangulum ſub ſegmentis PK & PL dabitur. Si Q ſit quantitas data, ſumma ſegmentorum illorum (ſub ſignis propriis conjunctorum) dabitur. Si $QQ - 2R$ datur, ſumma quadratorum ($PKq + PLq$) dabitur. Si $Q^3 - 3QR$ data ſit quantitas, ſumma cuborum (PK cub. + PL. cub.) dabitur. Si $Q^4 - 4QQR + 2RR$ data ſit quantitas, ſumma quadrato-quadratorum ($PKqq + PLqq$) dabitur. Et ſic deinceps in infinitum. Efficiatur itaque ut R, Q, $QQ - 2R$, $Q^3 - 3QR$, &c. datæ ſint quantitates, & problema ſolvetur. Q. E. F. Pag. 224.

Ad eundem modum Curvæ inveniri poſſunt quæ tria vel plura abſcindent ſegmenta, ſimiles proprietates habentia. Sit æquatio $y^3 + Qyy + Ry + S = 0$, ubi Q, R & S quantitates ſignificant ex quantitatibus quibuscumque datis & quantitate x utcunque conſtantes; & Curva abſcindet ſegmenta tria. Et ſi S data ſit quantitas contentum ſolidum illorum trium dabitur. Si Q ſit quantitas data, ſumma trium illorum dabitur. Si $QQ - 2R$ ſit data quantitas, ſumma quadratorum ex tribus illis dabitur.

EX-

Act. Erud. An. 1697. M. Junii. Pag. 254.

EXCERPTA EX EPISTOLA G.G.L. ad horum Actorum Collectores.

DN. Joh. Wallisius, Vir magnis in Geometriam meritis celeberrimus, occaſione quarundam ſuarum ad me literarum ſignificavit, nonnulla circa recenſionem Operum ſuorum Actis Junii ſuperioris anni inſertam monenda occurriſſe. Nempe in ea videri oblique inſinuari, quaſi noſtrorum inventorum parcius meminerit: ſe vero non potuiſſe dicere de ignotis; quæ autem viderit, candide retuliſſe. Calculi autem differentialis ne nomen quidem audiviſſe, antequam abſoluto utroque volumine operum, pro ultimo præfigendæ præfationis folio jam typos poſuiſſent typothetæ. Ac tum demum ab amico, qui peregre fuerat, mentionem ejus apud ſe factam, & typis transmotis a ſe inſertam; ſibi autem hac ætate, cum annum octogeſimum ſuperaverit, condonari poſſe, ſi non omnia ſit ſciſcitatus. Henricum Oldenburgium & Nicolaum Mercatorem a ſe non fuiſſe recenſitos inter Anglos, ſed de iis tantum dictum, *apud nos:* ſibi perinde eſſe, ex qua quis gente ſit, Tros Tyriusve, modo bonus ſit & bene meritus. Quod Quadraturæ ſuæ, aliquæ ſcilicet, non omnes (paraboloidum credo & his reciprocarum) jam ante Fermatio, Robervallio & Paſcalio notæ fuiſſe dicantur, id ſi ita ſit, clam ſe fuiſſe; nec ab illis fuiſſe editum, nedum demonſtratum. Cavallerium potius fuiſſe nominandum, qui paraboloidum quadraturas (ſed aliquas tantum) Tract. de Uſu Indiviſibilium in poteſtatibus Coſſicis ante exhibuerat & demonſtraverat, ipſo tamen Walliſio tunc inſcio, & ex aliis principiis. De proceſſu inductionis abunde a ſe dictum Algebræ cap. 78 & 79, & recordandum fuiſſe, ſibi tunc propoſitum fuiſſe, non demonſtrandi ſed inveſtigandi Methodum novam dare, quæ ipſis adverſariis viſa ſit non contemnenda. Etſi autem in ipſa Arithmetica Infinitorum demonſtrationem plenam non dederit, hoc tamen pro aliquibus ſaltem ſeriebus, ſpeciatim quadraticis & cubicis, ſpeciminis ergo poſtea fuiſſe factum Algebræ c. 78, & paradigmata poſita id ipſum faciendi pro aliis ſeriebus.
Pag. 255. Et licet inductio non ſit pariter applicabilis ordinatis irrationalibus verbi gratia ſeriei ſubſecundanorum in parabola; huic rei facile ſubveniri applicando eam ordinatis complementi, quæ in parabola dant ſeriem ſecundanorum. Quod dicatur, Methodum illam ad ſolas figuras integras, non ad earum partes pertinere, id ab auctore recenſionis non malo quidem animo, defectu tamen attentionis dictum videri. Altitudinem enim A, pro numero

termi-

Digitized by Google

ſerminorum ſumptam, itemque terminum ultimum etiam in quovis ſegmento intelligi poſſe; & notiſſimum eſſe, quod non totum ſolummodo ſpatium cycloidale, ſed & quodvis ſegmentum a ſe fuerit quadratum, etſi contrarium dicat recenſio p. 254; idemque de Ciſſoidali verum eſſe. Quod Hiſtoriam Cycloidis attinet, ſe quoque ipſius lineæ inventionem Galilæo, quam Merſenno tribuere malle: revera tamen multo adhuc antiquiorem reperiſſe hanc figuram. Nam inter Cardinalis Cuſani opera in codice, qui apud ipſos extet manuſcriptus circa annum 1454, ipſius Walliſii dono in Bibliothecam Savilianam Mathematicam illatus, delineatam reperiri eadem forma, qua eſt apud Dettonvillium, poſito circulo genitore in ejusdem altero vel utroque extremo; ſed in editis exemplaribus perperam deſcribi. Sed & apud Bovillum dici, extare circa annum 1510. De invento Neilii, qui traditis a ſe Prop. 38. Arithm. Infin. inſiſtens, primus omnium invenit æqualem curvæ rectam: quod dixerat Hugenius (eum non procul abfuiſſe, non tamen omnino aſſecutum) id mox ipſum retraxiſſe Hugenium in ſuis ad ipſum Dn. Walliſium literis, juſſiſſeque, ut id ipſum iterum Neilio aſſereret. Num Neilius ſtatim ſciverit per omnia, qualis eſſet iſta curva, ſe certo non ſcire, ſed Brounkerum & ſe ſtatim detexiſſe, paraboloidem eſſe, quam ipſe D. Walliſius nominarit ſemicubicalem. Hæc ſunt Viri præclari monita, quæ mihi pleraque magna ratione dicta videntur, nec recenſioni veſtræ adverſa, ſi verba probe inſpiciantur, & potius ad eam illuſtrandam inſervitura. Et puto, eſse errorem typographicum in recenſione pag. 254, ubi legendum eſse *Ciſſoidale*, non Cycloidale, apparet ex contextu. Nam ſegmenta quoque Cycloidalia ipſum quadraſse, manifeſtiſſimum eſt: ibi vero ſermo eſt de dimenſione Ciſsoidis Hugeniana, quam dicit recenſio Dn. Walliſium quoad totum ſaltem ſpatium methodo inductiva ſeu per interpolationes inveniſse: ſed quia ipſe idem de quovis etiam Ciſsoidis ſegmento in ſuis ad me literis viſus eſt affirmaſse, ideo librum Viri Clariſſimi de Cycloide & Ciſsoide inſpexi, reperique ibi quidem de ſolo toto ſpatio Ciſsoidali, non vero de partibus ejus, tale quid methodo interpolatoria oſtendi; partium tamen dimenſionem, licet alia ratione, in ejus Mechanicis doceri. Tantum autem eſse ſcio ipſius acumen, ut, quod opto, ſperem nos ab ipſo adhuc doceri applicationem methodi ejusdem ad generales ſeu omnium ſegmentorum dimenſiones; ſiquidem poſſibilis eſt, non obſtante illa, quam ſubeſse video, difficultate ceſsantis numerorum in unum additionis ad habendas illorum progreſſiones interpolationi aptas. Quod ſupplementum methodi interpolatoriæ, inſigne ſcientiæ incrementum continet.

Act. Erud. An. 1697. M. Junii.

Pag. 256.

Act.Erud.
An. 1697.
M. Junii.

EXCERPTA
EX DN. BERNARDI NIEUWENTIIT
Conſiderationibus Secundis circa Calculi Differentialis Principia.

CUM nuper hunc libellum recenſeremus, putavimus ob ejus brevitatem ſufficere, ſi indicem quæſtionum, quas tractat, exhiberemus, quoniam ipſe exiguo tempore percurri poteſt. Sed moniti poſtea ab amicis ſuimus, deſiderari aliquid explicatius, ex quo Lectores de Conſiderationum Auctoris utilitate & pondere nonnihil judicare poſſint; præſertim cum Acta noſtra abundent ſchediaſmatibus ad calculum differentialem ſpectantibus, & ab hujus calculi amatoribus legantur; qui ſi forte in libellum Clar. Dn. Nieuwentiit non inciderent, ſaltem aliquid certi de eo ex noſtris cognoſcere poſſent. Hæc ergo Excerpta, nobis aliunde communicata, ipſis Domini Auctoris verbis fideliter tranſcripta exhibebimus.

Sect. 1. §. 4. pag. 6. Neque ſequitur ideo negligendas eſſe quantitates infinite parvas, *quoniam nulla conſtructione exhiberi poſſunt*, cum in analyſi etiam ordinaria plurima *conſiderentur*, quorum conſtructio nobis abſolute impoſſibilis eſt, nec tamen idcirco negligantur. Quis, ſi data exponatur linea *a*, ipſius poteſtates cubum excedentes imaginatione, nedum conſtructione repræſentavit? §. 6. pag. 7. Poſitis hiſce principiis (adverſariorum) *proximæ ac per diſtantiam infinite parvam ſejunctæ qualibet duæ applicatæ ſibi mutuo æquales ſunt in qualibet curva* (quia) quæ differen-
Pag. 257. tiam habent incomparabiliter parvam, ſunt æqualia... *Corollarii* loco hinc poſſet inferri: *omnem curvam ſecundum hæc principia abire in rectam axi parallelam, tangenteſque curvarum cum axe nunquam concurrere*. §. 9. pag. 9. Inſpiciatur Act. Lipſ. anni 1684. pag. 275. ubi problema inclyto Geometriæ promotori R. Carteſio a Beaunio propoſitum ſoluturus Nob. D. Leibnitius, hoc argumento colligit curvam quæſitam eſſe Logarithmicam; quod per æquationem inventam *ordinatæ w* (ſunt ipſa Celeb. Viri verba) *ſunt ipſis dw ſuis incrementis ſive differentiis proportionales*. Quæ quomodo rite conciliari poſſint, non video. Sane cum proportio ſit rationum ſimilitudo, quantitates proportionales inter ſe rationem habebunt, juxta quam inter ſe comparari poterunt. Cumque ordinatæ ex ipſa Leibnitiana methodo differentiis ſuis proportionales ſint, ac idcirco rationem inter ſe habeant, ſequi videtur, has eaſ-

dem

dem differentias incomparabiles differentiis ſuis minus apte dici, Act. Erud.
adeoque cum his æquationem conſtituentes nihilorum ad inſtar An. 1697.
legitime rejici: niſi quantitates rationem inter ſeſe habentes nihi- M. Junn.
lominus inter ſeſe incomparabiles eſſe poſſe velimus, quod Eru-
ditiſs. D. Auctoris inſtituto ac ſententiæ conſentaneum eſſe vix
arbitrari audeo. In primis cum ex §. 2. X. eas ſolas inter ſe com-
parabiles ſtatuat, quibus Euclidea Def. V. Lib. V. competit, hoc
eſt, quæ rationem inter ſe habent. Quo autem modo infiniteſimæ
in nihilum redigi, atque e quantitatibus finitis pro arbitrio poſſint
rejici, in Schol. Gen. Anal. Infin. N. XIII oſtendere ex principiis
inibi traditis conatus ſum.

Sect. 2. §. 4. pag. 13. Ex eo quod concedam dx eſſe quantita-
tem .... ſic argumentatur (Dn. Leibnitius) liceat diſtinctionis
gratia in forma ratiocinium propoſuiſſe pag. 315. lin. 2. Omnis
tertia proportionalis ad duas quantitates, x & dx, utique eſt quan-
titas; ſed hæc tertia proportionalis in quibusdam caſibus eſt dif-
ferentiarum differentia, ſeu ddx; ergo differentiarum dx differen-
tia ddx quibusdam in caſibus eſt quantitas. Majorem concedo,
ſi duæ priores quantitates x & dx ſint finitæ, quo in caſu ex
hac propoſitione nihil poterit inferri, niſi dx pro finita contra
hypotheſin aſſumatur. Si vero dx ſtatuatur infinite parva, ne-
gatur hæc ipſa major. Quam hac ſub conditione non procede-
re, argumento mere geometrico demonſtrare conabor.... Tnm Pag. 258.
inſuper negatur minor . . . quod prævidens Nob. Dn. Auctor,
minoris hujus probationem intendit per æquationem logarithmi-
cæ $adx = xdy$, quam poſita dy conſtanti rurſum (quod notetnr)
differentiat in $addx = dxdy$, quæ applicatæ ad priorem ejectaque
dy exhibet $xddx = dxdx$, nnde rite infert eſſe x ad dx ut dx ad
ddx. Verum hanc argumentandi rationem tanto Viro feſtinanter
nimis excidiſſe credibile eſt; impoſſibile enim alioqui mihi ap-
paret, Analyſtam iſthac ingenii ſubtilitate pollentem, longoque
rerum uſu exercitatiſſimum, petitione principii conelusionis pro-
poſitæ demonſtrationem intendere, ac argumentum, quo evince-
re nititur, dari differentias ſecundas, ex ipſa ſecunda differen-
tiatione deſumere. Niſi enim æquationis differentialis $adx = xdy$,
ſecunda differentiatio in $addx = dxdy$ tanquam conceſſa ſuppo-
natur, quæſitam hanc proportionem x ad dx, ut dx ad ddx
plane coincidere manifeſtum ſatis eſt. §. 8. pag. 15. Provehor
jam ad illud argumentum vere ſubtiliſſimnm, quod ſupra omnem
dubitationis incertitudinem ulteriores cujuscunque gradus differen-
tiationes attollere celeberrimus Dn. Auctor arbitratur . . . . .
Hæc autem argumenti pag. 145. A. 1695. Actorum Lipſienſium
propoſiti vis eſt: Differentiæ cujuscunque gradus poſſunt per

Act.Erud. An. 1697. M. Junii. rectas ordinarias (aſſignabiles) proportionales exprimi , unde cum hæ rectæ habeant differentias , etiam differentiæ per ipſas proportionaliter expreſſæ habebunt differentias. (Verum hoc argumentum non procedere, ſic demonſtratur) §. 9. pag. 6. Sint fig. 3. EP. & FQ. ordinatæ duæ aſſignabiles, ac IH & KM inaſſignabiles aliarum ordinatarum differentiæ, videtur inaſſignabilium IH, KM ratio per aſſignabiles EP, FQ, exprimi non poſſe.

Demonſtr. Si neges, ſit EP aſſignabilis ad FQ aſſignabilem , ut IH inaſſignabilis ad KM inaſſignabilem, erunt, cum EP, FQ ſint applicatæ aſſignabiles, interceptæ AE & AF itidem aſſignabiles, & aſſignabiles erunt applicatæ IE & MF. Quocirca & juxta Lemm. 1 (*duarum quantitatum aſſignabilium differentia eſt quoque aſſignabilis*, quod ſuppoſitum demonſtrari non meretur) harum differentia KM aſſignabilis erit, contra Hypotheſin. §. 14. pag. 23. Merito concludi videtur, analyſin infinitatum in ipſa applicatarum differentiæ notione non rite fundari, cum ſi curvarum eſsentialis character ex applicatarum differentiis ſit deſumendus, præcedentes difficultates evitari poſse vix credam. Quopropter
Pag. 259. & hinc aperte ſatis conſtare arbitror , characterem curvarum formalem non in differentiarum IH & MK &c. inter ſe habitudine, ſed in cognita ipſius GH ad IH ſeu partium infiniteſimarum axis, ad partes infiniteſimas applicatarum, aut ſubtangentium ad applicatas ratione conſiſtere. §. 15. p. 24. Ne autem ſcrupuloſitate nimia arti inveniendi obicem poſuiſse, ac tali prætextu optime inventa rejiciens ſtudia hæc retractare magis, quam augere voluiſse cenſear.... oſtendere conabor, *ſola æquationum ad infiniteſimas reductione* (ſeu primi generis differentiatione) *omnia obtineri poſſe, quæ differentiationum gradibus utcunque remotis legitime inveniri queunt*. Sint in exemplum K & r quantitates conſtantes, x abſciſsa, y applicata; b, z, f, indeterminatæ erunt reſpective earum differentiales, dx, dy, db, dz, df; mihi eædem per infiniteſimas reſpectivas haſce deſignantur e, a, u, i, o, dataque ſit æquato Circuli $2Kx - xx = yy$ erit hæc ad infiniteſimas redacta $Ke - xe = ya$, quæ pro e & a poſitis ſymbolis Leibnitianis dx, dy, cum prima differentiatione hac convenit $Kdx - xdx = ydy$. Hæc ſi ſecundo ex Methodo Leibnitiana differentietur poſita dx conſtante, fiet $- dxdx = yddy + dydy$. Hujus ſuccedaneum ex meis principiis ſic obtinetur : fiat ut e ad a, ita r ad z erit $ze = ra$, quæ applicata ad æquationem $Ke - xe = ya$ exhibet æquationem $Kr - rx = yz$ quantitatibus aſſignabilibus conſtantem, quæ ad infiniteſimas redacta ſeu differentiata exhibet $- re = yi + za$, ſeu terminis differentialibus $- rdx = ydz + zdy$. Hæc jam plane eadem erit cum Leibnitiana

ſecun-

ſecundo differentiata, ſi per *dx*, *dy*, *ddy* eadem ratio ſignificari intelligatur, quæ per *r*, *z*, & *dz*, ſeu *r*, *z*, & *i*, deſignatur. Unde ſecundæ quantitatum differentiæ hic ſaltem neceſsariæ non videntur. p. 26. Quod ſi Vir ingenioſiſſimus ea, quæ menſe Auguſto 1695. prioribus addere placuit, hoc modo ipſis ordinatarum interceptarumque infiniteſimis applicuiſset, miſsa ſecundi tertiique &c. trianguli characteriſtici, ac ſecundæ tertiæque applicatarum differentiæ conſideratione, multis, ni fallor, manente eadem methodi extenſione, difficultatibus immunem eam præſtitiſset. Act.Erud. An. 1697. M. Junii.

Sect. 3. §. 2. pag. 29. Si ſit $ds\,dds = dx\,ddx$ (poſito $dsds = dxdx + dydy$ & dy exiſtente conſtante) erit utique $ds = dx$. Licet enim non ignorem, in æquationis ab infiniteſimis ad indeterminatas reductione occaſiones quandoque occurrere, quibus æquationi reductæ termini determinati ſub variis etiam ſignis ac magnitudine varii addi queant (quod Anal. Inf. cap. X. breviter oſtendi, & ad hunc quoque caſum applicare facili negotio poſsem;) eum autem hoc *nonniſi* æquationum differentiationi *primæ* conveniat, ſeu cum ab infiniteſimali ad indeterminatam fit regreſſio, quo pacto hoc æquationibus ſecundo differentiatis applicetur, lubens edocerer. Pag. 260.
§. 4. p. 29. Ait Vir celeberrimus A. 1684. p. 271. lin. 37: *itaque punctum flexus contrarii locum habet, quando neque* v, *neque* dv *exiſtente o tamen* ddv *eſt o*. Quod ipſum ex calculo Dn. Auctoris eſt lineæ rectæ criterium, quo a curvis diſtinguitur. Sic anno 1695. pag. 146 lin. 21. expreſse ſtatuit Vir eruditiſſimus, lineam rectam carere differentiis ſecundis, ſeu licet v, ac dv ſint aliquid, tamen ddv eſse nihilo æquale. Unde concludi poſse videtur, eundem eſse curvarum flexus contrarii ac rectarum characterem proprium: quod, uti modo dixi, obſcurum mihi quadantenus apparebat; neque enim videbam, quare curva in puncto flexus contrarii magis quam in aliis ſuis punctis iſta proprietate gauderet.

Sect. 4. pag. 31. Numeri infiniti m, per alium numerum b multiplicati productum bm eſt impoſſibile.

Demonſtr. Si neges, ſit poſſibilis, ergo bm erit majus ipſo m, per axioma, adeoque m non erit numerus maximus, ac proinde per hujus 4. non erit infinitus contra hypotheſin.

Scholium. Ne tamen hinc ob rerum harum inſolentiam oboriatur ſcrupulus, ac hinc inferre me quiſpiam credat, expreſſionem Algebraicam $2m$, $3m$ &c. ſemper impoſſibile quid deſignare, dico $2m$ ſi ſignificet m per 2 multiplicatum, impoſſibile; ſi vero exprimat 2 per m multiplicatum, poſſibile quid denotare (cujus & rationem aliquam profert.)

Sect. 5.

Act Erud. An. 1697. M. Junii. Sect. 5. §. 3. pag. 40. Si tamen aliunde derivaverit hoc theorema (ſ. $dx : x =$ logar. ipſius x, etiamſi non x, ſed y ſit logarithmicæ applicata, x vero abſciſsa potius vel intercepta) uti & primum, v in logar. $x =$ log. y (quando $x^v = y$) nihil habeo, quod regeram, niſi horum Canonum (quorum demonſtrationem Domino Auctori adjungere non placuit) originem me ignorare; quæ idcirco poriſmata, quo pacto ex logarithmicæ natura profluant, optarem edoceri.

M. Sept. Pag. 397.

SAMUELIS REYHERI
JC. ET MATHEMATICI KILIENSIS

Experimentum novum, quo aquæ marinæ dulcedo examinata deſcribitur.

Kiliæ apud J.S. Riechel, 1697. *in* 4°. *plag*. 2.

AQuam marinam glacie concretam ſalſedinis expertem eſse, primus, quod nos ſciamus, literis prodidit *Thomas Bartholinus*, in Obſervationibus de Uſu nivis medico cap. 6. p. 42. idque pro explorato habere braxatores Amſtelodamenſes notat *Boylius* in Hiſtoria experimentali frigoris (*New Experiments and Obſervations touching Cold*) pag. 59, quippe qui glaciem ex aqua marina concretam, rurſumque ſolutam, dulcis aquæ loco ad coquendam cerevifiam adhibeant. De ipſa vero aqua marina fluida ejus quidpiam hucuſque obſervatum non meminimus.

Quo magis deprædicanda nobis eſt celeberrimi *Reyheri* ſolertia, qui rem fando acceptam ipſo facto experiri, experimentique ſui ſeriem Orbi literato exponere non recuſavit. Poſtquam enim multos ante annos ex muliere quadam, quæ tempore hyberno in portu Kilienſi lintea lavare ſueta erat, audivi ſset, aquam marinam, quo tempore glacie premitur, ſale deſtitui; idemque etiam ſibi aliisque compluribus perſuaſum eſse, non ita pridem a piſcatore, ibidem loci mytilos per foramen glaciei ex fundo maris extrahere ſolito, accepiſset: tentamen ejus die 6. Februarii hujus anni, e regione caſtelli Regii, cui *Fridericia* nomen eſt, inſtituit. Perfracta itaque glacie, pedem unum craſsa, deprehendit: 1. *fruſta glaciei fuiſſe dulciſſima*. 2. *aquam glaciei proximam itidem ſale deſtitutam*. 3. *aquam ſiphone ſeſquipedali extractam medice ſalſam*. 4. *eandem ſiphone quinquepedali hauſtam adeo ſalſam, ut unus cantharus*, ſeu

Digitized by Google

ſeu 4 libræ Romanæ, iſtius aquæ igni appoſitæ, & in vaporem redactæ, unciam unam cum ſequiſcrupulo ſalis reliquerint. Act. Erud. An. 1697. M. Sept.

Huic obſervationi innixus *Auctor* de cauſa dulcedinis diſquirit, eique duplicem aſſignat: unam, aquæ compreſſionem, & cum ea ſimul particularum ſalinarum expreſſionem; alteram, ſalis gravitatem, ob quam ſponte fundum petat. Circa deductionem prioris, elegantem rationem ſubminiſtrat, qua tempore æſtivo, ubi neque cellæ ſubterraneæ, neque frigidi fontis copia ſuppetit, vinum cerevifia, aliique potus, ob teporem minus grati, refrigerari poſſint. Pag. 398. Nimirum in loco opaco, ſub umbra arboris frondoſæ, lagena ſtannea, vitrea, argillacea &c. potu repleta, foveæ, ad altitudinem & figuram vaſis excavatæ, immittatur, terra circa lagenam ad palmi craſſitiem circum circa relicta; circa hanc terram vero foſsa ejusdem cum fovea profunditatis, palmi latitudine effodiatur, fervidaque aqua compleatur: quamprimum vero terra calidam aquam abſorpſerit, lagena foveæ extrahatur, gratiſſimi frigoris potum ſitientibus præbitura. Frigus enim terræ nitroſæ lagenam ambientis, per aquam fervidam affuſam in lagenam propellitur, potumque refrigerat; qui tamen ne a ſuccedente calore aquæ, qui non ſecus ac ipſum frigus lagenæ ſe inſinuat, priſtinum teporem recipiat, citra moram eximendus eſt.

Pro aſtruenda poſteriori ſupponit, aquas fluminum & rivorum, in mare ſe exonerantium, non ſtatim aquæ ſalſæ miſceri; hanc vero graviorem eſſe fluviatili dulci; nec hanc marinæ commiſceri, niſi ventis & procellis agitatam; indeque marinam, fluviatili difficilius congelabilem, ſi glacie obducatur, quod tum ventis agitari nequeat, cum adfluentibus fluviorum dulcium aquis miſceri haud poſſe: atque ideo omnes aquas ex fluviis & rivis mari influentes, ſupremam & glaciei proximam occupare regionem, ita ut ad inſignem altitudinem illibatæ, dorſo quaſi maris inſideant.

Ex hac porro obſervatione duplex commodum in cocturam ſalis, cum ſalſularum, tum aquæ marinæ, derivat. Salſularum enim aquis frigori expoſitis, tenuiores earum partes in glaciem coactæ removeri poſſunt, atque ſic muria craſſior obtinebitur. E maris vero glacie tecti fundo per ſiphones aqua ſalis abundantiſſima haurietur. Edulcorationi etiam aquæ marinæ obſervationem hanc non omnino nihil conferre poſſe *Auctor* exiſtimat. Quamvis enim in regionibus calidioribus, intenſi frigoris inexpertis, nullum uſum habere videatur: inveniri tamen ejus occaſione poſſe autumat modum producendi frigus artificiale, cujus beneficio aqua marina potui apta queat reddi. Quæ ſub finem diſquiſitionis præterea annotare *Auctori* viſum fuit, B. L. ex Schediaſmate non multorum foliorum ipſe non difficili opera cognoſcet.

EX-

Act. Erud. An. 1697. M. Sept. Pag. 404.

EXCERPTA

ex Illuſtriſſimi Dn. LUDOVICI FERDINANDI Comitis MARSIGLII, S. Cæſ. Majeſtatis Cubicularii & Legionis peditum Tribuni,

Epiſtola ad .... ex Actorum Lipſienſibus Collectoribus,

De Phoſphoro Bononienſi.

JAM diu eſt, quod illuſtriſſimus Comes has de Phoſphoro Bononienſi fecit obſervationes, eum in finem, ut illas ad immortalis memoriæ virum Robertum Boyle in Angliam mitteret. Verum audita tanti viri morte, paſſus eſt ſepultas quoque illas jacere in ſcriniis, donec tandem ex Tomo I. Supplem. Sect. IV, Edit. Act. pag. 207 Actorum quæ a nobis colliguntur, occaſio ipſi nata fuit illas eruendi, & quantum permiſerunt ardua, quibus diſtinetur negotia, in ordinem redactas nobiſcum communicandi. Primum autem loca, ubi lapis ille Bononienſis reperitur, deſcribit, & mineralia recenſet, quæ in illis naſcuntur; deinde partes, quas vocat organicas, lapidem componentes delineat, & in ejus ſtructuram inquirit, enarratiſque obſervationibus, quæ Chemiæ adminiculo factæ ad intrinſecas lapidis partes inveſtigandas, exponit modum compendiarium facilemque lapidem præparandi, ut phoſphori munus perfecte obire poſſit. Naſcitur hic lapis, ut Lectori præcipua more noſtro ſummatim cognoſcenda proponamus, in montibus circa Bononiam, quorum alter mons de *Paderno*, alter *Piedalbino* vulgo dici ſolet. Uterque ſterile caput effert inter amenos colles vicinos, ſimilemque habet ſuperficiem; quamvis Padernus magis his lapidibus, quam alter, abundet. Pag. 405. Terræ, quibus teguntur montes, variæ ſunt, aliæ cineracei coloris, aliæ albi, aliæ rubri, atque in his bolus colligitur ejuſdem coloris, linguæ adhæreſcens & naturæ adſtringentis. In reliquis hinc inde effloreſcit ad altitudinem digiti ſal quidam mixtus flammulis gypſi atque talci, cujus ſolutio concreſcit in lamellas ſaporis ſalſi, ſed craſſioris nec multum penetrantis; unde etiam conjicit illuſtr. Comes, eum non prolem eſſe ſalis ammoniaci, ſed potius principium gypſi, dum laminis terreis miſcetur, eaſque conjungit. Reperiuntur quoque hic duo alia lapidum genera, quorum unum ob ſimilitudinem cum animalium renibus, reniforme, alterum ob affinitatem cum ventre cryſtallino, ventrem tartareum illuſtriſſimus Comes appellat. Illud ad natu-

Digitized by Google

naturam jaſpidis accedit, multasque fiſſuras habet: hoc cinerei eſt coloris, & loco depuratæ materiæ cryſtallinæ continet tartaream cruſtam variegatam coloribus. Duplices quoque marcaſitæ hic inveniuntur, ferri nimirum & cupri, quarum nonnullæ tuberoſam habent figuram, aliæ ex quadratis corpuſculis componuntur. Terra, in qua lapis phoſphorus quaſi ſparſus reperitur, quæque pluviis aquis una cum illo avehitur, & in rivos, ex quibus colligitur, præcipitatur, profunditate unius palmi arida eſt, denſa, obſcura, flammuliſque conſperſa, vel particulis non diſſimilibus gypſo & figura non multum differentibus a partibus phoſphorum conſtituentibus; in duorum profunditate palmorum, coloris eſt ferruginei & ſubviridis, iisdem flammulis ſed minoribus diſtincta; in trium profunditate, non multum eſt diſſimilis priori, niſi quod flammulæ ita ſunt exiguæ, ut ſine lente optica vix diſcerni poſſint. Eam autem fœtam eſſe vitriolicis & arſenicalibus particulis, ex tentaminibus factis adparuit. Figura phoſphororum irregularis eſt: alii nempe plani, alii cylindrici ſunt, alii ovales, alii ſphærici, alii tabulati. Sphærici maximi ſunt omnium, neque tamen Perſici mali magnitudinem excedunt. Tabulati cavitatem habent ex utraque parte quaſi duobus digitis impreſſam, ſuntque ad præparationem optimi. Pondus ad unam duasve libras vulgo accedit, quamvis etiam nonnulli octo librarum pondus æquent. Neque tamen maximi graviſſimique reliquis ſunt præferendi, & falſus fuit Licetus, qui gravitate ſpecifica hos lapides plumbum ſuperare memoriæ prodidit. Ad uſum minus apti ſunt colore plumbeo, præſtantiores argenteo, & chalcedonium cinereum referentes præſtantiſſimi, qui ad perſpicuitatem ſuccini accedunt. Quintuplex occurrit varietas interna ratione fibrarum in lapidibus confractis, (cujusmodi aliquem hic ſiſtimus) ab Illuſtr. Comite deſcripta; qui hanc quoque lapidis anatomiam tradit: Separatur lapis in plures partes, quarum prima eſt punctum, vel diſcus, vel linea centralis, nihilque aliud quam pauca terra aut argilla carens particulis ipſam conglutinantibus. Sequuntur certa ligamenta fig. 2. quæ ferviunt uniendis partibus fibroſis, 3, 4, 5, 6. Super has variis in locis transverſæ excurrunt lineæ 7, 7, 7. Extremum lapidis cruſta tegit ſeu cuticula 8, cujus partem aliquam refert fig. 3. Extima illa cruſta eſt pars, in quam ignis vi rediguntur particulæ lumen ſuſcipientes: ſeparata enim a lapide lucem imbibit, & ſine illa lapis manet cadaver tenebroſum. Ex calcinatione lapidis, ejusque ſublimatione apparet, lapidem illum non eſſe gypſi ſpeciem, ſed potius ad ſubalternam talci ſpeciem eſſe referendum, prætereaque continere miſturam variorum mineralium, vitrioli,

Act. Erud. An. 1697. M. Sept.

Pag. 406.

TAB. III. Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 3.

Act.Erud. An. 1697. M. Sept.

ſulphuris, certæ ſpeciei nitri, & fortaſſis etiam mercurii & arſenici.

Præparatio Phoſphori ſequentem in modum commode fieri poteſt: Aſſumantur lapides mediocris magnitudinis, probeque loti aqua pura, non tantum penicillo ſetaceo, ſed etiam lima radantur, ut inæqualitates tollantur; deinde in ſpiritum vini probe rectificatum immerſi volutentur in pulvere lapidis phoſphori contuſi bene cribrato, ut eodem toti eooperiantur, & cruſta quadam induantur. Porro transverſo furni anemii ferro inſternatur craticula ferrea, eique injiciantur carbones nucis circiter magnitudine ad quatuor digitorum altitudinem; his autem imponantur lapides, ut diſtantiam inter ſe unius digiti ſervent, & conteganrur ſimilibus carbonibus, ita ut totus furnus impleatur. Hic tandem operculo ferreo, cui apertura decuſſatim inciſa eſt, vel lateribus debitas aperturas relinquentibus, muniatur, igneque ſuccenſo expectetur, donec carbones conſumpti, quod horæ fere ſpatio fieri ſolet, & lapides fuerint refrigerati. Quo facto lapides cruſta, quam pulvis aqua vitæ madefactus ſuperinduxit, quæque facile ſeparari poteſt, liberentur, & pulvis abraſus, qui etiam perfecte lumen recipit, denuo minutim contundatur, ut ex illo variæ poſſint efformari imagines. Illæ enim primum delineantur albumine ovi miſto cum ſaccaro aut tragacantha, cui deinde pulvis inſpergitur, poſſuntque etiam addi colores varii ſine virtutis luciferæ damno. Ex eo autem, quod lapis etiam contritus vim lumen imbibendi retinet, cognoſcitur, non provenire illam a ſtructura aut figura partium, ſed principio potius proprio, quod operatur interne per qualitatem ſuorum componentium. Varias ſubit lapis ille Bononienſis mutationes, dum ex ſtatu naturali transfertur in artificialem. In primis mutat colorem, dum ordinarius gypſi & albus vertitur in mixturam variorum colorum, nempe ferruginei, cœrulei, albidi, carnei, flavi, indicantium varietatem mineralium quæ complectitur. Ante præparationem non habet odorem ullum ſenſibilem, poſtea vero fit varii odoris, ex varietate mineralium orti, cum prædominio mitis ſulphuris. Inter illos colores varios albus mixtus ferrugineo indicat lapidem optime ad imbibendum lumen diſpoſitum. Quo magis ſunt impuri lapides, eo per calcinationem fiunt leviores, & durities in friabilitatem adeo magnam tranſit, ut ob illam difficulter conſerventur, aut de loco in locum, ſi ſuccuſſio accedat, transferantur. Extima ſpoliatus ſuperficie phoſphorus, totus albus & transparens inſtar talci apparet, atque ſi in fruſta confringatur, fibras exhibet aduſtas, exſiccatas, & hinc inde admixtas maculas rubras,

Pag. 407.

Digitized by Google

rubras, quæ nihil aliud ſunt, quam partes terræ interjacentis inter fibras, & ad ordinarium argillæ igne excoctæ colorem deductæ; quamvis occurrant etiam aliæ maculæ, vicinæ ſuperficiei lapidis, & ejusdem coloris cum cortice ſuperiori, quæ etiam nonnunquam lumen recipiunt. Unde patet, nihil eas eſſe aliud, quam particulas materiæ attrahentis lumen, quæ a centro tendebant verſus ſuperficiem, verum ob defectum vel temporis, vel ignis, aut ob aliud quoddam impedimentum, eo pervenire non potuerunt. Act. Erud. An. 1697. M. Sept.

Uſus tandem phoſphori ita ſe habet: Poſtquam, ut ſupra monitum, lapis liberatus eſt cruſta exteriori, exponendus eſt aeri luminoſo tantisper, dum Symbolum Apoſtolorum ter circiter recitari poteſt; ita ſubito lumen concipiet, & inſtar candentis carbonis relucebit. Notandum tamen eſt, illum valido Solis lumini objiciendum non eſſe, quia virtutem ſuam amittit, neque ita bene illuminatur, ſed melius concipere lumen in conclavibus concluſis. Idem autem generaliter accidit, etiam temporibus aliquo modo humidis & non ſerenis. Probe ſemper conſervandus Pag. 408. eſt phoſphorus in ſcatula, cum lana bombycina, neque exponendus aeri, niſi quantum operationis requirit neceſſitas: alias enim vis ejus perit, conſiſtens quippe in partibus ſpirituoſis, quæ facile ſeparantur & avolant, aut in textura partium ſingulari, quæ facile ab injuriis aeris ambientis turbatur. Quando lumen aeris debile eſt, verbi gratia veſperi, lumen quoque phoſphori fit debile. Repoſitus in vitro Hermetice clauſo, aliquo modo lumen recipit, uti etiam, ſi lapis eſt perfectiſſimus, illuminatur in obſcuro ad lumen candelæ aut facis; a lumine vero lunari non accenditur. In variis aquarum poſitus generibus imbibit & retinet lumen, idemque facit in variis affuſis liquoribus & ſpiritibus, neque tamen generaliter omnibus. Immerſus in aquam fortem excitat fermentationem vehementem, quæ ipſum ſpuma flava involvit, & lumen ab ipſo prohibet. In omnibus oleis imbibit & monſtrat lumen, excepto oleo nucis, in quo vim quidem habet illud attrahendi, non autem manifeſtum faciendi; extractus enim ex eodem, neque denuo expoſitus aeri, ſtatim relucet. Illatus in recipiens aere vacuum retinet lumen, ſed remiſſius, quod non mutatur, ſi de novo aer admittatur.

Hæc potiora ſunt, quæ Illuſtr. Comes de phoſphoro Bononienſi obſervavit experimentis cum cura factis, relinquens aliis majori affluentibus otio provinciam indagandi modum, quo vel generatur, vel colligitur lumen in lapide Bononienſi. Appendicis loco acceſſit ejusdem obſervatio de gypſo, quod in territorio Bononienſi effoditur, præcipue circa villam S. Raphaelis, ubi fodi-

Act. Erud. An. 1697. M. Sept.

næ ſeu caveæ centum paſſus profundæ reperiuntur, in quibus ope pulveris pyrii, ex monte vaſtæ moles decutiuntur, quæ comminuuntur deinde ab operariis in partes in fornacibus excoquendas. Tres autem ibi reperiuntur gypſi ſpecies, quarum prima poſitum habet horizonti parallelum, eſtque gypſum commune, *Scaglia* dictum operariis. Hujus ſtratis alternis ſuccedunt ſtrata terrea; olimque rude ad fundamenta turrium, nec non portarum & feneſtrarum ornamenta fuit adhibitum, hodie vero in pulverem uſtum pro cæmento habetur præſtantiſſimo, præſertim ſi cum calce miſceatur, ut humiditati eo melius reſiſtat. Secunda ſpecies *Scagliola* dicta, eſt ad horizontem perpendicularis, effoditurque ex montis quibusdam fiſſuris, & talci imperfecti quædam eſt
Pag. 409.
ſpecies, fortaſſis lapis ſpecularis a Plinio celebratus. Calcinatur in pulverem minutiſſimum & nivei coloris, ex quo omnia fingi poſſunt pari elegantia, quæ ex albiſſimo Carrarenſi marmore exſculpi ſolent. Tertia ſpecies, quæ obliqua eſt ad horizontem, accedit ad alumen plumoſum, & forſan eſt ſpecies impurior & imperfectior hujus foſſilis. Obvia quandoque eſt in fiſſuris hujus montis cruſta quædam, ab operariis oculus gypſi & nervatura dicta, quæ polituram inſtar marmoris recipit, & diſtributione macularum pulcherrimo non cedit alabaſtro. Referunt operarii, ſi quis ſcabie infectus in fodinis illis aliquot dies commoretur, eum ab eadem, fortaſſis ob ſulphur gypſi, liberari, ut adeo compenſet aliquo modo damnum, quod intus ſumptum affert, inſtar veneni.

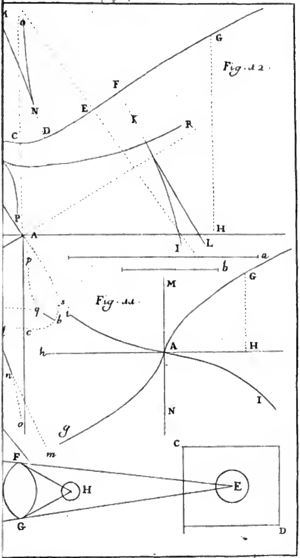
SPECIMEN METHODI,

Cujus ope datum ſpatium in ratione data dividitur, licet ejus quadratura ſit ignota.

per D. T.

QUÆ in Actis anni 1695 menſe Novembri indicaverim, Lectorem Philomathematicum adhuc memoria tenere arbitror. Circa ea jam monendum duxi, proprietatem Curvæ Parabolicæ partes inter ſe comparandi, quam tunc ut univerſalem tradidi, valde eſſe limitatam, & tantum in certo particulari caſu ſuccedere. De hoc enim aſſerto licet utens methodo indefinite parvarum quantitatum, duplici via perſuaſus eſſem, atque tunc in eo acquieſcerem; quoniam tamen paulo poſt tertia quadam ſatisque

1.5 110 332/p



Digitized by Google

tisque facili methodo plane contrarium hinc deducebam, alia plane methodo, infinite parvarum quantitatum non indiga, in calculo, cujus mentionem diu eſt quod feci in Actis hiſce, in rem totam denuo inquiſivi, atque iterum comperi, eam tantum particulariter eſſe veram. Quamvis ergo jam dudum id animadverti, non tamen conſultum duxi id edere in publicum, ſperans, quoniam hæc methodus viam plane ſingularem aperit, quæ nondum nota eſt publice, videturque maxime eſſe genuina in calculo indefinite parvarum, fore ut concederetur mihi ſpatium, hanc methodum probe excolendi, atque deinde ſingulare aliquid publico exhibendi, ut defectus ille reſarciretur. Verum tam occupationes maximæ, quæ tamen vix me ab his ſtudiis abſtraxiſſent, quam perpetua fere itinera & converſationes, quibus adhuc dum diſtineor, cogunt in quietiora rem differre tempora. Ut tamen interim aliquo modo publico ſatisfaciam, cum nuper in Actis Erudit. mentionem fecerim univerſalis methodi, ſpatium quodcunque, cujus quadratura ignota, in data ratione ſecandi, idque infinitis modis; ejus aliquod dabo ſpecimen in quadrante circuli. Sit quadrans Circuli AECB, & deſcribatur Curva AGC, cujus hæc eſt natura, ut poſito AF $= x$, FG $= y$, BC $= a$, HI $= b$, natura ejus per hanc Æquationem exprimatur: $a^4y^4 = 4a^5xyy + 8a^3bbxyy - 2a^4xxyy - 8aabbxxyy + 16a^4bb - 4a^6xx - 16aab^4xx - 24a^3bbx^3 + 4a^5x^3 + 32ab^4x^3 + 8aabbx^4 - a^4x^4 - 16b^4x^4$: dividet hæc Curva, quæ non difficulter per puncta deſcribi poteſt, ſpatium quadrantis AECB in duas partes AECGD & ADGCB, quæ ſunt in ratione lineæ b ad lineam $a - b$. Hic autem animadvertendum eſt, cum ſpatium dividitur in ratione numeri ad numerum, curvam ADGC rectam ADC ita ſecare, ut AD ſemper ſit ad DC in ratione numeri quadrati ad alium numerum quadratum: v. g. quando quadrans AECB eſt ad ſpatium ACGD, ut 3 ad 1, Curva ADGC ſecat rectam ADC in D, ut AD ſit ad DC, uti 49 ad 36. Hujusmodi curvæ, quæ omnes talem conditionem habent, innumeræ poſſunt inveniri. Unam tantum ex his adhuc ſuperaddam. Sit curva, cujus hæc natura: $y = \sqrt{2ax - xx}$ $\frac{b}{a}\sqrt{2a^3x + aaxx - 2ax^3 - x^4}$, ab hac itidem ſpatium quadrantis in ratione datæ lineæ ad datam lineam dividetur. Quod ſi ergo quis, adſpirante fortuna, inter tot curvas in eam incideret, ubi ſegmentum AD ſegmento DGC eſſet æquale, Quadratura Circuli hucusque fruſtra quæſita, quoque foret manifeſta.

Act. Erud. An. 1697. M. Sept.

Pag. 410.

TAB. III. Fig. 4.

Act. Erud.
An. 1697.
M. Sept.

JAC. BERNOULLI
Solutio difficultatis cujuſdam circa naturam Flexus contrarii.

Dixeram in Meditatione de natura Oſculi, menſ. Mart. 1692 pag. 375, quod in *omni Flexu contrario Circulus oſculator ſit infinite magnus, adeoque Curvedo Lineæ nulla*. Hoc enim ex notione flexus contrarii & illa naturæ lege, qua conſtanter ſaltum abhorret, ſatis, puto, per ſe manifeſtum. Illuſtriſs. tamen Dominus Marchio Hoſpitalius ingenioſe mihi objecit caſus quoſdam particulares, ubi contrarium evenit, & circulus oſculator infinite parvus eſt; ut in Curva GA*g* (figur. 5) cujus natura eſt $aax^3 = y^5$, & quæ in vertice A habet flexum contrarium, tametſi radius oſculantis circuli ibidem ſit nullus, quippe quæ ex evolutione curvæ IA*i* per ipſum verticem A tranſeuntis deſcribitur. In quo ſane Vir laudatiſſimus quiddam valde ſingulare detexit, cum hoc aſſertionem meam dictamque naturæ legem prorſus evertere videatur. Stante enim hoc Axiomate, *Natura non facit ſaltum, ſed etiam in minimis agit gradatim*, difficulter concipi poteſt, quomodo partes Curvæ uno ſenſu inflexæ ſenſu contrario flecti & incurvari poſſint, niſi prius amiſſa curvedine ſitum inter ſe directum acquirant. Ergo ubicunque id accidere videtur, credendum eſt, in illo puncto virtualiter contineri omnes curvedinis gradus intermedios, quod ſic explico: Loco Curvæ $aax^3 = y^5$, concipio hanc $aax^3 = y^5 - bby^3$, quæ Curva hujusmodi plexus format, quales in fig. 6 repræſentantur, eritque poſita AH $= x$, & HG $= y$, applicata in vertice AC $= b$, & applicata in extrema ora ſinus ASC, ſcilicet ST $= b\sqrt{\frac{1}{5}}$. Radius Circuli oſculatoris (facta inſuper $ayy - abb = s^3$, $5yy - 3bb = tt$, & $5yy - 9bb = uu$) univerſaliter reperitur $= \frac{\overline{9s^4+t^4}\sqrt{9s^4+t^4}}{6asuuy}$. Unde diſcimus 1. radium oſculi fore infinitum, ſi vel s, vel u, vel y ſit $= 0$, id eſt, ſive y ſit $= 0$, ſive $= b$, ſive $= \frac{3b}{\sqrt{5}}$. 2. aliis vero in caſibus ſemper finitum, ut in puncto s, cum $y = b\sqrt{\frac{1}{5}}$, quo caſu radius hic (poſito $\frac{2}{5}abb = z^3$) fit $= \sqrt{\frac{1}{10}}\,az$. 3. eundem fore poſitivum, ſi vel ambæ s & uu ſint negatæ, hoc eſt, ſi ſit $y < b$; vel affirmatæ ambæ, id eſt, ſi $y > \frac{3b}{\sqrt{5}}$. 4. negativum autem, ſi exiſtente s affirmata, uu maneat negata, id eſt,

Pag. 411.
TAB. III. Fig. 5.
Fig. 6.

Digitized by Google

idest, ſi y ſit $> b$, & $< \frac{3b}{\sqrt{5}}$. E quibus porro colligimus, Curvam in parte ASC & EFG (ſuppoſita in E applicata $y = \frac{3b}{\sqrt{5}}$) verſus axem cavam eſſe, in parte CDE convexam; & puncta A, C & E eſſe puncta flexuum contrariorum, ibique curvedinem nullam eſſe; in puncto vero aliquo duobus flexibus intercepto, ut & alio quodam ultra flexum extremum E, puta in punctis B, D & F curvedinem eſſe maximam, ac proinde Curvam *a* G verſus A ordine deſcribi alterna convolutione & evolutione curvarum IKLMNOPQR *rqponmlki*. Jam ſi *b* ſenſim intelligatur minui, ac tandem evaneſcere, ut loco æquationis $aax^3 = y^5 - bby^3$, reſultet $aax^3 = y^5$, manebunt quidem radii circulorum oſculatorum in punctis A, C & E infiniti; ſed radius puncti S fiet nullus, quippe $= \sqrt{\frac{1}{10}}\, az$; quapropter cum hæc omnia puncta tum coaleſcant in unum punctum A, ſequitur, in hoc puncto radium circuli oſculatoris eſſe ſimul & o & ∞; adeoque punctum illud A eminenter in ſe continere omnes curvedines a maxima ad minimam, omnesque evolutas KLMN &c. *nmlk* in unam rectam, axem vid. Curvæ AH, coincidere. Ex quo tandem illud evincitur, quod in fig. 7. Evoluta Curvæ GA*g* proprie non ſit ſola Curva IA*i*, ſed una cum aſſumpto axe HA*b*, ita quidem, ut gignatur per convolutionem & evolutionem hoc ordine factam IAH*b*A*i*, radiusque circuli oſculatoris in extremitatibus tantum puncti A (ſi ita loqui fas eſt) nullus ſit, in parte vero intermedia infinitus.

Act. Erud. An. 1697. M. Sept. Pag. 412.

Explicationem noſtram confirmat inſuper hoc, quod circulus ſuper quolibet puncto axis infiniti AH per A deſcriptus, adeoque & ipſa linea recta MN, ob axem AH curvæ in A perpendicularem, curvam ibidem tangit, eandemque ob flexum contrarium ſimul ſecat; quod cum nemine nunc refragante ſignum habeatur oſculi, ſequitur infinitos hos circulos curvam in A oſculari, omnesque proin curvedinis gradus eminenter in hoc puncto contineri. Id quod hac vice oſtendendum ſuſcepi, ad aſſertionem meam olim editam cum Illuſtriſſimi Dn. Marchionis obſervatis utcunque conciliandam. Habui quidem hanc ſpeculationem jam dudum, ſed neglecta jacuit, jacuiſſetque diutius, niſi animadverſionem Viri perilluſtris nuperrime in Supplem. Tom. III. Sect. II. p. 78. *Edit. Act.* ex Commentariis Mathematico-Phyſicis Pariſienſibus recenſitam, atque etiam in ejus Analyſi Infinite-parvorum p. 79. publicatam vidiſſem.

JAC.

Act. Erud.
An. 1697.
M. Sept.
Pag. 413.

JAC. BERNOULLI

Addenda ad conſtructionem Problematis Beauniani, in Actis his menſ. Jul. 1696, exhibitam.

Dixi tum, quod ſi Curva data AC (vid. ibid. Tab. III, fig. 1) ſit ex genere Paraboloidum, denotante v æquationis $ady = ydx.\ x^v dx$, numerum quemcunque integrum & poſitivum, Curva quæſita ED obtineri poteſt absque quadraturis per ſolam Logarithmicam; ſed non adjeci, Curvam hanc omnino quoque poſſe eſſe Algebraicam. Itaque nunc dico amplius:

1. Quod eo caſu ſemper duæ ſatisfaciunt Curvæ, Mechanica & Algebraica.

2. Idque non tantum cum Curva AC eſt ex numero Paraboloidum, ſed etiam quotiescunque talis, ut ejus applicata BC exprimatur per quotlibet poteſtates integras & poſitivas ipſius x, hoc eſt, ſi terminus $x^v dx$ quotcunque membris conſtiterit; veluti ſi ſit $ady = ydx.\ x^1 dx.\ x^2 dx.\ x^v dx.$ &c.

3. Quod Algebraica ejusdem perpetuo gradus futura eſt cum data AC.

4. Hinc ſi AC recta eſt, angulum conſtituens cum axe AB, ſeu $v = 1$, & ED recta eſſe poterit (quod jam olim etiam, cum Problema Beaunianum inter nos reviviſceret, animadverſum mihi fuit) Si AC eſt Parabola communis, ipſa ED quoque talis erit; ſed ſi AC eſt Parabola Cubica, erit ſaltem ED una ex Curvis ſecundi generis &c.

5. Quod dictum de Æquatione $ady = ydx.\ x^v dx$, idem quoque intelligendum de Æquationibus differentio-differentialibus, $aaddy = ydx^2.\ x^v dx^2$; $a^3 dddy = ydx^3.\ x^v dx^3$, aliisque altiorum graduum in infinitum, quibus ſingulis (ſumptis dx æqualibus) in caſu exponentis v integri & poſitivi, Tranſcendentes pariter & Algebraicæ Curvæ ſatisfacere poſſunt.

Unicum exemplum eſto loco omnium: Sit Curva data AC vel IC (ibid. fig. 2 vel 3) cujus applicata BC $= x^3 : aa - 3xx : a + bx : a$, hoc eſt, ſit Æquatio conſtruenda $ady = ydx - x^3 dx : aa + 3xxdx : a - bxdx : a$. Dico, ſi in recta infinita BG, ſeu ex G puncto Logarithmicæ, ſeu ex B puncto tantum axis, abſcindatur ſurſum quantitas Algebraica $x^3 : aa + bx : a + b$, fore, ut obtineatur utrovis modo punctum in optata Curva ED, quæ propterea priori caſu Tranſcendens fiet, poſteriori Algebraica, & ejusdem generis cum data AC vel IC.

Ex quibus omnibus, neſcio an obſervatis hactenus, præclare

Digitized by Google

re confirmatur ejus veritas, quod ad Problemata Groningani Programmatis nuperrime notavi, fieri ſcil. poſſe, ut una eademque æquatio differentialis differentes numero graduque curvas deſignet; hic enim exempla produxi infinitarum talium, quæ Curvis etiam toto genere diverſis quadrant. Act. Erud. An. 1697. M. Sept. Pag. 414.

DE MAGNIS LENTIBUS SEU VITRIS CAUSTICIS,

Quorum diameter trium quatuorve pedum, necnon eorundem uſu & effectu plene & perſpicue indicato,

per D. T.

CUM ſæpe multumque petitum a me fuerit, ut de lentibus illis magnis, quas huc uſque fieri curavi, pleniorem explitionem ederem in publicum; nolui, quamvis varia de his jam in Actis Eruditorum ſunt expoſita, defugere hanc operam, ſed ſequentem potius paulo accuratiorem planioremque relationem indagini ulteriori curioſorum Phyſices ſcrutatorum ſubjicere conſtitui.

1. Ita exponi debet vitrum cauſticum Soli, ut radii normaliter in illud incidant; quod fieri tunc manifeſtum eſt, quando focus, ſeu imago Solis E (fig. 8) incidens in aſſerculum vitro parallelum CD, perfecte rotundam figuram habet. Quod ſi ergo ellipticam figuram referat, lens tamdiu ſurſum deorſum, aut ultro citroque, movenda eſt, donec focus perfectam rotunditatem acquirat. Hoc enim facto, ſtatim flamma in ligno ſuſcitatur, plumbum funditur, lapis ſciſſilis in vitrum abit &c. & quidem in diſtantia duodecim pedum Rhinlandicorum. Focus autem thalerum æquat magnitudine. TAB. III. Fig. 8.

2. Ut vero ad majorem adſcendat vis comburendi gradum, vitrum minus collectivum FG, majori AB, ope trium bacillorum parallelos adaptandum ita eſt in FG, ut radii per lentem majorem collecti id totum occupent, atque hoc in ſitu firmandum. Ita enim imago Solis ſeu focus in H minor quidem fit, groſſi circiter magnitudine, ſed majoris longe efficaciæ quam antea, ita ut quæ in E non funduntur, in H momento colliqueſcant.

Act.Erud. An. 1697. M. Sept. 3. His ita in ordinem redactis, ſtatumen parandum eſt congrua gaudens altitudine, & ex duabus partibus compoſitum. Prima eſt pedamentum firmiter collocandum; altera huic imponi inſerique debet, ut horizontaliter hinc inde moveri poſſit, ea circiter forma, quam refert ABDC in fig. 9. ABC in rotunditatem parum oblongam excavatur, ut vitrum majus, cujus axi incumbit in A & C, libere circa illum commoveri poſſit. Quibus comparatis, vitrum minus, quod majori ope bacillorum adfixum eſt, manu comprehendatur, atque tamdiu ſurſum deorſum, ultro citroque commoveatur, donec minus vitrum totum ſit a Sole illuminatum; quo in ſitu, ſuppoſito fulcro, vel alio quocunque modo, conſervandum eſt, & dum Sol promotus apparet, ligneum illud illuminare, quod vitrum collectivum comprehendit, ſenſim quoque convertendum & denuo eſt firmandum.

Fig. 9. Pag. 257.

4. Quo facto omnia jam ad uſum ſunt parata, poſſuntque tunc ſemper, eo præſertim tempore, quo Sol maxima vi operatur, id eſt meridiano, ſequentes præſtari effectus, etiam vitris, quæ tres ulnæ quartas partes non excedunt, tum æſtate tum hyeme, maximo quantumvis ſæviente frigore Februarii, ita tamen ut minores portiones aſſumantur materiæ quam æſtate, & major operationi mora concedatur. Et quidem

1. Lignum, quantumcunque etiam durum, imo aqua humectatum, momento flammam concipit.

2. Aqua in parvo vaſe effervefcere ſtatim incipit.

3. Metalla debitam magnitudinem & craſſitiem habere debent, alias non funduntur, id quod praxi facile addiſcere licet. Quamvis etiam requiſitam habeant magnitudinem & craſſitudinem, non tamen colliqueſiunt in momento, ſed cum totum fruſtum undique ad certum redactum eſt caloris gradum: tunc enim omnia momento ſolvuntur. Ita v. g. plumbum nimis craſſum plane non funditur; ſi vero craſſitiem habeat non nimiam quidem, ſed tamen ſatis adhuc magnam, detinendum eſt aliquandiu in foco, atque tunc quando uno in loco colliqueſcit, idem quoque in momento in reliquis fit locis. Ferrum autem oportet ut maxime ſit tenue; ita enim bractea ferrea momento excandeſcit, & parvo tempore a cono radioſo quaſi perterebratur, ut multa acquirat foramina.

4. Lateres, lapis ſciſſilis, pumex, porcellana Hollandica, asbeſtus, cujuscunque ſint magnitudinis, ſtatim igneſcunt, & facile in vitrum convertuntur.

5. Sub aqua ſulphur, colophonia, pix, & id genus alia, colliquantur. Piſces & cancri valido ſuo motu de operatione caloris

ris in ſe teſtantur. Æſtatis tempore lignum rarius, v. gr. pinea tæda ſub aqua in carbonem convertitur, exterius non tam bene animadvertendum, quam ſi lignum diſſecetur. Act. Erud. An. 1697. M. Sept. Pag. 416.

6. Si carbo durior probeque excoctus, cujus generis uſus apud fabros eſt ferrarios, (ex fornacibus enim qui deſumuntur, nimium præbent cineris, qui cum impoſita commiſcetur materia) excavetur, eique certæ materiæ imponantur, effectus omnes, quorum hactenus facta mentio, incredibiliter ſunt majores & vehementiores. Si enim

7. imponas metalla, momento colliquefiunt, & ſi focus hinc inde ita transferatur, ut in omnes incidat partes, conglobatur in ſphæram, ut monetæ cito inſtar aquæ fundi poſſint. Ferrum copioſas de ſe ſpargit ſtricturas, non ſecus ac in ferraria officina. Si quoque metalla diutius detineantur in fluore, avolant illa, quod in plumbo præſertim & ſtanno valde ſenſibiliter contingit.

8. Si fragmina minora ex lateribus, lapide ſciſſili, porcellana Chinenſi, talco &c. carboni tali imponantur, momento funduntur, & in globulos abeunt vitreos. Asbeſtus totus in pellucidum vitreum globulum convertitur.

9. Si aſſumantur charta, linteum, vegetabilia, gramen, ceſpites, & materiæ his adfines, rediganturque in cineres, horum autem, vel etiam cinerum ex fornacibus vulgaribus extractorum, portio exigua imponatur carboni, dicto citius in vitrum mutatur.

10. Nonnulla corpora carboni impoſita, ſimul atque foco admoventur, diſſiliunt, v. g. vitrum, jaſpis &c. verum quando ſenſim ad focum admoventur, ut per gradus incaleſcant, ſatis bene colliquefiunt. Si nec dum ferant illum calorem, in pulverem ſunt conterenda.

11. Si quoque corporum partes licet exiguæ fundi renuunt, probe pulveriſandæ, earumque particulæ maxime exiles aqua eluendæ ſunt, Solique exponendæ. Quod ſi autem intemeratæ adhuc maneant, ſalia ſunt addenda; ita nihil facile erit, quod huic ignis gradui reſiſtere valeat.

12. Quæ facillime ab hoc igne corripiuntur vehementerque alterantur, ſunt corpora, quæ nigra ſunt & in igne nigra manent: difficilius afficiuntur (2) quæ alba ſunt & in fuſione nigreſcunt, deinde (3) quæ nigra ſunt, & poſtea fiunt alba; (4) difficillime tandem, quæ alba ſunt & in applicatione ad focum alba manent, v.g. ſilex, creta, calx. Pag. 417.

13. Quæcunque huic admoventur igni, vel funduntur, vel in vitrum mutantur, vel in calcem vertuntur, vel in auras abeunt.

Act. Erud. An. 1697. M. Sept.

14. Metalla, porcellanæ (debitæ magnitudinis & craſſitiei, ne ipſa liqueſcat, & per gradus, ne diſſiliat, calefactæ) impoſita, omnia vitrificantur: quæ autem facile fluunt, ut plumbum, duris impoſita lapidibus aut lateribus in vitrum poſſunt redigi.

TAB. III. Fig. 10. 15. Si in vaſe recipiente magno ABC, corpora facile colliqueſcentia in igne, v.g. vegetabilia, ſulphur, antimonium, zinckum, biſmuthum carboni imponantur in C, ſolumque vitrum majus adhibeatur, poſſunt in clauſo recipiente valde curioſa experimenta tentari. Oportet autem, ut magnum ſit recipiens, quo AB ingreſſus radiorum Solarium debitæ ſit magnitudinis; alias enim calefieret nimis atque disrumperetur. Poteſt quoque aliud fieri receptaculum ita munitum, ut penetrare nihil poſſit, & introitus radiorum Solarium fiat per laminam vitream.

16. Si excavetur carbo, ut eidem poſſit imponi ſcutella cuprea tam craſſa, ut non facile igne fundatur, injiciunturque ei varia corpora, magnus quoque acquiritur caloris gradus, quia metalla, quem conceperunt, diu retinent, poſſuntque varia curioſa fieri tentamina. Ita v.g. nitri doſis legitima ſtatim volatiliſatur & avolat, ut adeo ſpiritus nitri, ope recipientis clauſi, cito præparari poſſit.

17. Valde conducit, in promptu habere varias mixturas pulverum alias præparatorum, Solaribus exponendas radiis, ne, dum Sol clariſſimus affulget, tempus hac præparatione teratur. Ita enim una hora complurima notabilia experimenta poſſunt abſolvi, præſertim ſi eligatur locus ventis non obnoxius, ne in pulverem redacta diſpergantur. Accedit, quod vis urendi his in locis quoque major eſt, cum alias venti materias calefactas valde refrigerent, atque efficiant, ut, dum refrigeſcunt, rumpantur.

18. Si magnæ corporum partes cito liquefaciendæ ſunt, redigantur in minores, quæ momento ſphærulæ fiunt, atque ex his totidem, quot focus capit, conjungantur. Hoc enim modo cito etiam colliqueſcunt, atque in tantos coeunt globos, quantos alias non ita facile efficere liceret. Idem ſi in metallis obſervetur,

Pag. 418. & parvæ quantitati jam fuſæ aliæ particulæ ſenſim ſuperaddantur, magna metalli pars in fluore detineri poteſt, v. g. argenti puri marca dimidia.

19. Si ſolidæ materiæ, quæ facile colliqueſcit, portio quamvis exigua additur alteri difficilius fluenti, hæc facile in fluorem quoque redigi poteſt.

20. Id quoque ſingulare, duo corpora, v.g. ſilicem & cretam, quæ ſeorſim perquam ægre liqueſcunt, ſi certa in doſi conjungantur, facile colliquari.

21. Si cuprum pondere duos tresve Hollandicos trientes (*duyt*) æquans

æquans conflетur, & in aquam ſtatim infundatur, incredibilem edit ſonum, qui etiam vaſa figulina ſatis valida disjicit. Quæ etiamſi perdurent, nullum tamen in ipſis cuprum reperitur, ſed totum in minutiſſima reſolutum avolavit; id quod nullo alio in metallo evenire ſolet. Act. Erud. An. 1697. M. Sept.

22. Quoniam ex metallis unum altero avolat facilius in fluore, hinc unum per alterum purgari poteſt, v. g. aurum, plumbi adminiculo, brevi tam pulchrum fit ut in cupella.

23. Quandoquidem metalla in hoc igne ſuos non amittunt colores, aliæ quædam res iis poſſunt addi taleſque colores, ut hinc oriantur gemmæ factitiæ pulcherrimæ pellucidiſſimæque.

24. Omnia alia corpora ſuos amittunt in hoc igne colores, ipſæque gemmæ ſtatim illis exuuntur, ita ut rubinus orientalis fiat omnis coloris expers.

25. Ex certis corporibus, quæ in globulos redacta diutiusque in foco detenta claritate ſemper augentur, ſi exiguam ſumas particulam, eamque in foco aliquo uſque ſiſtas, globulus exinde pulchre fit pellucidus.

26. Quædam materiæ facile funduntur, & pelluciditate cryſtallum æmulantur, ſed dum refrigeſcunt, albæ fiunt & opacæ.

27. Aliæ contra ſunt, quæ dum colliquantur, ſunt opacæ, ſed ex foco remotæ refrigeſcenteſque fiunt diaphanæ.

28. Rurſum aliæ formantur in pulchre diaphanos globulos, qui etiam dum refrigerantur tales manent, ſed aliquot diebus ſenſim pelluciditatem omnem amittunt.

29. Globuli quidam pellucidi tam duri fiunt ex certis corporibus, ut ſi in angulos ſculpantur, vitrum iis diſcindi poſſit.

30. Nonnullæ materiæ ſolidæ, ſi non adeo craſſæ ſint, perurun- tur funduntur que, ut porcellana Hollandica. Pag. 419.

31. Quando ſtannum cum plumbo in craſſiori lamina cuprea colliquatur, longe copioſior excitatur fumus, quam ſi ſingula ſeorſim fundantur, neque avolant plane, ſed ceſſante fumo remanet quid cryſtallo ſimile, ſeu materiæ, quam metallici Druſen vocant.

32. Certæ materiæ in fluore evadunt globuli maxime perſpicui, ſed qui extra focum non durant: his autem ſi admiſceantur aliæ certæ, in fluore alias nullam acquirentes pelluciditatem, plane fiunt manentque diaphani.

33. Si per magna talia vitra cauſtica Lunæ plenæ colligantur radii, magnum quidem fit luminis, non vero caloris augmentum, ita ut hinc materiæ maxime combuſtibiles nullam patiantur alterationem, ſed oculus ſine noxa ipſi foco adplicari poſſit.

34. Tandem valde curioſæ repræſentationes opticæ horum vitro-

 trorum adminiculo exhiberi poſſunt, dum objecta incredibiliter augent, effigies in picturis, ac ſi exſculptæ eſſent, repræſentant, cameram ſuppeditant obſcuram non vulgarem, atque ſi poſteriori eorum parti ſpeculum adhibeatur planum, omnia illa miranda exhibent ſpeculorum concavorum phænomena, & quidem præſtantiori ratione; ita ut v. g. imagines fere in diſtantia 6 ulnarum extra ſpeculum in aere appareant libero. Sed de his optices peritus conſulendus eſt, qui brevi tempore ea de his indicare poterit, quæ ne pluribus quidem verbis harum rerum imperitis hic poſſent exponi.

35. Quomodo tandem harum magnarum lentium ope conſtrui poſſint teleſcopia præſtantiſſima, atque hujusmodi microſcopia, quorum effectus antecellunt illos omnes, qui hucusque facti ſunt juris publici, & ſine tantæ magnitudinis vitris præſtari non potuerunt, ſuo tempore trademus, Lectorisque, ut ſperamus, ſatisfaciemus deſiderio.

M. Nov. Pag. 491.

NOVISSIMA SINICA,

Hiſtoriam noſtri temporis illuſtratura.

Edente G. G. L.

Anno 1697. in 8°. plagulis 14.

NIhil ab aliquo tempore Orbi Chriſtiano fructuoſum magis lætumque accidit, quam Religionis Divinæ libertas in ampliſſimo Sinarum Imperio ante hos quinque annos publico decreto ſtabilita. Primus, quantum quidem nobis conſtat, rei gratiſſimæ nuncium ad Europæos miſit P. *Joſephus Suarius*, Luſitanus, Soc. Jeſu Miſſionarius Sinenſis, Pekinenſisque Collegii Aulici Rector, edito libello, quo & Miſſionariorum in annuncianda per Sinam Chriſtiana Fide ſtudium, & objectas iis arduo in negotio difficultates, & felicem tandem, impetrato anno 1692, die 22 Martii ſolemni pro libertate Chriſtianiſmi edicto, conatuum eventum ſtudioſe enarravit: quem, ut fama tantæ felicitatis latius propagaretur, recudi non ita pridem, luculenta elegantiſſimaque præfatione ac opuſculis aliis auctum, ſub *Noviſſimorum Sinicorum* titulo curavit Vir illuſtris, *Gothofredus Guilielmus Leibnitius*. Equidem ſæculum jam, & quod excedit, lapſum eſt, ex quo poſt tentatum fruſtra tum a *Franciſco Xaverio* e primis Societatis Jeſu Patribus, tum ab alio-

aliorum religioſorum Ordinum Sociis nonnullis in Sinam ingreſ- Act.Erud. An. 1697. M. Nov.
ſum, utpote quo exteri omnes lege publica prohibebantur, *P. Matthæo Riccio* ejusque commilitonibus tam felicibus eſſe licuit, ut comparata ſibi Sinenſis linguæ peritia, & Proceribus nonnullis per inſignem Matheſeos & Aſtronomiæ inprimis, qua pollebant, ſcientiam conciliatis, clam ſenſimque, his conniventibus, in diverſas Sinici Imperii provincias ad ſpargendum Evangelii ſemen penetrarint, ſtationemque paſſim ac denique in ipſa Pekinenſi aula fixerint. Quorum progreſſuum hiſtoriam ex ipſis P. Riccii commentariis *P. Nicolaus Trigautius*, editis A. *1616* de Chriſtiana expeditione apud Sinas ſuſcepta ab Societate Jeſu libris V, curate deſcripſit. Aſt plurimum & augmenti & decoris naſcenti in Sinis Chriſtianiſmo *P. Joannes Adamus Schall* e Soc. itidem Jeſu addidit, qui cum jam anno *1621*, rerum adhuc potiente familia Taiminga, in Sinam perveniſſet, poſt inſecutam rerum converſionem Sinamque a Tartaris ſubjugatam, eum gratiæ locum Aſtronomica ſcientia ſua apud novum Imperatorem *Xunchium* adeptus eſt, ut ſupremus Tribunalis Mathematicæ Præſes conſtitueretur, *præſtantis & arcanæ Legis Doctor* honorifico cognomento dictus, cui adeo in proclivi fuit, *Xunchio* ſuperſtite, & promovere Evangelii curſum, & ſi quæ hic illic ſe proderent, perſecutiones auctoritate ſua comprimere. Sed ea quidem felicitas cum ipſo Xunchio extincta eſt, adminiſtratione Imperii, dum filius illius *Khambius* ea tempeſtate minor adoleſceret, ad Quatuorviros e Proceribus, eosque Jeſuitis infenſiſſimos delata: quando paſſim in Chriſtianos ſævitum fuit, Schallio ipſo in præſentiſſimum vitæ periculum adducto, plurimis actis in exilium, fide Chriſtiana ex univerſo Imperio proſcripta; tribus tantum cum Schallio, qui non multo poſt obiit, Patribus Societatis Pekini remanere juſsis. Ex quibus tamen anguſtiis emergere res Chriſtiana cœpit, ſimul ac regno maturus *Khambius* anno *1667* imperii habenas capeſſivit. Nec difficile Jeſuitis fuit, Principis ſcientiarum omnium & Mathematicarum inprimis cupidiſsimi, probata ipſi Aſtronomicarum rerum inſigni, qua inſtructi erant, peritia, graphicis etiam ac artificioſis operibus oblatis, gratiam ſibi conciliare: ut non ſolum paulo poſt *P. Ferdinandus Verbieſt* Matheſeos Tribunali fuerit præfectus, ſed tandem omnibus, ſine diſcrimine, Chriſtiana ſacra amplectendi licentia impetrata. Id quo pacto & per quas ambages perfectum fuerit; ut nulli occaſioni, qua conſulere Chriſtianæ religionis libertati & incrementis poſſent, defuerint Patres; ut Imperator iis faventiſsimus, nec ſui tamen unius auſpiciis rem publice inviſam promovere auſus, jam cum Tribunali Rituum, jam cum Imperii Comitiis, jam cum Tribunali operarum publicarum, de Chriſtianiſmo

(Pag. 492. in margin at "per inſignem"; Pag. 493. at "promovere auſus")

niſmo ſeu opprimendo, ſeu ſuſtentando firmandove egerit; ut promulgata iſthoc de negotio mandata publica fuerint, quorum aliis Chriſtiana fides prohibita plane, aliis permiſſa quidem, ſed licentia ad ſolos ex Europa advenas, indigenis excluſis, reſtricta; ut denique Imperator auctoritate ſua Tribunalium pervicaciam vicerit, cunctisque adeo, nemine excepto, ſolemni decreto permiſſum fuerit, inter Chriſtianos nomen profiteri: hæc ſunt, quæ eleganter ſatis a Suario in brevi hoc libello expoſita legi ab unoquoque merentur. Subjunguntur illi ab illuſtri Editore opuſcula alia (quæ inter & Epiſtola ad eum a viro celeberrimo P. Claudio Philippo Grimaldi S. J. perſcripta comparet) ad Sinenſem Hiſtoriam ſpectantia. Faxit modo Numen, ut ea felicitas rei Chriſtianæ ſit perpetua, nec unquam a Sinenſium Imperatoribus Edictum in eam ſatis benignum revocetur. Certe ab omni metu immunes nos non ſinit Imperatoris ipſius ad Jeſuitas apud Suarium noſtrum pag. 158. monitum: *ut ad beneficii* (non æternitatem ſed) *diuturnitatem caute eo uterentur, opus eſſe Chriſtianos imprudenti agendi modo obnoxios in officio & quietos continere*. Sicut & alterum ejuſdem monitum ibidem expendi meretur: *ut Religio Chriſtiana ſe, quantum fieri poſſit, accommodaret Imperii conſuetudinibus*.

Aliquot errata hujus Anni ſic corrige.

Pag. 290. lin. 15. *dele* &c. Pag. 291. lin. 12. poſt &c. inſeratur = (*ut ſupra oſtenſum*) $\frac{dx}{x}$, $\frac{dy}{y}$, $\frac{dz}{z}$ &c. Ibid. lin. 25. *dele dn*. Pag. 292. lin. 19. pro :: *dy. dy*, *lege* :: *dy. dx*. Pag. 305. lin. 10 primi *adx* præfigatur ſignum — Ibid. lin. 12. *pro 2dx*, *lege adx*.

EX-

Digitized by Google

EXCERPTA
EX ACTIS ERUDITORUM
LIPSIENSIBUS,
ANNI 1698.

MENSONIS ALTING DESCRIPTIO,

Secundum Antiquos, Agri Batavi & Friſii, una cum conterminis.

Sive Notitia Germaniæ inferioris cis & ultra Rhenum, qua hodie eſt in ditione VII. Fœderatorum, repræſentata Tabulis Geographicis V. & Commentario, a C. Julio Cæſare ad Juſtinianum Auguſtum.

Amſtelædami apud H. Wetſtenium, 1697. fol. Conſtat 49. plag. & 10. tabulis æneis.

BEne de republica merentur, qui non illorum modo, quæ ſua cujusque ætas fert, ſed antiquitatis etiam rationem habent. Vetera enim cognoviſſe, quis ſtatus rerum, quæ facies terrarum fuerit, non jucundum modo eſt, & mirifice delectat; ſed fructum etiam perpulchrum adfert ad rempublicam. Intereſt enim ejus mutationes noſſe, ut, quæ in pejus abierint, ad pri-

Act. Erud. An. 1698. M. Jan. Pag. 20.
Pag. 21.

priſtinam dignitatem reducantur: aut quo ſe melius nunc habet poſteritas, majori cura cuſtodiat atque conſervet. Præclarum itaque opus MENSO ALTING, Vir ampliſſimus, ſuſcepit, quum, cui quisque debet, patriæ vicem rependens, induſtria effecit, ut, quæ illius antiquitus fuerunt, ne ignorentur a poſteris. Opus quod animo complexus fuit, & nunc feliciter perfecit, ut diſtributum ornatumque eſt, quæ noſtræ partes ſunt, carptim breviterque enarramus. Germaniam Inferiorem, quæ in ditione VII. Fœderatorum eſt Ordinum, ab Julii Cæſaris ætate ad Juſtiniani uſque tempora, ut ſibi repræſentaret, quæ legit obſervavitque in Batavis & Friſiis, eorumque ſociis & conterminis nationibus fuiſſe, Geographica Tabula nobiliſſimus Auctor conſignaverat, ut conſpectus rem diſtinctiorem daret, & memoriæ rerum etiam adjumento alicui eſſet. Præſtantius vero id opus erat, quam ut privatis teneri cancellis poſſet, nec undique ab amicis, qui audiverant, expeteretur. Quorum precibus etiam id contendebatur, ut, quæ Tabella in conſpectum edidiſſet, amplioribus commentariis illuſtraret. Fecit Vir doctiſſimus, ut monitus ab amicis erat, & univerſam Tabellam retexuit, auxit, & in Cimbros uſque atque Suevos produxit, ut complecteretur utramque Germaniæ Inferioris, Veterem & Novam, cis & ultra Rhenum provinciam, quia conſtitutum erat de Batavis Friſiisque agere, quorum illi Citerioris, hi Ulterioris & Transrhenanæ portio fuerunt. Nec contentus fuit Vir induſtrius, Tabellam illam, quæ cum amicis communicata fuerat, ampliatam ita exornaſſe, niſi ſpecialiores alias adjunxiſſet, ut in univerſum quinque Tabellis, quod propoſuerat, diſtributum explicatumque exhiberet. Duabus ergo, quarum altera veterem limitem, altera ulteriora etiam, ad Albim uſque producta tradit, adjecit Tertiam, quæ Cisrhenanam ſeorſum, ad lævam medii alvei ſitam, oſtentat; addidit & Quartam Quintamque; illam, pro Batavo agro intra & extra inſulam explicando; hanc, ad Friſiorum patriam, Bructerorumque fines ordinatius proponendos. In quibus ut certiori pede tum ipſe iret, tum aliis una lumen in numeris & ſignis Ptolemaicis præferret; *Scalam* pro dimetiendis diſtantiis ad parallelos Ptolemæi ſubjecit, ejusque inſignem uſum in Commentario demonſtravit. Eſt hic ordine alphabetico ita diſpoſitus, ut ſingula, quæ in Tabulis intra conſtitutum limitem conſpiciuntur, perſpicue illuſtrentur, & quæ
Pag. 22. controverſa ſunt, ita diſputentur dilucide, ut ſuam Auctor opinionem, ſi a communi ſententia diſcedit, ubique argumentis & rationibus ſtabiliat. Ut exemplis commendemus, quæ rara & ſingularia in Commentario habentur, ex eo quædam breviter enotamus. Amiſiam Taciti cis amnem ponit in littorali tractu;

ſtu; non, ut vulgo fit, in illo loco, quo hodie ejusdem nominis Act. Erud.
urbs exiſtit nobiliſſima: amni vero Amiſio duplex oſtium, Bur- An. 1698.
chana inſula diviſum, & orientale, & occaſum verſus alterum, M. Jan.
quod Wider (*Meiter*) id eſt laxius, appelletur, diſtinctum a Vech-
ta fluvio, ex Ptolemæo vindicavit, ejusdemque portum *Marna-
manem*, qui inter Amiſium & Flevum ſitus eſt, in Unſingis oſtio
demonſtrat, quod flumen etiam Tacito reddit annali I. cap. LXX.
ſeu Viſurgi, quaſi perperam ibidem ſcripto, ſubſtituit. Ad ripam
vero ejus *Corbulonis Munimentum*, a Tacito non dubie ſignifica-
tum, quærit, & in Groninga ſua quæſitum inveniſſe certas ob
rationes exiſtimat. *Arenacum*, quod veteres laudant, ab Arnhemii
loco, ubi vulgo ponunt, reducit: & *Jubones* populum unquam
fuiſſe negat, Taciti verbis, unde unice probabantur, in dubium
ſuſpectæ lectionis devocatis. *Prætorium Agrippinæ* haud procul Lug-
duno oſtendit, tanquam prope cum Armamentario conjunctum:
& *Vada* quoque Taciti ſecus locat, quam a Cluverio factum fue-
rat. Hæc excerpſiſſe ſpecimina ſive exempla ſufficiat, unde de cæ-
teris judicare pronum erit. Adjungit tandem Germaniæ Magnæ
Ptolemaicam Tabellam, eamque quadripartitam ſecundum qua-
tuor climata, quibus hanc ſolam diſtinxit Peluſiota Geographus,
eandemque ad veram ab Æquatore diſtantiam ita correctam re-
vocavit, ut ſitum oppidorum, quæ Ptolomæus delineavit, jam
rectiorem præ ſe ferat. Expoſitionem ſubjecit ejusdem Tabulæ,
ac quatuor illorum Climatum conditionem planiſſime demon-
ſtravit, parallelis locis oſtenſis, quæ Ptolemæi in Germania op-
pidis noſtra ætate reſpondeant, verbi gratia Koinoenum in Stral-
ſundi fere, Aſtuiam in Stetini, Argeliam in Berolini locum,
ad Sprevum amnen, incidere, ex parallelis & conjecturis exi-
ſtimat. Quod ſi firma ſunt Ptolemæi nomina, recteque colloca-
ta; diligentiori meditatione excuſſioneque non indignum erit,
quod de illa locorum convenientia tradidit. Promiſit & alte-
ram partem hujus Operis, qua patriæ communis faciem, qua-
lis a Francorum ab Romano Imperio emancipatione ad uſque
Auguſtæ Suevicæ Domus excidium fuerit, expoſiturus eſt; quæ Pag. 25.
ut propediem hanc editam ſubſequatur, & vitam & otium ampliſ-
ſimo Auctori apprecamur.

Act. Erud. An. 1698. M. Jan. Pag. 48.

DOMINI MARCHIONIS HOSPITALII

Solutio Problematis propoſiti in hiſce Actis menſe Majo, A. 1697. a D. JAC. BERNOULLO, deſumpta ex Methodo *de maximis* & *minimis*.

Pag. 49. *Adduntur & aliæ Solutiones quinque, ex eadem methodo collectæ, Problematum huic affinium, nuper etiam ab altero* D. JOHAN. BERNOULLO *fratre propoſitorum, in hujus anni 1697. Ephemeridibus Gallicis num. 33. pag. 394. & ſeq.*

VIxdum rure Pariſios redieram, cum attentius expendi Solutiones *menſe Majo* in *Actis* editas Problematum a doctiſſimo Groningæ Profeſſore *Joh. Bernoullo* propoſitorum. Nec ſane diffitebor, mearum conſenſum cum illis magis eo placuiſſe mihi, quod illæ non eſſent niſi a Geometris inſignioribus exhibitæ. Hos autem inter legitur clariſſimus alter *Bernoullus* (Jac.) Baſileæ Profeſſor, qui una cum illorum problematum ſolutionibus duo nova proponit *ad promovendam* (inquit) *ſcientiam de maximis* & *minimis*, de quorum altero ſic loquitur pag. 308: *Alterius generis nec minus elegans problema foret, ſi jam porro quæreretur, quænam ex infinitis Cycloidibus (aut ſaltem circulis, parabolis, aliisve curvis) per A tranſeuntibus, ac ſuper eadem baſi AH conſtitutis, illa ſit per quam deſcendens grave minimo tempore ad datum perpendiculum ZB appellat. Qui ſpeculationem de maximis & minimis promovere volet, tentabit; nobis ſufficiat propoſuiſſe.* Altero deinde problemate præmiſſo, ſic de ipſo Fratre loquens ait: *Huic ne detrectare poſſit, adjungimus alterum quod de infinitis cycloidibus ſupra motum fuit, majoremque cum ſuo affinitatem habet, &c.*

Porro Problema hoc adeo commendat doctiſſimus hic idem Geometra, ut licet negotiis circumquaque preſſus, ab eo ſaltem tentando abſtinere non potuerim. Itaque tentavi, nec irrito conatu, cum mentem ſubierit ſtatim Methodus, qua ad vulgarem *de maximis & minimis* id reduci poſſit & ſolvi; quod, ni fallor, omnino eſt ad Authoris ſenſum: idque gratius eo fore geometris autumo, quod hac eadem arte ſolvi quæſtiones hujuſce generis quam plurimæ poſſint.

TAB. I. Fig. 1. Sit igitur Cycloidis (cujus initium A, ſemi-circulus genitor AMC) pars aliqua AB ad verticalem ZB uſque protenſa. Tum ducta BPM ad Horizontalem AZ parallela, fiat ſemi-circulus alter AND quavis ad libitum diametro AD, quæ conſtans maneat, dum

348/A

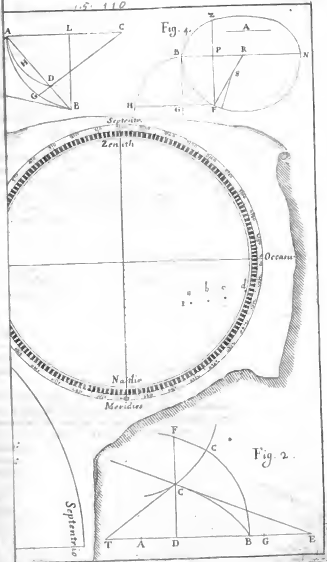


Fig. 4.
Fig. 2.
Septentr.
Zenith
Occasu
Nadir
Meridies
Septentrio

dum interea mutatur continuo diameter AC circuli genitoris AMC, ut nempe hic omnes infinitarum cycloidum AB genitores exhibere poſſit. Act. Erud. An. 1698. M. Jan. Pag. 50.

Ponantur jam indeterminatæ $AP=x$, $PM=y$, & conſtantes AZ vel $BP=a$, $AD=b$; ac proinde $AC=\frac{xx+yy}{x}$. Hinc ſi fiat AC. AD :: AP. AQ, ducaturque ordinata QN, prodibit $AQ=\frac{bxx}{xx+yy}$. Adde quod ex natura cycloidis fiat arcus AM $=a+y$; adeoque etiam ſimilis AN, quem appello $s=\frac{abx+bxy}{xx+yy}$. Ergo differentiando, duplus habebitur valor ipſius ds; primus nempe ex $\frac{abx+bxy}{xx+yy}$, ſecundus ex ipſo circulo AND: ex quo duplici valore tandem conficitur æquatio differentialis $2x^3dy-axxdx-2xxydx+ayydx-2axydy=0$, quæ dat naturam curvæ tranſeuntis per puncta M, una cum tangentibus ejus; Quod jam Problema novum eſt & eximium.

Præterea Geometrarum nemo neſcit tempus deſcenſus ex A per AB menſuram habere ab arcu AM diviſo per radicem diametri AC, hoc eſt, a quantitate $\overline{a+y}\sqrt{\frac{x}{xx+yy}}$, cujus differentialis æquata zero, juxta methodum *de maximis & minimis*, dat $2x^3dy-axxdx-xxydx+ayydx+y^3dx-2axydy=0$.

Jam quia æquatione ſuperiori definiuntur omnia puncta M reſpondentia punctis B, in quibus ſingulis ſingulæ cycloides, ex eodem initio A ſuper eadem baſi AH poſſibiles, occurrere poſſunt eidem verticali ZB; hac altera vero exprimitur, quodnam ex hiſce punctis pertineat ad cycloidem celerrimi deſcenſus: ſequitur hac utraque ſimul æquatione hanc adæquate cycloidem definiri. Quapropter ſecundam extraho a prima, reſiduamque $y^3dx+xxydx=0$ divido per $yydx+xxdx$; atque hinc prodit $y=0$, ſeu M cadere in C, vel eſſe $AC=ZB$ in cycloide quæſita celerrimi deſcenſus. Unde tandem patet ex infinitis cycloidibus AB ab initio communi A ad eandem verticalem ZB pertingentibus, quæ dimidia comprehenditur inter A & ZB, vel (quod eodem recidit) cujus ſemi-circumferentia circularis genitrix AMC æquatur rectæ Pag. 51. datæ AZ, eam ipſam eſſe per quam grave deſcendens ab A, minimo tempore ad datum perpendiculum ZB appellat. *Quod erat inveniendum.*

Act. Erud. An. 1698. M. Januar.

ADDITIO.

AD confirmationem ejus quod ſuperius dictum fuit: eadem arte, qua Problema præcedens, plurimas ejusdem generis quæſtiones ad methodum communem *de maximis & minimis* poſſe reduci & inde ſolvi; novas hic addere juvat ſolutiones Problematum illi affinium nuperrime propoſitorum ab altero pariter doctiſſimo fratre *Joh. Bernoullo* in *Ephemeridibus Gallicis hujus* (1697) *anni pag.* 394. Sex ibi propoſuit, e quibus illico jam quinque ſolvi: ſcilicet

Tab. I. Fig. 2. 1. Data Curva CC tali, ut deſcripta quavis Ellipſi BC dati axis, cum ordinata communi CD, ſegmentum BCD ſit ubique conſtans & æquale ſpatio dato: primum exquiritur ratio ducendi tangentes ejus.

Data Ellipſium diametro deſcribatur circularis arcus BCF, cujus centrum A, quique occurrat in F ordinatæ DC; tum fiat DC. AG :: BCD. $\overline{DF}^2$ Dein aſſumpta DT tertia proportionali ad GD & DF, ducatur CT: Hæc tangens erit quæſita ad datum punctum C Curvæ datæ CC.

2. Ex hac conſtructione ſequitur æquatio differentialis curvæ CC, & inde valor ipſius $= \frac{dx}{dy}$, qui ſi fiat $= \frac{y}{x}$, nova prodibit æquatio Curvæ geometricæ qua ſecabitur data CC, in eo e ſuis puncto quod omnium minime diſtat a puncto B.

3. Data Curva CC indolis ejus, ut deſcripta quavis parabola BC, axe BA & vertice B, arcus BC ſit ubique conſtans & æqualis lineæ datæ: exigitur tangens ejus CT, ex quovis puncto in ea dato C.

Ducta parabolæ tangente CE, ſi fiat CE—BC. BC :: BD. BT. erit CT tangens ipſa quæſita.

4. Eadem arte qua ſuperius (*art.* 2.) hujus natura Curvæ invenietur una cum ejus puncto C, cui proximum eſt punctum datum B.

Fig. 3. 5. Sit recta AC poſitione data, quæ Parabolas omnes iisdem axe BA & vertice B deſcriptas ſecet in C: Quæritur minimus arcuum BC.

Pag. 52. Ut generalius longe fiat hoc Problema, loco rectæ pono curvam quamvis, ſive geometricam, ſive tranſcendentem AC. Jam ſit ex infinitis Parabolis aliqua BEC, cujus ad libitum ſit parameter conſtans $= a$; ex quolibet puncto C lineæ datæ AC ducatur CD perpendicularis ad AB, quæ parabolæ conſtanti BEC occurrat in E; dein facto $\overline{CD}^2 . \overline{DE}^2$ :: BD. BF. ductaque ordinata FG, ſi

in

Digitized by Google

in CD producta ſumatur DH æqualis arcui BG, fiet curva BHO pendens a rectificatione parabolæ. Tandem ordinatis DH curvæ PQ poſitis $= z$, BD$= x$, CD$= y$, ſi fiat æquatio Act. Erud. An. 1697. M. Jan.

$$z = \frac{\overline{axydx - axxdy}\,\sqrt{yy + 4xx}}{y^3 dx - 2xyydy}$$ in qua ſi ſubſtituatur valor dy

notus ex natura curvæ datæ AC, fluet inde valor ipſius z, ſolis x, y, & conſtantibus expreſſus, cujus ope deſcribetur curva PQ eo in puncto H ſecans alteram BH, quod ducta HDC perpendiculari ad AB, definiet arcum omnium minimum BC. *Quod erat inveniendum*.

Advertendum, curvam hanc ultimam fore geometricam aut tranſcendentem, prout AC geometrica fuerit aut tranſcendens.

His autem quinque articulis continentur ſolutiones Problematum 2, 3, 4, 5, 6, D. *Joh. Bernoulli*, quæ cum ex eadem arte pendeant e qua ſuperius D. *Jac. Bernoulli* fratris ejus de cycloidibus infinitis, non eſt quod in earum Analyſi repetenda diutius immorer, præſertim ne quid ſuo Marte conficiendi voluptatem tyronibus adimam.

JOH. BERNOULLII
PROFESSORIS GRONINGENSIS,

Solutio Problematum, quæ JACOBUS BERNOULLIUS, *Profeſſor Baſileenſis, in Act. Erud.* 1697, *menſe Majo pag.* 309 *ſeq. frater fratri propoſuit, excerpta ex Diario Eruditorum Gallico* 12 *Dec.* 1797, *pag.* 458 *ſeq.*

CUM *Pappus lib. V. Prop.* 10. *Collect. Mathem.* optime demonſtraverit, circulum inter omnes figuras iſoperimetras eſſe capaciſſimum, in hac probanda propoſitione non immorabor, ſed ad rem ipſam veniam. Prima quæſtio hæc eſt: *Ex omnibus curvis iſoperimetris, ſuper axe determinato BN conſtitutis, quæritur illa BFN, quæ non ipſa quidem maximum comprehendit ſpatium, ſed facit, ut aliud, curva BZN comprehenſum, ſit maximum, prolongata applicata FP ita, ut PZ ſit in ratione quavis multiplicata, vel ſubmultiplicata, applicatæ PF, aut arcus BF; hoc eſt, quæ ſit quotacunque proportionalis ad datam A & applicatam PF, aut arcum BF.* Senſus hujus quæſtionis eſt, ut *determinetur cur-* TAB. I. Fig. 4. Pag. 53.

va

va BFN, inter infinitas alias ejuſdem cum illa longitudinis, cujus applicatæ PF aut arcus BF ſi eleventur ad poteſtatem datam & expreſſam per alias applicatas PZ, efficiant maximum ſpatium.

Quamvis plures mihi ſuppetant hujus problematis ſolutiones, hic tamen ſimpliciſſimam dabo, quæ ſufficit. Sit exponens poteſtatis n, recta arbitraria a; PF aut BG, x; BP aut GF, y; ſumatur GF aut $y = \int \frac{x^n dx}{\sqrt{a^{2n} - x^{2n}}}$, dico punctum F fore ad curvam quæſitam, ita ut faciendo PZ in ratione poteſtatis n applicatæ PF, ſpatium BZN ſit maximum ex illis, quæ ita formari poſſent per alias curvas, conſtitutas ſuper BN, & ejusdem longitudinis cum BFN.

Hinc manifeſtum eſt, ſi n ſit $= 1$, curvam BFN fore circuli ſemicircunferentiam: nam y aut $\int \frac{x^n dx}{\sqrt{a^{2n} - x^{2n}}}$ evadit $= \int \frac{x dx}{\sqrt{aa - xx}} = a - \sqrt{aa - xx}$. Id quod ita plane evenire debet, cum curva BZN hoc in caſu eadem ſit cum BFN. Si fiat $n = 2$ hoc eſt, PZ ut quadrata PF, curva BFN illa eſt quam repræſentat linteum a liquore preſſum, & cujus curvaturam frater quoque tribuit ſuæ Elaſticæ. Si $n = \frac{1}{2}$, hoc eſt, ſi PZ ſunt in ratione ſubduplicata linearum PF, erit tunc BFN cyclois ordinaria, quæ nova eſt & pulcherrima hujus famoſæ Curvæ proprietas. Cæterum generaliter moneo, quotiescunque n eſt fractio, cujus numerator eſt unitas & denominator numerus par quicunque, Curvam BFN ſemper conſtrui poſſe per circuli quadraturam; & ſi denominator eſt numerus impar quicunque, Curvam BFN plane eſſe Algebraicam. Ex.gr. ſi $n = \frac{1}{3}$, aut ſi PZ eſt in ratione ſubtriplicata lineæ PF, erit $y = 2a^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{1}{3}} \sqrt{a^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{2}{3}}}$, Æquatio Curvæ quæſitæ.

Antequam vero pergam ulterius, non præter rem erit, dare hic ſolutionem infinitis modis generaliorem quam id problema requirit, ſupponendo quod PZ, quæ antea tantum fuit ut potentia data PF, jam ſit compoſita pro lubitu ex PF & datis: ut ſi quis deſcripta Curva data quacunque BH ſuper axe BG parallelo PF, applicataque PZ = GH velit, ut ſpatium BZN ſit maximum; dico ad conſtruendam curvam BFN, ſumendam eſſe GF aut $y = \int \frac{b dx}{\sqrt{aa - bb}}$. Voco autem b applicatas GH.

Pag. 54.

Quod attinet ad arcum BF, qui alteram problematis partem conſtituit,

Digitized by Google

ſtituit, ſi vel maxime PZ aut GH eſſet non ſolum ut poteſtas data arcus BF; ſed etiam compoſita pro lubitu ex illo arcu & datis, ſemper haberi poteſt, Æquationem differentialem, ſi non primi, ſaltem altioris cujuſdam gradus, determinantem naturam curvæ BFN. Non poſſum præterire ſilentio pulcherrimam proprietatem, quam inveni in noſtra Curva generaliter conſiderata; quod ſcilicet radius FS evolutæ aut circuli oſculantis, ſit ſemper ad partem FR comprehenſam inter curvam & ejus baſin, ut ſubtangens curvæ BH eſt ad abſciſſam BG. Unde efficitur, in caſu ſimplici, qui mihi fuit propoſitus, quando PZ aut $GH = x^n$, ſemper fore FS & FR in ratione conſtanti, nimirum FS. FR :: 1, n. Notandum quoque eſt, in eadem Curva, ubi $\int x^m\, dy$ eſt aliquod maximum, fore $\int \frac{dt}{x^m}$ aliquod minimum, ſumendo dt pro Curvæ elemento. Unde conſequitur, quod Curva BFN, poſito $m = \frac{1}{2}$ neceſſario ſit, uti ſupra jam notavimus, eadem cum Curva celerrimi deſcenſus, quia in hac $\int \frac{dt}{\sqrt{x}}$ eſt aliquod minimum, per ejus naturam. Sed ſatis de hoc primo Problemate. Act. Erud. An. 1698. M. Jan.

Alterum in eo conſiſtit, ut *determinetur Cycloïs, quæ ex omnibus illis, quæ poſſunt deſcribi ex eadem origine, & ſuper eadem linea horizontali, hanc habeat proprietatem, ut ejus pars comprehenſa inter originem & verticalem datam percurratur a mobili minimo tempore poſſibili, hoc eſt, minori tempore, quam alia quævis aliarum Cycloidum, pariter comprehenſa inter originem & verticalem datam*. Ad quod tribus quaſi verbis reſponderi poteſt: *Cycloidem deſcriptam a circulo, cujus circumferentia eſt æqualis duplo diſtantiæ inter originem & verticalem datam, quæſtioni ſatisfacere*. Si loco verticalis ſupponatur linea recta quæcunque poſitione data, imo linea quædam curva, problema hinc non evadet difficilius, cum ex natura meæ ſynchronæ manifeſtum ſit, cycloidem quæſitam ſemper illam eſſe, quæ concurrit ad angulum rectum cum linea poſitione data. Ut vero circulus ejus genitor jam repræſentetur, deſcribendus eſt circulus tangens horizontalem in puncto, ubi ſecatur a recta poſitione data, efficiendumque deinceps, ut ſicuti arcus circuli reſectus ex parte originis cycloidum per lineam poſitione datam eſt ad ſuam diametrum, ita pars horizontalis interceptæ inter originem & interſectionem, ſit ad quartam. Erit enim hæc quarta, diameter circuli genitoris Cycloidis quæſitæ. Pag. 55.

Cæterum cum aliam quoque invenerim ſolutionem hujus poſterioris problematis, quæ porrigitur non ad Cycloides tan-

 tum, ſed alias quaſcunque Curvas ſimiles & ſimiliter poſitas, non invitus & hanc cum publico communicabo. Problema ipſum ita generaliter propono: *Sint AGB, AHD &c. Curvæ datæ ſimiles & ſimiliter poſitæ, GC recta poſitione data, quæritur per quamnam ex his curvis corpus grave incipiens deſcendere ab earum origine communi A, breviſſimo tempore perveniat ad rectam datam GC.*

Solut. Aſſumatur aliqua ex curvis ſimilibus ut conſtans, verbi gratia AGB, voceturque ordinata BL, y; curva AGB, z; deinde ducatur ad quodlibet punctum B tangens BR, quæ ſumatur $= \frac{1}{2}\sqrt{y}\int\frac{dz}{\sqrt{y}}$, ita ut extremitates R omnium illarum tangentium deſcribant Curvam novam AOR; qua deſcripta ducatur recta AR parallela GC; ex puncto autem R, ubi ſecat Curvam AOR, ducatur recta RB, quæ tangat Curvam AGB in puncto B, a quo ſi extendatur recta AB ſecans GC in D, & fiat ſuper AD curva AHD ſimilis Curvæ AGB, dico Curvam AHD fore illam, per quam corpus deſcendens veniet citiſſime ad rectam GC. Quibusdam in caſibus particularibus problema evadit valde facile, exempli gratia, ſi Curvæ AGB, AHD &c. ſunt circuli, conſtructio facile abſolvitur per Curvam quam *Frater* meus alias comparabat complicatæ in nodum faſciæ (*à un nœud de ruban*) quaque uſi ſumus ad conſtructionem Iſochronæ paracentricæ Domini *Leibnitii*: ita ut hæc duo Problemata a ſe invicem dependeant; hoc eſt, unius conſtructione inventa, alterius quoque habeatur. Si AGB, AHD, &c. ſunt Parabolæ, Problema quoque reducitur ad rectificationem Curvæ. Suppoſui Curvas AGB, AHD &c. eſſe ſimiles, nihilominus tamen mihi ſuppetit methodus pro illis, quando tales non ſunt. Quandoquidem vero nondum mihi ſatis fuit otii ad eandem expoliendam, & conſtructio valde evadit implicata in exemplo ſimplici curvarum diſſimilium, licet ſint tantum ellipſes conſtitutæ ſuper axe communi; eandem in aliam occaſionem reſervabo.

Tab. I. Fig. 5.

Pag. 56.

OBSER-

Digitized by Google

OBSERVATIO MERCURII SUB SOLE, Noribergæ, an. 1697, die 24. Octob. ſt. vet. inſtituta a Dn. JOHANNE PHILIPPO WURZELBAUR.

Act. Erud. An. 1698. M. Febr. Pag. 86.

Excerpta ex ejusdem Epiſtola ad . . . .

HOra oſcillatorii VII. 15′. 30″. limbus Solis ſuperior ab horizonte noſtro prorupit, Sole trans vapores ſpiſſiuſculos tanta luminis hebetudine conſpicuo, ut umbella Mercurii diſcerni inde prius nequiret, quam ſuperatis poſt horæ trientem vaporibus. Tunc enim hora oſcillatorii VII, 36″, diſcus Solis trans tubos, quibus ante ſeptennium in conſimili obſervatione uſus fui (unum $5\frac{1}{2}$, alterum quatuor pedum; hunc tribus, illum duabus lentibus armatum, utrumque non ultimæ notæ) affluens Mercurium primum prodidit. Erat hic puſillo globulo uno fere gradu ultra diametrum horizontalem ad lævam elevatus, diſtabatque ſeſquidigito fere a limbo meridionali; quem primitus apparentem ſitum tamen, ductu poſteriorum ad limbum uſque Solis deſignatorum ſituum, in ſimili a limbo diſtantia infra diametrum horizontalem referendum cenſuimus. Comparebat autem pluſquam dimidia parte exilior ac ante ſeptennium, paulo tamen ſolidior, nec tum omnino rotundus: inferne nigricantior; circa medium umbra lumini ſenſim commixta, ſuperne autem lumine, lumen diſci Solaris ſi non ſuperante, diverſo tamen imbutus. Inde obliquo & incurvato aliquantulum tramite paulatim aſcendens, horæ unius & $11\frac{1}{2}$ minutorum ſpatio, ad limbum Solis meridionalem, & ejusdem ab horizontali diametro numeratos gradus $16\frac{1}{2}$ (quod punctum limbi, diligenter attento Verticali, accurate notavimus) appulit, ibidemque contraria ac ante ſeptennium ratione, figuram genuinam protinus amittens, inſtar fili attenuatus, hinc inde nutando, H. 8. 47′. 36″. diſcum Solarem omnino deſeruit. Reliqua obſervationis momenta, præter figuram prototypo conformem, adjecta tabella uberius exhibet.

Pag. 87.

TAB. II. Fig. 1.

23. Oct. p.m. H.	′ ″		° ′ ″
2.	59. 0	altitudo Solis verſus occaſum — —	14. 30. 0
3.	17. 30	altitudo Solis — — —	12. 26. 0
5.	46. 0	culminat Saturnus — — —	20. 17. 10
24. Oct. a.m.			
5.	47. 30	altitudo Procyonis verſus occaſum	44. 57. 0
6.	4. 35	altitudo ejusdem — —	43. 51. 0
	15. 15	altitudo hum. ſeq. Orionis verſ. occid.	32. 5. 0
	23. 30	altitudo ejusdem — —	31. 3. 0
	29. 15	altitudo ejusdem — —	30. 8. 0
	36. 40	altitudo ejusdem — —	29. 5. 0
7.	15. 30	limbus Solis ſuperior oritur horizonti noſtro circa Azimuth 65° a meridie.	
	19. 30	limbus Solis inferior nobis oritur.	
	39. 0	Mercurius in Sole primum apparet circa num. 1.	
	39. 0	Idem ad num. 2.	
	41. 30	— — — 3.	
	45. 25	— — — 4.	
	53. 0	— — — 5.	
	56. 0	— — — 6.	
	59. 0	— — — 7.	
8.	1. 20	— — — 8.	
	5. 43	— — — 9.	
	18. 30	— — — 10.	
	28. 15	— — — 11.	
	34. 30	— — — 12.	
	42. 7	— — — 13.	
	45. 34	tangit limbum Solis meridionalem.	
	47. 36	— inſtar fili attenuatus egreditur & diſparet.	
	57. 44	altitudo Solis verſus ortum —	13. 35. 0
9.	7. 0	— — — —	14. 37. 0
	14. 0	— — — —	15. 28. 0
	20. 56	— — — —	16. 10. 0
	28. 50	— — — —	17. 0. 0
	33. 50	— — — —	17. 30. 0
	45. 38	— — — —	18. 40. 0
	55. 0	— — — —	19. 28. 0
10.	1. 15	— — — —	20. 0. 0
12.	2. 0	altitudo meridiana Solis Quad. M.	25. 10. 50

Pag. 88.

Ex

Digitized by Google

Ex Solis & ſtellarum altitudinibus iſtis, circa annotata momenta Quadrante duorum pedum orichalceo azimuthali, nova regula inſtructo, captis colligo, horologia mea oſcillatoria a meridie præcedentis diei 23 Octobris ad meridiem diei vigeſimiquarti, cum revolutione ac motu Solis diurno æqualitate exacta proceſſiſſe; ſed die præcedenti, ob interruptam adventu amici obſervationem meridianam, 2′ tempore vero promotius directa fuiſſe. Singulis proinde conſignatis oſcillatorii momentis, minuta prima duo pro correctione demenda erunt. Atque inde pro inſtituto noſtro tanquam potiſſima eligimus, apparitionis primæ & diſparitionis egredientis e Sole Mercurii momenta, iisdemque ex Tabulis noſtris & deductione trigonometrica conveniunt:

Act. Erud. An. 1698. M. Febr.

Pag. 89.

	H. ′ ″	H ′ ″
	7. 34. 0	8. 45. 36
Locus ☉ M.	11. 35. 24	11. 38. 24
Aſc. Recta	219. 8. 36	219. 11. 33
Gr. Æqu. culm.	152. 38. 26	170. 35. 33
Gr. Æqu. oriens	242. 38. 36	260. 35. 33
Gr. Ecl. oriens	15. 0. 48	28. 0. 36
Angulus orient.	54. 41. 37	49. 6. 20

Radius porro diſci Solaris, intra quem, ad tabellam orbiculatam, pedes *6* a tubo diſtantem, Mercurium excepimus, erat partium decies milleſimarum pedis Noribergenſis 3180. In prima apparitione diſtabat Mercurius a centro Solis part. 2425, uno gradu infra diametrum horizontalem; portiuncula autem orbitæ obſervata erat part. 1130. Semidiametrum Solis ex tabula *Picardi* huic diei competentem aſſumimus 16′. 16″.

His datis ad bina iſta momenta ope trigonometriæ eruuntur tempore apparitionis primæ

		° ′ ″
Latitudo auſtralis part. 2003. in part. circuli		0. 10. 15
Longitudinis a centro diſt. in Ecliptica p. 1367. in p. circ.		0. 7. 0
Locus Solis tunc erat	♏.	11. 35. 24
Ergo locus Mercurii retrogradi in Ecliptica numer.	♏.	11. 28. 24

At ſi primitus notatum apparitionis punctum uno gradu ultra horizontalem Solis diametrum a centro p. 2320 diſtans applicemus, erit

	° ′ ″
Latitudo auſtralis p. 1870. in part. circuli	0. 9. 34

Lon-

Longit. a centro diſtantia in Eclipt. p. 1374. in p. circ.		o.	7.	2
Locus Solis tunc erat	♏.	11.	35.	24
Ergo locus Mercurii retrogradi in Ecliptica	♏.	11.	28.	22

Conſultum autem erit, ut utriusque hujus puncti deducta eouſque, donec rationem diverſitatis (ſi qua ſubſit) partium diametri Solaris veræ & per tubum projectæ rite exploravero, pro certioribus haud aſſumamus.

Tempore egreſſus Mercurii e Sole, qui rurſum ad $16\frac{1}{2}$ ab horizontali diametro gradum contigit, invenitur

		o.	′	″
Latitudo auſtralis part. 1714. in partibus circuli		o.	8.	46
Pag. 90. Longit. a centro diſtantia in Ecl. p. 2679. in p. circ.		o.	13.	42
Locus Solis tunc fuit	♏.	11.	38.	24
Ergo longit. Mercurii retrogr. in Eclipt. numerati	♏.	11.	24.	42

Ex obſervatis his, indeque deductis, nunc non tantum conjunctio Mercurii cum Sole proxima, & momentum, quo limbum Solis aggreſſus eſt, ſed & integra ejusdem ſub diſco orbita, ejusque angulus ad Eclipticam, & plura huc ſpectantia calculo ſubducenda forent: at quia exigua orbitæ obſervatæ, ad 6′ haud excurrens portiuncula his determinandis haud ſufficit; calculus etiam tabularum aſtronomicarum valde ab obſervatione diſſentit (dum latitudo obſervata decreſcens nodum & locum ejus inde deducendum retroagit, Mercuriumque ad eundem acceſſiſſe, non receſſiſſe arguit) in diſſidii iſtius cauſas, ex ſupradicta apparentiæ diverſitate forſan oriundas, inquirendum, & induciæ, intra quas repugnantia ſibi conciliari poſſint, ineundæ erunt.

Addimus tandem obſervatam Mercurii diametrum, quam ex tantilla, quæ intra diſcum obſervatorium, granum papaveris aliquantulum ſuperante apparuit, umbella deducere haud voluimus; ſed ex ea, quam in ampliore & 16 pedes a tubo diſtante diſco Solis lucido, cujus diameter $1\frac{1}{4}$ pedes, vel accuratius partes ſupra memoratas 17420 continebat, ea magnitudine, quam Schema prope ſignum Mercur. majuſculum exhibet, excepimus, partium ejusmodi 98, quæ in partibus circuli, aſſumpta ſemidiametro Solis 16′. 16″, diametrum Mercurii 11″. conſtituunt.

Atque hac vice viſa fideliter retuliſſe ſufficiat: quæ vero longe lateque (ita ſperamus) patente ſerena cœli facie, circa rariſſimum iſtud phænomenon obſervata fuerunt, pro exoptatis rerum Uranicarum & Geographicarum uſibus & incrementis, viciſſim nobis communicatum iri, etiam etiamque confidimus.

MER-

Digitized by Google

MERCURII OBSERVATIO IN SOLE,

Act. Erud. An. 1698. M. Febr.

HERVELSINGÆ, Pago ab Ulma milliari Germanico Septentrionem verſus diſtante,

habita die 24 Octobr. ſt. vet. mane, An. Chriſti 1679.

a M. JACOB. HONOLD. PASTOR. HERVELS. & MICHAELE SCHEFFELT, Ulmenſibus.

Conferatur TAB. II. Fig. 2.

TAB. II. Fig. 2. Pag. 91.

Ordo obſervationum.	Tempora ſecund. Horolog.		Altitudines		Tempora ex altitudinibus			Differentiæ.	
	Hor.	Min.	Gr.	′	Hor.	′	″	′	″
			Arcturi						
I.	6.	37	26.	58	6.	36.	6	—.	54
II.	6.	40	27.	2	6.	36.	29	3.	31
			Solis						
III. a	7.	18							
IV. b.	7.	49							
V. c.	8.	20	7.	56	8.	6.	4	13.	56
VI. d.	8.	50	11.	50	8.	35.	51	14.	9

JOHANNIS PHILIPPI WURZELBAUR,

M. Martii. Pag. 138.

URANIES NORICES BASIS.

Hoc eſt:

Inclytæ Civitatis NORIBERGÆ ſitus Geographicus, ſecundum latitudinem & longitudinem.

Noribergæ, ſumptibus Auctoris, Anno 1697. fol. Alph. 1. plagulis 4, cum figuris æneis 4.

PRæcipuum Obſervationum Aſtronomicarum, quarum ope, tanquam principii infallibilis, ſcientia hæc nobiliſſima humano generi divinitus indulta eſt, fulcrum, baſinque unicam eſſe Latitudinis locorum, ex quibus phænomenaætherea contuemur, exa-

ctam

 ctam notitiam, rerum cœleſtium conſultis adeo extra aleam poſitum eſt, ut citra hanc omnem in tam diſſita jactum inanem merito pronuncient. Quo magis commendandus nobis eſt publice clariſſimus tractatus hujus *Auctor*, quod ſolertiæ ſuæ, vigiliarumque Aſtronomicarum, non paucis abhinc annis Aſtronomiæ incremento præclare ſuſceptarum toleratarumque, primum potiſſimumque momentum eſſe voluerit, exactam ſitus civitatis Noribergæ, obſervatorii ſui ſplendidiſſimi, indaginem: quam non ſine expreſſis doctrinæ Aſtronomicæ reconditioris documentis, pro ulteriori operationum Uranicarum & Geographicarum promotione, publico nunc impertivit. Et cauſam quidem ſatis prægnantem tum exantlandi, tum evulgandi laboris hujus *Auctor* habuit, diverſas diverſorum Aſtronomorum circa Latitudinem urbis memoratæ determinationes; quarum incertitudo juſtum obſervationibus Noribergæ olim habitis pretium imminuit, ipſas etiam Atlantis Uraniburgici *Tychonis* circa reſtitutionem motus Solaris conſtitutiones, minus alicubi accuratas effecit. *pag.* 8.

Ut ergo & anteceſſorum & ſuæ aliorumque deinceps obſervationes Noricæ ſibi conſtarent, hoc eſt, cœlum & Aſtronomiam propitiam haberent, aliisque rerum cœleſtium ſcrutatoribus fide minus ancipiti probare ſe poſſent, inquiſitioni huic qua oportuit cura incubuit, & negotio iſthoc dexterrime defunctus eſt. Quanquam autem diverſitas ſententiarum, circa locorum complurium latitudines hinc inde obvia, ſcrupulum *Auctori* primitus injiceret, diſſenſusne hic librationi alicui axis mundani tranſcribendus eſſet: eodem tamen a celeberrimo Mathematicorum pari, *Hevelio* & *Sturmio* exempto, nihil porro cunctatus, manus operi cum ſumptibus & idoneis inſtrumentis ea ratione commodavit, quam in limine tractatus expoſuit. Obſervandæ autem latitudinis probatiſſimas Recentiorum rationes tenuit, obſervationes, meridianas Solis tropici, & circumpolarium ſtellarum minimæ maximæque altitudinis; quam ad leges refractionum (etiam ultra 45 altitudinis gradum, & ad uſque verticem fere, ſenſibilium) *Caſſinianas*, utut *Ricciolo* improbatas, inſuper etiam habitis *Maignani* circa incertitudinem refractionum objectionibus, exegit: ex propriis tamen experimentis, pro atmoſphæræ Noribergenſis conditione, aliquando ampliores ſtatuere adactus. Cæterum, ob certas, quas exponit rationes, lentium teleſcopicarum uſum, Anglis Galliſque Aſtronomis tantopere hodie commendatum, miſſum fecit. Aſſumpſit autem, ductu quamplurium tentaminum animadverſionumque, refractionum Solis tropici brumalis meridianam Noribergæ, paulo majorem 5′ (adeo- *Pag.* 139.

Digitized by Google

(adeoque majorem *Caſſiniana* 3'. 11"; minorem vero *Tychoniana* 6'. 30", in pari utrobique altitudine) horizontalem vero 30'. 28"; & his ſuppoſitis deinde auræ refractivæ, ſive atmoſphæræ altitudinem praxi trigonometrica deduxit unius milliaris Germanici, eamque in calculo refractionum, pro reliquis altitudinum gradibus determinandarum, adhibuit, quas peculiari hic Tabula expreſſit. Parallaxin Solis horizontalem elegit *Caſſinianam* 10". Act. Erud. An. 1698. M. Martii. *pag.* 18.

His præſtitutis, Quadrante primum bipedali altitudines ſtellæ polaris probatiſſimarum obſervationum cepit, minimam 47°. 12'; maximam 51°. 48'; unde neglecta refractione, ſuffragantibus præterea altitudinibus meridianis Solaribus annorum 1682, 83, 84, latitudinem Noribergæ 49°. 30' indeptus eſt. Quia tamen diverſis aliis obſervationibus per diverſa alia organa inſtitutis, altitudines ſtellæ polaris, illam (minorem) majorem; hanc (majorem) minorem reperit: conſilio Cel. *Hevelii*, majoribus inſtrumentis oricalceis rem aggreſſus, impedimentis etiam loci obſervationis remotis, maximam demum conſecutus eſt 51°. 47'. 35"; minimam 47°. 8'. 40"; & inde latitudinem Noribergæ 49°. 28'. 7": quam inſuper ex obſervationibus aliarum circumpolarium (humeri & pectoris Urſæ minoris) nec minorem 5", nec majorem 2", differentia utique nullis inſtrumentis certo aſſignabili; ex Solis vero altitudinibus tropicis ipſiſſimam eandem exactiſſime conſecutus eſt: *Auctore* noſtro fidem ſuam interponente, nullo ſuco temeratum obſervationum ſuarum recenſum, earumque conſenſum non caſui, ſed certæ & indubitatæ explorationi attribuendum. *pag.* 21. *pag.* 23. *p.* 24. *ſeq.* Pag. 140. *pag.* 29. *pag.* 31.

Viſum etiam eſt *Auctori* operæ pretium, ulterius in latitudinem Noribergæ a Veteribus traditam inquirere. Quo loco non tantum diſceptat, utrum Segoduno (quod *Conrado Celti* viſum) an vero Logorito, utrique inter loca Norici a *Ptolemæo* relato, cum Noribergæ ſitu conveniat: ſed & ex *Bernhardi Waltheri*, concivis olim ſui & *Regiomontani* diſcipuli, ac ſolertiſſimi ſuæ ætatis Aſtronomi, obſervationibus correctis latitudinem Noribergæ deducit 49°. 28'; ſolis 7" a ſua differentem. Coronidis porro loco ſubjungit ſtellas Noribergæ, Horizontem Boreum ſtringentes; prope verticem culminantes; & aſteriſmos circulo ſemper apparentium concluſos; longitudines demum dierum, ad ſingulos Eclipticæ gradus. *pag.* 34. *pag.* 44. *pag.* 46.

Circa longitudinem, non alia hactenus via conſultius quam per phænomena cœleſtia, Eclipſes Lunæ & præcipue Satellitum Jovialium indagandam, *Auctor* juxta cum aliis conqueritur de difficultate, ab adverſis Geographorum circa primum Meridianum ſententiis oborta; nimiaque, & nulla probabili cauſa ſubnixa quorundam licentia, qui eundem jam Heſperidum, jam Azoridum ſeu *pag.* 52.

Act.Erud. An. 1698. M.Martii. Flandricarum inſularum alicui, vario inter ſe diſſenſu, affinxerunt: ſpreta temere *Ptolemæi* auctoritate, cui locus Fortunatarum occidentaliſſimus delectus eſt. Hunc eundem *Auctor* noſter, juxta placitum Domini *La Hire*, Inſulæ Ferri, cum diſtantia a Pariſiis 20°. 25′, ex obſervationibus emerſionis primi Satellitis Jovialis, in Inſula Promontorii viridis Goerée, & Pariſiis, a mathematicis Gal-
pag. 54. lis A. 1682. menſibus Aprilis & Maii peractis, collecta attribuit; Pariſios vero inter & Noribergam, ex collatis momentis Eclipſeos Lunaris, 30 Nov. ſt. vet. anno 1685 a Dnn. *Caſſino* & *La Hire* ibi;
Pag. 141. hic vero ab *Auctore* obſervatæ, differentiam ſtatuit 8°. 5′. His porro adjungit differentias meridianorum Noribergenſis, aliorumque plus minus quadraginta locorum totius Orbis, nuperrimis famigeratiſſimorum Aſtronomorum obſervationibus celebratorum, ex dictis obſervationibus accurato calculo ſubductas. Promittit vero *Auctor* clariſſimus Rationes motus Solaris, eorumque quæ inde pendent, aut eo ſpectant, ex ſuis & *Waltheri* obſervationibus Noribergicis, obſervatis aliorum antiquis & recentibus amice reſpondentibus, Tabulis propriis concinnatas: quas ut auxiliante Deo propediem publicæ luci indulgeat, e re Aſtronomiæ fore oppido confidimus.

M. April. Pag. 183.

DE LAPIDE ANTIATI

Epiſtola ad Illuſtr. ac Rev. Dom. FRANCISCUM AQUAVIVAM &c.

Auctore FRANCISCO BLANCHINO.

Romæ, typis Antonii de Rubeis, 1698. *in* 4°. *plag*.3. *cum fig. æn.*

Antium, Campaniæ Romanæ ignobile hactenus oppidum, celebrari ſermonibus hominum cœpit, ex quo tempore hodiernus Pontifex Maximus navale ibidem non ſine ingenti ſumptu reſtituere conſtituit. Huic fini dum foſſores antiqua rudera verſarent, inciderunt forte exeunte anno ſuperiore in fragmentum marmoris, pavimento ſplendidi operis olim adhibitum, cujus ſuperficies ſuperior diligenter lævigata, ima vero & quæ ſolo adhærebat, impolita quidem ac rudis, duplici tamen ſignaculo inſignita deprehendebatur. In horum ſignaculorum, quæ plumbo lapidis lacunis olim infuſo, & altius quidem, ne ex attritu ſoli vitium caperent, impreſſa erant, altero imago Hadriani Imperatoris exhibetur, ſimilli-

Digitized by Google

millima omnino ei, quæ frequens in ejusdem numiſmatibus occurrit, cum inſcriptione, HADRIANVS AVGVSTVS: in altero ſolæ litteræ L. COC. nomen L. Coccei prodentes comparent. Eorum interpretationem cum Vir Illuſtriſſimus & Reverendiſſimus Franciſcus Aquaviva Aragonius, ex Atriæ Ducibus Archiepiſcopus Lariſſenſis, & Pontificis Cubiculo hoc tempore Præfectus, a Viro Clariſſimo ſæpiusque a nobis in Actis hiſce laudato, Franciſco Blanchino Caſparis F. Veronenſi, S. Theol. D. S. M. ad Martyr. de Urbe Canonico & Bibliothecæ Otthobonianæ Præfecto requiſiviſſet, eam hic prompto obſequio aggreſſus eſt, atque ita præſens ipſi ſubnata commentatio, ex qua pauca delibaſſe quid prohibet?

Primum vero monet, Hadrianum Principem duos præſertim ſeceſſus frequentaviſſe, Antiatem & Tiburtinum. Et de Tiburtino quidem nihil porro memorandum duxit, quod ab Athanaſio Kirchero æneis tabulis graphice delineatus jam eſſet, & a Pyrrho Ligorio luculento, ſed luci publicæ nondum expoſito, commentario illuſtratus. Antium vero oppidum jam olim Principum otio & vacationi a civilibus curis dicatum, magnificisque ac ſplendidis ædificiis exornatum fuiſſe, comprobat. Nero utique, quod Antii natus eſſet, magno ſtudio villam, Suetonio teſte, proſecutus eſt, colonia iterum deducta, portuque operis ſumptuoſiſſimi facto. Hadrianum vero in Antiati agro regiam ſuam ſtatuiſſe, qua præ cæteris Auguſtorum ſeceſſibus delectaretur, teſtem advocat Blanchinus certiſſimum, proximum nempe ab Hadriano ſcriptorem Philoſtratum, qui in Vita Apollonii Tyanei l.8. c.8. pag. 421, cum de Apollonii libello Pythagoræ ſententias ab Oraculo Trophonii comprobatas complexo dixiſſet, libellum iſtum narrat una cum Apollonii epiſtolis quibusdam, poſt mortem Apollonii ad Imperatorem Hadrianum fuiſſe delatum, & ab hoc iſta omnia in regia, quam Antii habebat, fuiſſe collocata, *quod præter cæteras Italiæ civitates Antio maxime delectaretur*. Ex quo factum etiam, ut illuc ex Ionia familiares omnes Apollonii confluxerint, & incolis oræ Antiatis permixti florentiſſimam juventutem præceptis Philoſophiæ, quæ ab Apollonio nomen conſecuta eſt, imbuerint. Hinc vero manifeſtum eſſe colligit, fragmentum hoc lapidis apud Antium nuper effoſſi pavimentum indicare ſplendidiſſimi ædificii ab Hadriano in villa iſta, quam adeo in deliciis habebat, regio cultu exſtructi. Neque minus villæ magnificentiam comprobari cenſet ex monumentis aliis longe nobilioribus, ibidem jam patrum memoria repertis & in Urbem transvectis. Nam & Apollinis ſignum, quod inter elegantiſſimas Urbis ſtatuas referri conſuevit, & in hortis Vaticanis viſitur; & celeberrimam iſtam

Pag. 184.

 gladiatoris ſtatuam, quæ in hortis Burgheſianis cuſtoditur, aliaque illius villæ ornamenta; quin & complures elegantis ſculpturæ ſtatuas, quæ hodie in ſuburbana Pamphiliorum villa ad Janiculum ſpectantur, imprimis Cybelem ſive Junonem Tyriam aut Deam Syriam leoni inſidentem, & Berenicem ſtolatam ac ſtantem, quas æneis tabulis Deſcriptio Villæ Pamphilianæ typis vulgata exhibet, e ruinis Antii egeſta fuiſſe, idoneis teſtibus confirmat. Nec ſilentio prætermittendum, quod noviſſe omnes Blanchinus aſſeverat, in fundo hortorum ſuburbanorum Pamphiliorum in Antiate colonia ſito, dum recentiſſimum opus navale a Summo Pontifice reſtitutum inchoaretur, duo ſigna paſtorum, unius lac expreſſum e vaſe porrigentis, alterius cum hœdo ludentis, fuiſſe reperta. Pag. 185. Cæterum inter cauſas alias, cur Antiatem oram Hadrianus frequentaret, & eam Auctor doctiſſimus cenſet, quod Princeps abditarum artium, divinatoriæ inprimis, aſtrologicæ & magicæ ſtudio impenſe deditus, Templum Fortunæ, quod apud Antium erat oraculis reddendis celebre, inviſendum crebro duxerit. Quibus ita expoſitis, ad alterum ex ſignaculis plumbeis, quod literas L. COC. exhibere ſupra innuimus, progreditur. Compendium nominis *Lucii Coccei* id eſſe cum nullus dubitaret, & ex Clariſſimo Raphaele Fabretto cognoviſſet, in epigraphe templi Puteolani quendam L. Cocceium Architectum memorari, diſquirit primum, idemne forte ſit cum hoc Cocceio noſter. Id quod negat tamen, cum templum Puteolanum ejusque nuncupationem ad Octavianum Auguſtum referri debere, cum omnibus fere auctoribus perſuaſiſſimum habeat, eoque palam ſit L. Cocceium templi illius architectum, cujus nomen in epigraphe ejus legi raro exemplo meruit, vitam ad Hadriani uſque tempora producere non potuiſſe. Noſtrum itaque in plumbeo ſaxi Antiatis ſignaculo adnotatum, alium putat fuiſſe, Cocceiæ tamen gentis hominem. Si vero quæratur, cur Cocceius hic, cum Principis ac ſuum nomen ad poſteros transmittere decreviſſet, utrumque tamen ita occuluerit, ut nemini niſi opere ſubverſo pateret: (ſignacula enim ſuperficiei lapidis imæ, quæ ſolum ſpectabat, impreſſa jam ſupra diximus) ejus rei non deſunt Blanchino ingenioſiſſimo conjecturæ. Primum enim Hadrianum ipſum ædificiorum plurimorum auctorem, ut decretum etiam ei in nummis elogium fuerit *Reſtitutoris Orbis Terrarum*, in appoſitione tamen ſui nominis temperantem & moderatum haberi voluiſſe obſervat; quod vel ex his Spartiani in Hadriano num. 19. verbis eluceſcat: *cum opera ubique infinita* (Hadrianus) *feciſſet, nunquam ipſe, niſi in Trajani patris templo, nomen ſuum ſcripſit.* Deinde tanto minus monet auſum eſſe architecture-

chite-

chitectum proprium exponere nomen ſuum, quod Principem a ſuo temperare noſſet; maxime quod apud antiquos parcius ille honor inſcribendi nominis artificibus etiam præſtantibus tribueretur, & Hadriano, teſte Dione, inſolitum non eſſet, excellentes artifices ex invidia tollere ac ſubvertere. Itaque Cocceium putat maluiſſe nomen ſuum ſub pavimento furtim ſaxo inſerere, Principis tamen imagine, ne, ſi forte ſaxum erueretur, fraudi id ſibi foret, adjuncta, eaque ex nummo publica Senatus auctoritate decreto petita. Atque hæc ex Epiſtola præſenti decerpta ſuffecerit. Reditura enim ſæpius eſt occaſio Blanchini mentionem faciendi, cui non ingenii tantum felicitas & doctrina haud vulgaris, ſed cumprimis inſignis Eminentiſſimi Cardinalis OTTHOBONI Bibliotheca, cui præfectus eſt, lucubrationibus id genus pluribus Literatum Orbem ditandi facultatem abunde ſubminiſtrant.

Act. Erud. An. 1698. M. April.
Pag. 186.

JAC. BERNOULLII

M. Maii. Pag. 223.

Demonſtratio ſynthetica Problematis de Infinitis Cycloidibus absque adminiculo infinite parvorum; item Conſtructio aliorum huic affinium a ſe propoſitorum M. Maio A. 1697.

CUM ſub finem anni 1696 ſolutione mea Problematis de Curva celerrimi deſcenſus, quam omnibus nunc conſtat eſſe Cycloidem, Lipſiam paranda occuparer, animum ſubiit aliud, huic quidem quoad materiam affine, ſed quoad applicationem methodi de maximis & minimis plane diverſum, quo videlicet porro quæritur, quænam ex infinitis Cycloidibus illa ſit, per quam deſcendens grave ad datam quandam poſitione lineam citiſſime pertingat. Et quoniam ex conſideratione ſimilitudinis Cycloidum ſolutioni viam patere illico videbam, indeque animadvertebam, modum operandi in omnibus aliis Curvis ſimilibus eundem exiſtere, imo non ad deſcenſum tantum celerrimum, ſed ad plurimas alias curvarum functiones applicari poſse; quemadmodum ſi quæratur ex infinitis curvis ſimilibus illa, cujus inter commune principium & datam poſitione lineam interceptus vel arcus, vel area, vel nata converſione arcus ſuperficies, aut ſpatii converſione ſolidum ſit minimum &c. conſtitui Problema non minus utile quam elegans publice proponere, ut & alii ejus contemplationi vacare, mecumque in partem ſolutionis venire poſſent.

Pag. 224.

Act. Erud. An. 1698. M. Maii. ſent. Ad imitationem itaque Fratris, qui in Programmate ſuo Problemati de Curva celerrimi deſcenſus alia minus principaliora adjunxerat, primario meo de Figuris Iſoperimetris Problemati ipſi viciſſim proponendo alterum hoc ſecundarium ſubjeci, ſed duobus tantum verbis, & in caſu duntaxat ſimpliciſſimo lineæ rectæ verticalis, nec niſi Cycloidis, Circuli, Parabolæque facta mentione, ſtudioque etiam ſuppreſſa voce curvarum *ſimilium*, tum quod perſuaſum haberem, qui in una quæſitum præſtiterit, in omnibus pariter illud præſtiturum eſſe, tum quoque ne fundamentum ſolutionis nimis aperte darem. Factum autem eſt, hoc non obſtante, ut præter Fratrem Illuſtriſſimus quoque Vir Dn. Marchio Hoſpitalius adyta problematis optime penetraret, ſolutionemque non tantum hujus, ſed & aliorum hujus occaſione a Fratre menſ. Aug. *1697.* Diarii Gallici propoſitorum nupero Actorum Januario exhiberet. Ego itaque, ne actum agam, nec tamen etiam nihil inventi mihi afferam, cum totum jure potuiſſem; illa tantum quæ ab Illuſtriſſimo Viro Fratreque meo intacta relicta ſunt, delibare breviter, ac primo quidem Problematis a me in Cycloide propoſiti demonſtrationem ſyntheticam citra adjumentum infinite parvorum, in gratiam eorum qui horum calculum vel ignorant vel improbant, exhibere animus eſt; quod faciam ſuppoſitis tantum vulgo notis Lemmatibus: 1. quod arcus circuli major ad ſinum ſuum majorem habeat rationem, quam minor ad ſuum: 2. quod tangens major ſit arcu ſuo.

Prop. Si ſuper eadem baſe horizontaliter conſtituta AR duæ conſiſtant Cycloides AFC, ABP, quarum altera AFC datum perpendiculum ZB ad angulos rectos ſecat in C, ac demittantur ſuper illis duo gravia ex communi principio A, illud quod per AFC deſcendit, Tab. III. Fig. 1. *breviori tempore ad perpendiculum appellet.* (fig. 1.)

Demonſtr. Sunto axes Cycloidum ZC, RP; ſemicirculi genitores ZLC, RTP, quorum ille radio GL in duos quadrantes ſit diviſus. Fiant AR, AZ. AH ÷÷, ducanturque rectæ HF, FDS, CI, BE, illa perpendicularis, hæ parallelæ baſi; necnon ZDI & huic parallela FM, ut ex fig. liquet: erunt AR & AZ, AZ & AH, RP & ZC, RTE & ZLD partes Cycloidum ſimiles, adeoque proportionales. Quare

1. *Hypoth. Si AR > AZ*: LD. GS < (lemm. 1.) LZ. GZ, & permutando LD. LZ < GS. GZ, componendoque DLZ. LZ < SZ. Pag. 225. GZ, ſuntis conſequentium duplis DLZ. CLZ. < SZ. CZ :: SD. CI < (lem. 2.) SD. CD; inverſe & permutatim CLZ. CD > DLZ. SD, & tandem per converſionem CLZ. DLZ < DLZ. DLZ—SD, hoc eſt ex nat. Cycloid. AZ. AM < AM. AH; unde √AZ. √AH (:: √RP.

(:: $\surd$RP. $\surd$CZ) $<$ AM (DLZ.) AH :: ETR. AZ :: ETR. CLZ. Ergo ETR : $\surd$RP $>$ CLZ : $\surd$CZ. Sunt autem hæ quantitates, ut tempora deſcenſuum per AB & per AC, demonſtrante Hugenio in Tractatu de pendulis, & nuper id quoque aſſumente Illuſtriſſimo Hoſpitalio. Tempus igitur per AB majus eſt tempore per AC. *Q. E. D.* Act. Erud. An. 1698. M. Maii.

2. *Hypoth. Si AR* $\lessdot$ *AZ* : ZM $=$ FD $=$ CD $>$ DS $=$ HM; cum igitur hoc caſu fiat AH $>$ AZ, erit AM major media Arithmetica, eoque fortius media Geometrica inter AZ & AH; unde ſtatim in ipſis terminis habetur AZ. AM $<$ AM. AH. e quo cætera deducuntur, ut prius.

Cæterum generaliter obſervabam, in omnibus ejusmodi quæſtionibus, ubi ex infinitis Curvis ſimilibus aliqua invenienda eſt, quæ functionem quampiam optime præſtet, quod duarum curvarum, quarum interſectione quæſitum determinatur, altera ſemper poſſit eſſe *Linea*, quam voco, *Functionis*, adeoque nunc Mechanica nunc Algebraica, dum altera perpetuo eſt Algebraica: quod hujus vices ipſa ſemper Recta præſtare poſſit, quo caſu altera, utut plerumque *a linea functionis* diverſa, ab ejus tamen deſcriptione dependet: quod ambæ denique datæ cuidam e curvis ſimilibus ſic adaptari queant, ut earum ordinatæ vel inter ſe ſint parallelæ, vel hujus fiant tangentes, aut perpendiculares, aut alio aliquo modo illi applicentur. Exempla ſunto:

1. *Ex infinitis Circulis per A transeuntibus & centra habentibus in horizontali AB, illum invenire, per quem deſcenſus ſit celerrimus ex puncto A ad datum perpendiculum.* (fig. 2.) TAB. III. Fig. 2.

Conſtr. Datus ſit ſemicirculus AQB diviſus in duos quadrantes ANC, BNC, in cujus circumferentia ſumpto indefinite puncto Q agantur rectæ QP, QB, quarum illa parallela eſt radio NC, hæc ipſum ſecat in T: & fiat Linea Functionis ASX, nempe talis, ut ejus ordinata PS tempus deſcenſus per AQ repræſentet, hoc modo: Super diametro circuli AB erigatur quadrans curvæ Lemniſcatæ ARB (vid. Act. Lipſ. 1694. p. 65 +, & 1695. p. 184) cujus nodus A, e quo ſubtendatur curvæ recta AR media proportionalis inter AB & 2PQ ac ſumatur PS $=$ arcui AR pro ſiniſtro, aut ARB $+$ BR pro dextro circuli quadrante. Quo facto fiat Curva Algebraica AVX, cujus applicata PV quarta ſit proportionalis ad rectas AR, AB & 2NT; hæc priorem interſecabit in puncto aliquo X, unde demiſſa in AB perpendiculari XM erit, ut AM ad AB, ſic diſtantia perpendiculi a puncto unde grave demittitur, ad diametrum circuli quæſiti. Pag. 226.

2. Po-

Act.Erud. An. 1698. M. Maii. 2. *Poſitis, quæ prius, invenire Circulum, cujus inter punctum A & datum perpendiculum interceptus arcus ſit minimus.* (fig. 2.)

Conſtr. Fiat Linea Functionis, nempe Linea Sinuum ASX, ſumpta ubique PS = arcui AQ. tum deſcribatur Curva Algebraica AVX, facta PV = NT, & ex puncto interſectionis X demittatur perpendicularis XM, eritque ut ſupra, AM ad AB, ſicut diſtantia perpendiculi a puncto A ad diametrum circuli quæſiti. Nota tamen, Problema ſimplicius quodammodo conſtrui interſectione ſolius lineæ rectæ & lineæ functionis, ſi hujus ordinatæ in tangentes datæ curvæ projiciantur. Vid. gener. conſtr. infra in ſolutione ſex Problematum fraternorum.

3. *Ex infinitis Curvis ſimilibus, & circa punctum A axemque communem AC ſimiliter conſtitutis, quarum una data ſit AB, invenire aliam AD occurrentem rectæ poſitione datæ DE in D, e quo demiſſa in axem perpendiculari DM, vel comprehenſum ſpatium ADM, vel nata converſione curvæ circa axem ſuperficies, vel natum converſione ſpatii ſolidum ſit maximum minimumve.*

Tab.III. Fig. 3. (fig. 3.)

Conſtr. Sumpto indefinite in curva data AB puncto B, ducatur tangens BG, axi perpendicularis BC, & hinc tangenti perpendicularis CL; quo facto functio primæ quæſtionis, hoc eſt ſpatium ABC dividatur per $\frac{1}{2}$ CL, functio ſecundæ ſive ſuperficies ſphæroidis geniti converſione curvæ AB per ſemicircumferentiam radii BC; functio tertiæ ſeu ſolidum ſpatii ABC rotatione effectum per rectangulum ſub dicta ſemicircumferentia & triente CL: quotienti ſemper abſcindatur ex tangente æqualis BG, erit G ad curvam quandam AGH, quam ſecet recta AG datæ rectæ DE parallela in G. Ex G ducatur GB tangens datam curvam, ſitque punctum contactus B; tum juncta AB, quæ datam DE ſecet in D, fiat curva AD ſimilis ipſi AB. Hæc erit optata.

EJUSDEM SOLUTIO
SEX PROBLEMATUM FRATERNORUM
in Ephem. Gall. 26. Aug. 1697 propoſitorum.

Probl. 1. In ſuperficie dati Conoidis vel Sphæroidis, ex.gr. Parabolici, inter duo data puncta geometrice deſcribere Lineam omnium in illa ſuperficie ſic ductarum breviſſimam. (fig. 4.)

Pag. 227. *Solutio.* Notanda primum ambiguitas in voce *geometrice*, quæ pro-

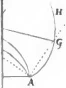
Digitized by Google

368 A

1.5.110



3.



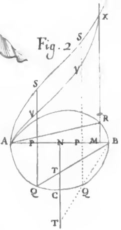
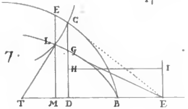


Fig. 7.



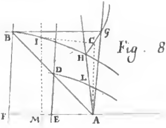


Fig. 8.

proculdubio in cauſa fuit, cur Illuſtriſſimus D. Marchio Hoſpitalius in ſolutionibus ſuis m. Januar. Actorum exhibitis hoc Problema prorſus neglexerit. Si hac voce talis conſtructio poſcatur, qua indefinite omnia puncta curvæ inveniantur per meras quantitates ordinarias ſeu algebraicas, dico, Problema in ipſo Cono Cylindroque non minus difficile imo impoſſibile, atque in cæteris Conoidibus Sphæroidibusque. Sin vero & illa conſtructio *geometrica* eſſe concedatur, in qua quantitates quoque tranſcendentes ſeu quadraturæ, quæ ipſo Cel. D. Leibinitio adſtipulante non minori jure *geometricarum* quantitatum nomine veniunt, adhibentur, Problema in omnibus pariter Conoidibus ac Sphæroidibus, æque ac in Cono Cylindrove, eſt facillimum: Eſto enim Curva quæcunque ABC, cujus tantum tangens dari concedatur, ſitque baſis ejus CD $= a$, applicata quædam arbitraria baſi parallela BG $= c$, alia indeterminata MN $= x$, tangens ME data per $x = t$; rotetur autem curva ABC circa axem AD, & gignat conoides ABCFDA, cujus polus A, meridianus ABC, æquator CF, eique parallelus per M tranſiens MH. Tum ſumto æquatoris arcu CF $= \int actdx : xx\sqrt{xx - cc}$, tranſeat per F meridianus AHF, ſecabit hic parallelum MH in puncto aliquo H curvæ cujuſdam BH, quæ talis, ut quælibet ejus portio omnium aliarum in eadem ſuperficie ductarum, & iisdem punctis interceptarum curvarum ſit breviſſima; ipſa autem longitudo curvæ BH $= \int tdx : \sqrt{xx - cc}$. Act. Erud. An. 1698. M. Maii.

Applicatio conſtructionis ad Conum. (fig. 5. & 6.) TAB. III. Fig. 5. 6.

Sit Conus ACFD factus converſione trianguli rectanguli ACD circa cathetum AD; ponatur hoc triangulum ſeorſim ſuper recta infinita GD, centroque C radio CA deſcribatur quadrans circuli KIG, & radio minori CD circulus PRQ; tum ſumto in latere coni AC puncto utcunque B, transferatur AB in CS, & ducatur SL parallela ipſi CK ſecans rectam KL ipſi CD parallelam in L, ac denique per punctum L intra aſymptotos CD, CK trajiciatur hyperbola LO; quo facto per punctum quodvis O in hyperbola acceptum duæ ducantur rectæ aſymptotis parallelæ OI, OT, quarum illa quadrantem KIG ſecet in I, hæc latus coni AC in T; arcuique quadrantis KI ex circumferentia minoris circuli PRQ, id eſt, baſis coni CF, reſecetur hinc inde æqualis arcus PR ſeu CF, qui nonnunquam totam circumferentiam excedit; ac tandem in latere coni per F tranſeunte ſumatur AH $=$ CT; eritque H punctum optatæ curvæ BH; ipſa vero BH $= \sqrt{CT^2 - CS^2}$, adeoque nequit eſſe (quod quis ſuſpicari poſſet) aliqua ſectionum conicarum, cum harum nulla rectificationem admittat: tota ve- Pag. 218.

ro curva conum ſerpentis in modum ambit, duoque coni latera a ſupremo curvæ puncto B utrinque æquidiſtantia ſibi aſymptota habet, ſubinde & unum tantum, cum curva coni ſuperficiem aliquoties exacte circumit; circumit autem ſemel, ubi latus Coni AC radii baſis DC duplum eſt, bis ubi quadruplum, ter ubi ſextuplum &c. Effici præterea poteſt facile, ut curva per duo quævis data puncta tranſeat, prout ſupremum ejus punctum B in alio aliove latere coni, propiusque vel remotius ab ejus vertice aſſumitur.

Schol. Quia conſtructio hæc requirit, ut ex circulis utcunque inæqualibus KG, PQ, æquales abſcindantur arcus KI, PR, quod ſupponit anguli ſectionem in data ratione; hæc vero generaliter nonniſi per quantitates tranſcendentes abſolvitur; conſtat, quod dixi, curvam *geometrice*, id eſt algebraice non eſſe deſcriptibilem. In ſuperficie Cylindrica puncta curvæ reperiri poſſunt continua arcus biſectione, ſed inventio omnium indefinite punctorum pariter ſectionem arcus in data ratione vel ejus rectificationem ſupponit.

Atque hæc de primo Problemate dicta ſufficiant: Cætera ſupra laudatus Vir Illuſtriſs. D. Marchio Hoſpitalius nupero Januario plene & eleganter ſoluta dedit. Sed quia obſervo, paulo generaliora a Fratre proponi potuiſſe, ea ſequentem in modum formo ac ſolvo:

Probl. 2. & 3. *Axi ET inſiſtant infinitæ curvæ BL, BF* genere *eædem, hoc eſt, quarum ordinatæ ML, MF conſtanter ſint proportionales; ſitque alia curva CL ex prioribus ſpatia auferens BLM, BCD, tum inter ſe, tum dato ſpatio æqualia. Quæritur, quæ ſit natura Curvæ CL, quæ ratio ducendi ejus tangentes, & quodnam in illa punctum alteri ubivis dato puncto proximum?* (fig.7.)

TAB.III. Fig. 7.

Sol. Eſto data ex infinitis una BL, datumque in curva CL ubivis punctum C, e quo demiſſa in axem applicata CD, quæ ſecet datam curvam in G, ducatur tangens GE; ſuper DE conſtituatur rectang. EH = ſpatio dato BCD, fiatque CH. HD :: DE. DT; juncta CT curvam CL tanget in C. Nota ratione ducendi tangentes, natura curvæ latere nequit; eſtque ſemper, quod hic ſpecialiter annoto, reducibilis ad caſum Problematis Beauniani generalius concepti menſ. Dec. 1695, adeoque, conſtruibilis per Logarithmicam, vid. m. Jul. 1696. Punctum curvæ CL proximum ipſi B quodnam ſit, generaliter oſtendit Vir perilluſtris, poteſtque nullo negotio ad aliud quodvis datum punctum accommodari.

Pag. 229.

Probl. 4. & 5. *In eadem fig. ſunto BC, BL infinitæ curvæ ſimiles ſeu* ſpecie *eædem, e quibus curva CL auferat arcus æquales BC, BL;*

quæ-

quæritur natura curvæ CL, ejus tangens in puncto C, & punctum curvæ dato cuipiam puncto proximum. (fig. 7.) Act. Erud. An. 1698. M. Maii.

Sol. Exemplum proponit Frater in parabolis. Huic ſæpe laudatus D. Marchio ita ſatisfacit, ut ducta per C parabola BC, ejuſque tangente CE, faciat CE—BC. BC :: BD. BT. Addo, ſi in hac proportione dumtaxat BD vertatur in BE, conſtructio generaliter ad omnes curvas ſimiles ſe extendet; unde & componendo ſemper erit CE. BC :: ET. BT. Quemadmodum etiam ſi curva CL talis eſſe ponatur, ut ex curvis ſimilibus areas abſcindat æquales BCD, BLM, reperitur triang. CDE. BCD :: ET. BT, quæ Theoremata obſervari merentur. De natura curvæ CL, punctoque in illa alteri cuidam proximo eadem tenenda, quæ in §. præced.

Probl. 6. Sint infinitæ Curvæ ſimiles BH, DL, circa idem punctum A ſimiliter conſtitutæ, quas trajiciant duæ rectæ poſitione datæ AH, ED, quarum altera AH tranſeat per A: quæritur arcuum ambabus rectis interceptorum maximus minimusve. (fig. 8.) TAB. III. Fig. 8.

Sol. Data ſit una curvarum ſimilium BH ſecans rectam poſitione datam AH in H, alterique poſitione datæ ED ducatur per A parallela AG. Evolvatur curva HB, principio evolutionis facto in H, & gignat curvam HG, quæ rectam AG ſecet in G; filum autem evolvens, dum deſcribit G punctum, ſit GB tangens curvam in B. Jungatur AB ſecans rectam ED in D, ac per D tranſeat portio curvæ DL ſimilis portioni BH, erit arcus DL omnium rectis AH, ED interceptorum maximus minimusve.

Coroll. Patet hinc inſignis Evolutionum uſus, nondum quod ſcio conſideratus, nempe: Si ſit Curva quævis HB, ejus evolutione deſcripta HG, filum evolvens BG, atque ex punctis H & G inflectantur rectæ HA, GA, concurrentes in quolibet puncto A, & poſteriori per B agatur parallela recta infinita BF, erit evoluta BH omnium circa idem punctum A ſimiliter deſcriptarum ac rectis AH, BF interceptarum curvarum maxima minimave. Quin & amplius, ſi accipiatur in curva HG quodvis aliud punctum C, quod filum evolvens IC dum deſcribit tangit curvam BH in I; atque ex I recta agatur IM ductæ CA parallela, erit arcus BI omnium rectis IM; BF interceptorum maximus minimusve. Pag. 230.

Digitized by Google

Act. Erud. An. 1698. M. Maii.

EJUSDEM SOLUTIO PROBLEMATIS FRATERNI in Actis m. Maii 1697. p. 307 propoſiti,

de Curva infinitas Logarithmicas ad angulos rectos ſecante.

Problema de Curva invenienda, quæ infinitas Lineas ordinatim poſitione datas tangit, jam m. Octobri 1695 ſolutum dedimus. Quæſtio hic eſt de tali, quæ datas omnes ad angulos rectos ſecet. Dependet autem Problema a methodo tangentium inverſa, ut nullam generalem ſolutionem admittat, eſtque pro varia datarum poſitione miræ diverſitatis; neque gradus vel ſpecies curvarum eſt character facilitatis vel difficultatis problematis, cum nonnunquam in algebraicis res difficulter, in tranſcendentibus contra facile ſuccedat.

Exempla promiſcue algebraicarum & tranſcendentium Curvarum, in quibus ſolutio facilis:

1. *Si eidem axi inſiſtant infinitæ Parabolæ æqualium parametrorum ſed diverſorum verticum, ſive* (quod eodem recidit) *ſi ex infinitis una ſuper plano ſuo ita protrudatur, ut ſingula ejus puncta rectas deſcribant axi parallelas*, erit Curva, quæ infinitas illas parabolas, ſeu unicam ita motam perpetuo ad angulos rectos ſecat, Logarithmica, cujus ſubtangens æquatur ſemiparametro parabolæ. Et viciſſim, ſi Logarithmica dicta ratione ſuper axe promoveatur, Curva quam continuo ad rectos ſecat angulos, eſt Parabola. Ita ſi Parabola Cubica ſuper axe propellatur, quam ad rectos ſecat, eſt Hyperbola; ſi altiores Parabolæ, ab altioribus gradatim Hyperbolis normaliter ſecantur, & viciſſim &c.

2. *Si infinitæ æqualium parametrorum Parabolæ axibus parallelis inſiſtant, & vertices habeant in linea bis axibus perpendiculari, ſive, ſi Parabola ita feratur, ut ſingula ejus puncta rectas deſcribant axi perpendiculares*, Curva quam infinitæ vel unica ſic mota normaliter interſecat, Parabola eſt cubicalis ſecundi generis, cujus latus rectum ad parabolæ parametrum eſt, ut 9 ad 16. Si alia Paraboloidea ita ferantur, aliis itidem Paraboloideis normaliter ſecantur, & viceverſa, &c.

Pag. 231. 3. *Si infinita Paraboloidea ejuſdem gradus (cujus index ſit m) ſed diverſorum laterum rectorum, circa eundem axem & verticem conſiſtant*, Curva quæ has omnes normaliter trajicit, conſtanter eſt Elli-

Ellipſis, cujus centrum in communi vertice, latus tranſverſum in axe, ejusque ratio ad latus rectum, ut 1 ad *m*. Act. Erud. An. 1698. M. Maii.

4. *Si infinitæ æqualium ſubtangentium Logarithmicæ ſuper totidem axibus parallelis conſiſtant, tranſeantque per commune punctum B; quæritur Curva eas omnes normaliter interſecans.* (fig. 9.) TAB. III. Fig. 9.

Conſtr. Eſto una earum data FB*f* cum ſuo axe AG, inque hunc demiſſa perpendiculari BA; ſumtoque quolibet in Logarithmica puncto F, agantur ad axem perpendicularis FG, tangens FL, & huic parallela BM, ac inſuper ad partes Logarithmicæ ab axe remotiores ſtatuatur in axe recta AN arbitrariæ longitudinis, major tamen ſubtangente GL: quo facto ſumatur inter duplam ſubtangentem & exceſſum, quo NG ſuperat AM, media proportionalis, eique in recta BA æqualis abſcindatur BI ſurſum deorſumve, prout punctum F ſupra infrave B aſſumtum fuerit; ac denique ex I ducatur IH parallela axi ſecansque applicatam GF in H; erit H punctum in optata Curva CHD, cui ſimiles & æquales in cæteris rectarum BA, BC ſeſe decuſſantium angulis conſtitui poſſunt. Nota, Maxima Curvæ altitudo $BD = \sqrt{2GL \text{ in } AN - GL}$. Si $GM = AN$, cadit IH in BC, fitque maxima curvæ latitudo.

5. *Quæritur denique Linea* (quod eſt exemplum ſpeciale Fratris) *quæ omnes Logarithmicas ſuper eodem axe & per idem punctum ductas ad angulos rectos ſecat.* (fig. 10.) TAB. III. Fig. 10.

Conſtructio talis: Eſto axis communis A*m*, punctum interſectionis Logarithmicarum B, earum una data FB*f*; demiſſa in axem perpendiculari BA, per punctum F utcunque acceptum in Logarithmica agantur rectæ FT, FN, ſecantes rectam BA in T & N, quarumque illa axi parallela ſit, hæc tangat Logarithmicam (prætereaque ſupra T, ſi quidem punctum N inferius ſit ipſo T, abſcindatur TN = inferiori TN) quo facto diametro AN, nempe AT + TN, deſcribatur ſemicirculus APN, cui occurrat recta FT in P; ſumtaque arbitraria quadam conſtante L, abſcindatur in BA ex puncto T recta $TR = \sqrt{\frac{1}{2}TA^2 \backsim L^2}$, & jungatur RP, (vel ſi punctum T ſuperius ſit ipſo B, deſcripto ſuper TR ſemicirculo applicetur illi prius TP, ac tum demum jungatur RP; junctæ in recta FT æquales hinc inde abſcindantur TS, TS; eruntque puncta S, S ad Curvam quandam *m*CMC*m*, quæ omnes Logarithmicas circa punctum B conſtitutas ad angulos rectos ſecabit, ut requirebatur. Nota, ſumta $TR = \sqrt{\frac{1}{2}TA^2 + L^2}$, occurret Curva axi in puncto *m*, ut ſit $Am = L$; ſed ſumta $TR = \sqrt{\frac{1}{2}TA^2 - L^2}$, tranſibit inter puncta Pag. 232.

Act.Erud. An. 1698. M. Maii. ſta A & B, nec ad axem pertinget. Maxima Curvæ latitudo BC $= \sqrt{\frac{1}{2} BA^2 \, \Omega \, L^2}$.

Atque horum omnium ſolutio facilis admodum fuit: dari autem poſſunt aliæ curvarum poſitiones, quæ Problema magis arduum reddunt, & vel in ſimplici Parabola ad caſus methodi tangentium inverſæ nondum exploratos deducunt; veluti, *ſi quæratur Curva, quæ omnes Parabolas ſuper eodem axe extructas, lateraque ſua recta reſpectivis verticum a puncto fixo diſtantiis æqualia habentes, ad rectos angulos trajicit, &c.* Cui addi poteſt & hoc: *Quæritur Curva, quæ Parabolam aut aliam datam Curvam ſuper plano ſuo circa datum punctum in orbem converſam in angulo dato ſecat;* quemadmodum conſtat, rectam ita converſam circa extremitatem ſuam in angulo recto ſecari a Circulo, in obliquo a Logarithmica ſpirali.

M. Junii. Pag. 259.

DE METHODO
Arcus Curvæ Parabolicæ inter ſe comparandi, per D. T.

CUM hoc in argumento, niſi quis genuinam ſequatur methodum, proclive ſit in magnas incidere prolixitates, hac vice oſtendam, qua ratione, eaque ſatis facili, comparatio illa inſtituenda, & qua via huc uſque in hac re progreſſus fuerim.

TAB. IV. Fig. 1. Sit ARSTV Parabola, cujus ſemilatus rectum AC, & Hyperbola CFILN, cujus aſymptotos AM; factis reliquis, quæ erudito Lectori ex ipſa figuræ inſpectione manifeſta ſunt, notum eſt (1) ſi fiat, ut AD ad AG, ita AK ad AM, ſpatia FDGI & LKMN ſemper æqualia, adeoque infinita ſpatia reperiri poſſe æqualia aſſumto FDGI; id quod methodo Cavalleriana faciliime demonſtratur. (2) Rectangulum ex AC in arcum Parabolicum RS æquari ſemper ſpatio hyperbolico FPQI. Unde efficitur, quia aſſumptis arcubus Parabolicis, RS, TV, menſuræ ſpatiorum PFIQ & WLNO inveniri, atque ex his cognitis porro ſola additione & ſubtractione ſpatiorum rectilineorum derivari poſſunt ſpatia FDGI, LKMN, æquationem hanc elici poſſe, ejusque ope, ſi ex eadem arcus RS & TV tollantur, Geometricæ determinari, quid in determinatione arcuum Parabolicorum datam ad ſe invicem rationem habentium poſſibile ſit aut impoſſibile.

Sit

Sit ergo $AB = BC = a$, $AD = b$, $AG = c$, $DF = d$, $GI = e$, $AK = f$, $AM = g$, $KL = h$, $NM = i$, $RS = x$, $TV = y$, ſitque brevitatis cauſa $2aa = kk$. & $AC = k$. *Act. Erud. An. 1698. M. Junii.*

Poſito primum, arcum RS ad TV eſſe, ut 1 ad 2, reperitur FDGI $\frac{4kx - cc + 2ce + bb - 2bd - dd + ee}{4}$, & LKMN $= \frac{8kx - gg + 2gi + ff - 2fh - hh + ii}{4}$.

Quibus poſitis æqualibus, ſtatim adparet, x tolli non poſſe, ſive dupla ſive alia quæcunque ratio aſſumatur. Id ergo cum impoſſibile ſit, ſi unum ſpatium LKMN aſſumatur, ex ſola inſpectione figuræ liquet, id multo minus eſſe poſſibile, ſi ſpatia LKMN dupla, aut in data ratione, ut r ad s aſſumantur; quoniam ſpatia WLNO continue fiunt majora. Quo perſpecto non duxi operæ pretium, id calculo experiri ulterius: ſed dudum eſt, quod hanc diſquiſitionem ſepoſui, vix illam in memoriam revocaturus, niſi nunciatum mihi fuiſſet, rem ab alio Geometrice determinatam eſſe. Cum vero certus quoque eſſem de methodi meæ univerſalitate, per quam idem indagare poſſem, quidquid alia methodo alius inveſtigarit, ad manus ſumpſi diſquiſitionem ſepoſitam, poſitisque calculis denuo reperi, veriſſimum eſse, quod olim aſserueram, abſolute impoſſibile eſse, ut inveniatur arcus Parabolicus, a vertice remotior, qui ad arcum alium vertici propiorem datam habeat rationem, ſine data Hyperbolæ Quadratura. Porro autem univerſaliter ſumens, ut r ad s, ſic figura FDGI $= \frac{4kx - cc + 2ce + bb - 2bd - dd + ee}{4}$ ad figuram LKMN $= \frac{8kx - gg + 2gi + ff - 2fh - hh + ii}{4}$ inveni $4rkx = 8skx$ & proinde $r = 2s$, ut ſublato x oriatur æquatio inter ſolas cognitas, quæ, cum nihil abſurdi contineat, indicio eſt, Geometrice rem determinari poſse. Non diffiteor, me miratum primum fuiſse, quomodo hæc cum priori mea poſitione poſsent conſiſtere: ſtatim tamen ex conſtructione, quæ facilis admodum eſt, perſpexi, arcum TV debere includere arcum RS, ſi ille hoc major ſit, aut ſi plures aſsumantur, nonnullos in unum latus, reliquos in alterum cadere debere, de quo caſu fortaſſis nunquam cogitaſsem, niſi hæc occaſio ad reiterandum data fuiſset calculum, qui ad hanc rem manu quaſi me reduxit. Non ero prolixus in his ulterius explicandis. Si enim nullus poſſit dari arcus a vertice *Pag. 260.*

tice

Act.Erud. An. 1698. M. Jan. tice remotior, qui in data ſit ratione ad illum, qui vertici propior, ut ſupraoſtenſum, neceſse eſt, ut major minorem includat. Hæc autem publice ideo commemoranda duxi, quoniam hæc via facilis admodum eſt, nec prolixum calculum requirit: unicum hoc adjiciens, methodum hanc meam particularem eſse, & ad ſolam
Pag. 261. parabolam accommodatum, ſed præſto tamen eſse mihi aliam methodum, paulo profundius latentem, & ab hac plane diverſam, cujus ope non ſolum arcus curvæ Parabolicæ, ſed quarumvis curvarum quantum equidem poſſibile eſt, comparari poſsunt; meque eandem, quam primum ea, quæ ad ipſam pertinent, ad perfectionem erunt deducta, cum publico communicaturum.

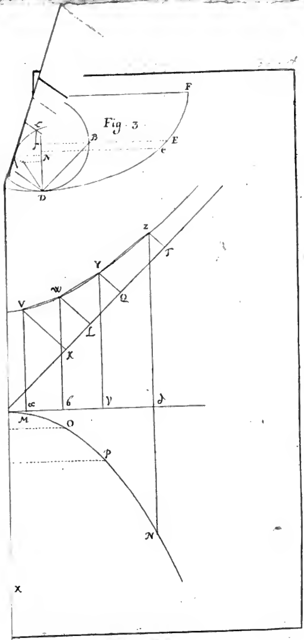
JOH. BERNOULLI

Inveſtigatio Algebraica arcuum Parabolicorum aſſignatam inter ſe rationem habentium. Demonſtratio Iſochroniſmi Deſcenſuum in Cycloide &c.

JAM diu eſt quod novimus extenſionem curvæ parabolicæ & quadraturam ſpatii hyperbolici mutuam connexionem habere; novimus etiam areas hyperbolicas inter aſymptoti applicatas ſecundum progreſſionem geometricam procedentes eſse æquales: quod pariter intelligendum de ipſis ſegmentis hyperbolicis, quibus illæ areæ a trapeziis rectilineis deficiunt, ſunt enim etiam hæc trapezia rectilinea inter ſe æqualia. Unde non difficulter ad aſſignatam aream hyperbolicam inter aſymptoti applicatas comprehenſam inveniri poteſt alia hujuſmodi area in data ratione.

Quod ſi igitur portiones curvæ parabolicæ in eadem eſsent ratione cum iſtis areis, oppido factum haberemus quod quærimus, hoc eſt a dato quovis in parabola puncto in promptu eſset ſtatim reſecare arcum, qui haberet ad alium datum rationem datam. Verum enim vero portiones curvæ parabolicæ licet generaliter dicantur per quadraturam hyperbolæ rectificari, non tamen iſtis areis inter applicatas aſymptoti proportionari poſſunt, ſed aliis areis comprehenſis inter applicatas axis conjugati: aſt hæ areæ ut alteræ illæ inter ſe æquari non poſsunt, niſi binæ tantum, & quidem ſimiliter ultra citraque axem ſumptæ, unde etiam contingit, ut impoſſibile ſit dato arcui parabolico alium æqualem ſed diſſimilem abſcindere, hoc enim ſi fieri poſset, ipſam quoque rectifi-

ctifi-


Fig. 3

Digitized by Google

Digitized by Google

ctificationem parabolæ, hyperbolæve quadraturam poſt ſe trahe- Act. Erud. ret. Hinc etiam accidit, quod etiamſi ratio data ſit inæqualitatis, An. 1698. non tamen a quovis in parabola ad lubitum aſſumto puncto reſeca- M. Junii. ri poſſit arcus quæſitus; ſed id ipſum punctum per conſtructionem demum ſit determinandum.

Ut igitur modum invenirem comparandi arcus parabolicos, in Pag. 262. ratione data quavis inæqualitatis; vidi quidem perfacile, areas illas hyperbolicas ſuper axe conjugato eſſe prius in data ratione ſumendas, ſed hoc ipſum eſt quod aliquid laboris & induſtriæ requirere videbatur. Qua tamen via Algebra duce ſola (hic enim methodus differentialis aliave infiniteſimalis nihil omnino præſtat) redditus fuerim voti compos, calculi quem inivi capita principaliora indicabo.

Eſto (fig. 2) Parabola CAN, cujus axis AX, ſemiparameter TAB. IV. AD; inque ea arcus datus BC, ad quem aſſignandus ſit alius Fig. 2. MN rationem habens datam *n* ad 1. Ducta normali RAſ, centroque A & ſemiaxe AD deſcripta hyperbola æquilatera IDZ; erit, ceu notum eſt, rectangulum ſub AD & arcu parabolico quovis BC æquale areæ ſeu trapezio hyperbolico correſpondenti HRSI; quod nimirum continetur inter applicatas axis conjugati HR, IS: hoc eſt, arcus parabolici BC, MN ſunt ut correſpondentia trapezia hyperbolica RI, αZ. Res itaque eo recidit, ut dato RI determinetur aliud αZ, quod ſe habeat ad illud ut *n* ad 1, id quod ſic efficio.

Ductis aſymptotis AG, AT & ad eas applicatis DE, HF, IG, intelligantur AK, AL, AQ, AT continue proportionales in ratione AF ad AG: palam eſt quod ductis applicatis, KV, LW, QY, TZ non ſolum trapezia hyperbolica KW, LY, QZ tam inter ſe quam ipſi trapezio hyperbolico FI ſint æqualia: ſed etiam ductis ſubtenſis IH, VW, WY, YZ, ipſa ſegmenta hyperbolica VW, WY, YZ ſint inter ſe & ipſi ſegmento IH æqualia: ideoque ſi ſumantur tot continue proportionales AK, AL &c. quot ſunt unitates in $n+1$, erit numerus ſegmentorum inter V & $Z = n$: & proinde ſumma ſegmentorum VW + WY + &c. eſt ad ſegmentum HI ut *n* ad 1. Jam vero ſi prima continue proportionalium AK ſumatur debitæ magnitudinis, ita ut demiſſis applicatis ad axem conjugatum Vα, Wβ &c. ſumma trapeziorum rectilineorum αW + βY + &c. ſeu polygonum rectilineum αVWYZſ ſit ad trapezium rectilineum RI ut *n* ad 1, (quod utique fieri poteſt, quamvis trapezia rectilinea αW, βY, &c. inter ſe non ſint æqualia; ſufficit enim quædam majora eſſe, quædam minora, ut ita per compenſationem ſimul omnia toties præciſe contineant ipſum RI, quoties *n* continet unitatem) hoc inquam ſi ita

Act. Erud. An. 1698. M. Junii. Pag. 263.

factum ſit; manifeſtum eſt aream hyperbolicam VZ$\delta\alpha$ ſeu ſummam trapeziorum hyperbolicorum αW + βY + &c. fore ad trapezium hyperbolicum RI ut n ad 1: eſt enim totum ad totum, ſeu polygonum rectilineum αVWYZδ ad trapezium rectilineum RI, ut ablatum ad ablatum, ſeu ut ſumma ſegmentorum VW + WY + YZ ad ſegmentum HI; utrobique nempe ut n ad 1: ergo etiam reliquum ad reliquum ut trapez. hyperb. αZ ad trapez. hyperb. RI, & per conſequens arcus parabolicus MN ad arcum parabolicum BC, datam habebit rationem n ad 1. Id unicum igitur intendendum eſt, ut determinetur punctum K: in hunc finem voco cognitas DE ſeu AE $= a$, AF $= b$, AG $= c$; incognitam AK $= x$; erunt AL $= \frac{cx}{b}$, AQ $= \frac{ccx}{bb}$, AT $= \frac{c^3x}{b^3}$ &c. reperietur autem $\alpha V = x\sqrt{\frac{1}{2}} + \frac{aa}{x}\sqrt{\frac{1}{2}}$, $\beta W = \frac{cx}{b}\sqrt{\frac{1}{2}} + \frac{aab}{cx}\sqrt{\frac{1}{2}}$, $Y = \frac{ccx}{bb}\sqrt{\frac{1}{2}} + \frac{aabb}{ccx}\sqrt{\frac{1}{2}}$ &c. Item $A\alpha = x\sqrt{\frac{1}{2}} - \frac{ac}{x}\sqrt{\frac{1}{2}}$, $A\beta = \frac{cx}{b}\sqrt{\frac{1}{2}} - \frac{aab}{cx}\sqrt{\frac{1}{2}}$, $A\gamma = \frac{ccx}{bb}\sqrt{\frac{1}{2}} - \frac{aabb}{ccx}\sqrt{\frac{1}{2}}$, &c. ideoque $\alpha V + \beta W = \frac{cx+bx}{b}\sqrt{\frac{1}{2}} + \frac{aac+aab}{cx}\sqrt{\frac{1}{2}}$, $\beta W + \gamma Y = \frac{ccx+bcx}{bb}\sqrt{\frac{1}{2}} + \frac{aabc+aabb}{ccx}\sqrt{\frac{1}{2}}$, &c.

multiplicatis reſpective per

$A\beta - A\alpha\ (\alpha\beta) = \frac{cx-bx}{b}\sqrt{\frac{1}{2}} + \frac{aac-aab}{cx}\sqrt{\frac{1}{2}}$, $A\gamma - A\beta\ (\beta\gamma) = \frac{ccx-bcx}{bb}\sqrt{\frac{1}{2}} + \frac{aabc-aabb}{ccx}\sqrt{\frac{1}{2}}$, &c.

provenit,

Pag. 264. $\frac{cc-bb}{2bb}xx + \frac{aacc-aabb}{bc} + \frac{cc-bb}{2ccxx}a^4 = \alpha V + \beta W$ in $\alpha\beta = 2$ trpz. rectilin. αW, $\frac{c^4-bbcc}{2b^4}xx + \frac{aacc-aabb}{bc} + \frac{bbcc-b^4}{2c^4xx}a^4 = \beta W + \gamma Y$ in $\beta\gamma = 2$ trpz. rectilin. βY, $\frac{c^6-bbc^4}{2b^6}xx + \frac{aacc-aabb}{bc} + \frac{b^4cc-b^6}{2c^6xx}a^4 = \gamma Y + \delta Z$ in $\gamma\delta = 2$ trpz. rectilin. γZ,

&c. &c. &c. &c. = &c.

c^{2n}

$$\frac{c^{2n} - bbc^{2n-2}}{2b^{2n}} + \frac{aacc - aabb}{bc} + \frac{b^{2n-2}cc - b^{2n}}{2c^{2n}xx}a^4 = $$ du- Act. Erud. An. 1698. M. Junii.

plo ultimi trpz. rectilin.

His omnibus in ſummam collectis (quod commode fieri poteſt, omnes enim primi termini, ut & omnes ultimi conſtituunt progreſſionem geometricam, cujus numerus terminorum eſt n, medii vero faciunt ſeriem æqualium) habebitur adhibendo vulgares regulas pro ſummandis progreſſionibus geometricis.

$$\frac{c^{2n} - b^{2n}}{2b^{2n}}xx + \frac{naacc - naabb}{bc} + \frac{c^{2n} - b^{2n}}{2c^{2n}xx}a^4 = 2$$ ſumm. trpz. rectil. $=$ 2 polyg. rectil. αVWYZδ: ſed multiplicando RH + SI per RS prodibit duplum trapezii rectilinei RI, $= \frac{cc - bb}{2} + \frac{aacc - aabb}{bc} + \frac{cc - bb}{2bbcc}a^4$; & ſecundum ea quæ ſupra dicta ſunt, trpz. rectil. RI eſt ad polyg. rectil. αVWYZδ, ut 1 ad n, hoc eſt $\frac{ncc - nbb}{2} + \frac{naacc - naabb}{bc} + \frac{ncc - nbb}{2bbcc}a^4$ debet æquari $\frac{c^{2n} - b^{2n}}{2b^{2n}}xx + \frac{naacc - naabb}{bc} + \frac{c^{2n} - b^{2n}a^4}{2c^{2n}xx}$ quibus reductis pervenitur ad hanc æquationem quadratam Pag. 265.

$$\frac{c^{2n}}{cc - bb}x^4 = \frac{nc^{2n}b^{2n} + na^4c^{2n-2}b^{2n-2}}{c^{2n} - b^{2n}}xx - \frac{a^4b^{2n}}{cc - bb}.$$

Sumta itaque AK $=$ radici hujus æquationis x, factoque ut b^n ad c^n ita AK ad AT, determinabunt applicatæ KV, TZ puncta V & Z, ex quibus eductæ axi parallelæ VM, ZN auferent ex parabola arcum optatum MN, qui ſcilicet ad arcum expoſitum BC rationem obtinebit datam n ad 1. Q. E. F.

Quod notatu dignum hic venit, atque mihi ad longe operoſiorem calculum ab initio animum præparanti ſupra votum tamen & expectationem ſucceſſit, eſt, quod trapezia rectilinea αW, βY, &c. formaverint tres progreſſiones indefinite ſummabiles; ſi enim aliæ prodiiſſent a geometricis diverſæ & non indefinite ſummabiles (quod facillime accidere potuiſſet, ſi pro incognita alia quævis quam AK accepta fuiſſet) problema ſane per unam

 & ge-

 & generalem æquationem pro numero indefinito n ſolvi non potuiſſet, ſed pro ſingulis numeris iisque integris & rationalibus dumtaxat, ſingulares ſemper de novo æquationes fuiſſent quærendæ, magis minusve compoſitæ pro re nata. Hoc vero incommodum opportune ſublatum eſt progreſſionibus illis geometricis; adeo ut pro numero n non ſolum numerum integrum, ſed & fractum ſurdumve quemvis ſubſtituere poſſimus in æquatione generali, quæ ideo tamen nunquam ſupra quadratam aſcendet, unde problema in omni caſu eſt planum. Suppono autem datarum b & c etiam datas eſſe poteſtates b^n & c^n quarum quidem ratio ſi n ſit numerus ſurdus, haberi non poteſt niſi mediante Logarithmica.

Dixi ſupra, non poſſe citra ipſam rectificationem parabolæ inveniri duos arcus æquales & diſſimiles. Jam dico porro, ſi ratio data 1 ad n ſit inæqualitatis, arcum majorem debere intra limites ſuos complecti minorem; ſeu extremitatem unam M majoris fore viciniorem vertici A, quam extremitatem minoris B, alteram vero majoris extremitatem N, ab eodem A remotiorem fore, quam minoris alteram extremitatem C: Id eſt, ſi intelligantur BO, CP, normales ad axem AX, cadet neceſſario arcus OP, qui utique ipſi BC eſt æqualis, totus intra MN. Quod ſi quis ſe habere putet aliam methodum, quæ aliud doceat, per quam ſcilicet arcus minor BC vel OP ſive totus ſive pro parte extra majorem caderet, ſciat ex hoc ſolo aut abſolute eam eſſe fallacem, aut inventam ſe habere quadraturam hyperbolæ, hactenus fruſtra quæſitam. Pag. 266.

Quod ſupereſt, ex iisdem fundamentis, quibus hic uſus ſum, poteſt etiam ſolvi ſequens: *Datis duobus, tribus pluribusve arcubus parabolicis diſcretis, aſſignare alium arcum continuum omnibus illis ſimul ſumtis æqualem*. Memorabile quoque eſt, quod quamvis omnis arcus parabolicus rectificationem recuſet, poſſit tamen inveniri arcus, qui datum alium arcum excedat vel ab eodem deficiat exceſſu vel defectu rectificabili. Hujusmodi alia multa omitto.

Hæc jam jam dimiſſurus accipio D. L. H. Tractatum Mechanicum A. 1695. Pariſiis impreſſum, quem aperiens fortuito incidi in propoſitionem 120, ubi demonſtrare nititur *Author* Iſochroniſmum in Cycloide ab *Hugenio* primo inventum. Poſteriora tantum hujus demonſtrationis verba legens vidi eum concludere, tempus deſcenſus per Cycloidem eſſe duplum temporis deſcenſus per Diametrum verticalem circuli generatoris; hoc autem cum abſolute falſum ſcirem (ipſo quippe *Hugenio* jam demonſtrante, tempus per Cycloidem ſeſe habere ad tempus per Diametrum, in ratio-

ratione ſemicircumferentiæ circuli ad Diametrum) animum inceſſit, explorare unde gravis iſte error originem traxerit. Act. Erud. An. 1698. M. Junii.

Hanc itaque ut detegerem, demonſtrationem memoratam (quam alias, quod de propoſitionis veritate diu ante perſuaſus eſſem, forſan nunquam legiſſem) legere cœpi, ſed ulterius progredi non erat neceſſe, quod in ipſo ſtatim limine deprehendi anguem in herba non latentem ſed patentem. Concludit enim poſitis quotcunque & quibuscunque analogiis $a.b :: c.d \mid m.n :: p.q \mid r.s :: t.u$ fore aggregatum omnium primarum $a+m+r$ ad aggregatum omnium ſecundarum $b+n+s$, ut aggregatum omnium tertiarum $c+p+t$ ad aggregatum omnium quartarum $d+q+u$; quod num verum ſit, judicent alii. Hoc ſaltem dico, quod ſi id verum eſſet, circulus, hyperbola & nulla non figura foret quadrabilis, & nulla non curva rectificabilis: mirabile quoque compendium nobis ſubminiſtraret inveſtigandi dicto citius tempus deſcenſus per quamcunque curvam; foret enim ſemper, ſecundum ratiocinium *Authoris*, tempus per curvam ad tempus per altitudinem ejus verticalem, ut ipſa curva ad ipſam altitudinem. Pag. 267.

Ex dictis liquet quanto conſultius feciſſet, nudam allegaſſe propoſitionem nobiliſſimi hujus inventi, & Lectorem remiſiſſe ad demonſtrationem *Hugenianam*. Quod ſi vero *Hugeniana* licet legitima, ſed ob multarum propoſitionum farraginem & perplexitatem non arriſit, laudo propoſitum ſuccinctiorem tradendi, modo tradidiſſet genuinam. Qua in re cum a ſcopo multum aberraverit, hic ego vices ejus ſupplebo, demonſtraturus breviſſime ſimul ac perſpicue, quod *in Cycloide cujus axis ad perpendiculum erectus eſt, vertice deorſum ſpectante, tempora deſcenſus quibus mobile a quocunque in ea puncto dimiſſum, ad punctum imum verticis pervenit, ſunt inter ſe æqualia*. Sit (Fig. 3.) Cyclois FDC, cujus axis AD, circulus generator ABD; dico tempus per quamvis portionem GMD fore æquale tempori per integram ſemicycloidem FED. Concipiatur DG diviſa in partes indefinite parvas M*m*, ut & DF in alias numero æquales E*e*; unde erit partium una in DF, ad partium unam in DG, ut ipſa DF ad DG; aſſumantur jam ex illis partibus duæ homologæ M*m*, E*e*, id eſt tales quæ ſecent DF, DG proportionaliter in E, M, ducanturque applicatæ ET, MN, item DB, DO, DL. TAB. IV. Fig. 3.

Quoniam igitur per hyp. DF, DE, & DG, DM, ſunt proportionales, ergo etiam earum ſemiſſes, quæ per naturam cycloidis ſunt DA, DB, & DL, DO harumque quadrata ſunt proportionalia, id eſt DA*q*. DB*q* (DA. DT) :: DL*q*. DO*q* (DH. DN) dividendo AT. DT :: HN. DN, ideoque $\sqrt{AT}$.

$\sqrt{HN}$

Act.Erud. An. 1698. M. Junii. $\surd$HN (ſeu per naturam gravium deſcendentium velocitas in E ad velocitatem in M) :: = $\surd$DT. $\surd$DN :: DB. DO :: DE. DM :: (per hyp.) E*e*. M*m*; quoniam itaque velocitas in E eſt ad velocitatem in M, ut E*e* ad M*m*, patet quod tempus per E*e* ſit æquale tempori per M*m*, idquod de omnibus aliis portionibus homologis demonſtratur, unde tempus per omnes E*e* id eſt per DF erit æquale tempori per omnes M*m* id eſt per DG; ergo deſcenſus per DF & DG ſunt iſochroni. Q. E. D.

Pag. 295.

EXCERPTUM EX EPISTOLA WITTENBERGA

Miſſa ad Amicum a D. Jo. GOTHOFREDO BERGERO, in Academia Wittenbergenſi Medicinæ Profeſſore primario.

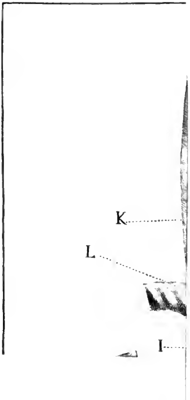
De Arteriæ Aortæ diviſione in ramos Carotides & Subclavios.

QUum aliquot abhinc annis in cadaveribus humanis falſas complurium Anatomicorum delineationes arteriæ aortæ, e corde egredientis, ex eademque orientium arteriarum ſubclaviarum, atque carotidum, in theatro Anatomico non ſemel demonſtraverim, ortæque nuper admodum ea de re lites fuerint inter clariſſimos Belgii Anatomicos, Fridericum Ruyſchium & Godefridum Bidloo; non injucundum fore putavi, ſi, quam præterito menſe in Anatome cadaveris fœminei delineandam curavi, earundem arteriarum originem, diviſionemq; naturalem, Tecum communicarem. En itaque Figuram, Cordis & Arteriæ Aortæ magnitudinem, hujusque diviſionem in ramos Carotides & Subclavios naturalem, exhibentem. Ubi

TAB. V.

A. Cor puerperæ XX annorum.
B. Vena Cava dextrorſum paulum reflexa, hianſque in C, dextram cordis Auriculam, cujus magna pars corde tegitur.
D. Pars Sacculi membranoſi, in quem expanſa cava, communem cum auricula cavitatem conſtituit.
E. Truncus cavæ ſuperior.
F. Inferior.

G. Aor-



Digitized by Google

G. Aorta, emergens e ſiniſtro cordis ventriculo, flexuque amplo ſe ſupra cor attollens. Act. Erud. An. 1698.
G. H. Arcus, quem ſupra cor progrediens aorta, inferioraque verſus incurva, efformat. M. Junii.
I. Ex convexa arcus parte egrediens Trunculus, abiens in K Arteriam Carotidem dextram, & L Subclaviam ejus lateris.
M. Subclavia ſiniſtra, quam olim quodam ſpatio cum Arteria cervicali coalitam offendi, quemadmodum etiam in Fig. 2 D. Ruyſchii obſervatur.
N. Arteria Cervicalis ſiniſtra, hic diſtincta origine ex ipſa prodiens aorta. Pag. 296.
O. Arteria Carotis ſiniſtra, ex ipſo pariter arcu aortæ, inter trunculum carotidis & ſubclaviæ dextræ, ac cervicalem ſiniſtram exiſtens, quam vulgo ex ſubclavia ſiniſtra emitti opinantur.
P. Arteria pulmonaria, ſive Vena arterioſa, ex dextro cordis ventriculo prodiens.
Q. Canalis arterioſus, qui ex prædicta arteria ſanguinem in aortam ducit in fœtu.
R. R. Aorta deſcendens.

DAVIDIS GREGORII M.D.

M. Julii. Pag. 305.

ASTRONOMIÆ PROFESSORIS SAVILIANI ET S. R. S. CATENARIA,

ad Rev. Virum D. Henricum Aldrich S. T. P. Decanum Ædis Chriſti Oxoniæ.

Tranſcripta ex Actis (Transactions) Philoſophicis Anglicanis menſis Auguſti 1697, *pag.* 633. *ſeqq.*

CUM Problema de figura Catenæ (id eſt lineæ flexilis, verſus centrum longinquum gravis, & pondere ſuo dum a duobus extremis immotis dependet incurvatæ) ſit inter hujus ævi Pag. 306 Philoſophos imprimis nobile, ac a Celeberrimis Viris *Hugenio*, *Leibnitio* & *Bernoullio*, plurimæ figuræ iſtius proprietates fuerint detectæ, & in Actis Eruditorum *Lipſiæ* (at ſine demonſtratione) editæ: Libuit harum omnium demonſtrationes pertexere, ope Methodi *Newtonianæ* Geometris hodie familiaris, fluxiones e fluentium relatione data determinandi & viciſſim; & alias inſi-

Act.Erud. An. 1698. M. Julii. inſignes Curvæ hujus proprietates nunc primum detectas adjicere, tibique, Reverende Decane, harum rerum Judici idoneo mittere.

Prop. I. PROBLEMA.

TAB.VI. Fig. 1. INvenire relationem inter fluxionem axeos & fluxionem ordinatæ in Curva Catenaria.

Sit Catena FAD ab extremitatibus F & D dependens, cujus punctum imum (ſeu Curvæ vertex) A, axis AB ad horizontem erectus, eique applicata BD horizonti parallela. Inveniendа eſt relatio inter B*b* ſeu D*ſ* & *dſ*; poſito *b* puncto ipſi B proximo, & *bd* ad BD, item D*ſ* ad BA parallela.

Ex Mechanicis conſtat, Potentias tres in æquilibrio poſitas eandem habere rationem cum rectis tribus ad ipſarum directiones parallelis, vel in dato angulo inclinatis, a mutuo occurſu terminatis; Adeoque ſi D*d* exponat gravitatem abſolutam particulæ D*d* (ut in Catena æqualiter craſſa rite fit) *dſ* repræſentabit gravitatis partem eam quæ normaliter in D*d* agit, quaque fit ut *d*D (ob Catenæ flexilitatem circa *d* mobilis) in ſitum verticalem ſe componere conatur. Adeoque ſi *ſd* (ſive fluxio ordinatæ BD) conſtans ſit; gravitatis actio in partes correſpondentes Catenæ D*d* normaliter exerta etiam conſtans erit ſive ubique eadem: Exponatur hæc per rectam *a*. Porro ex ſupracitato Lemmate Mechanico, D*ſ* ſive fluxio axeos AB exponet vim ſecundum directionem ipſius *d*D exerendam, quæ priori conatui lineæ gravis *d*D ad componendam ſe in ſitum verticalem æquipolleat, eumque impedire poſſit. Hæc vero vis oritur a linea gravi DA ſecundum directionem *d*D trahente; eſtque proinde (cæteris manentibus) lineæ DA proportionalis. Eſt igitur *ſd* fluxio ordinatæ ad *ſ*D fluxionem abſciſſæ, ſicut conſtans recta *a* ad DA curvam. q.e.f.

COROLLARIUM.

Pag. 307.

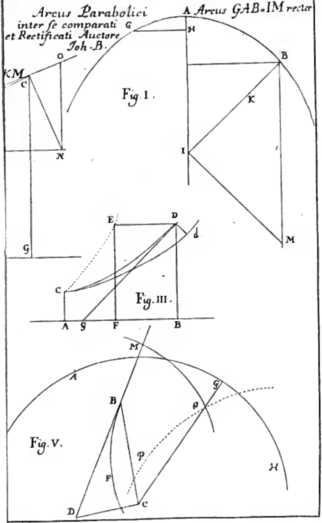
Si recta DT tangat Catenariam, & axi BA producto occurrat in T, erit DB.BT :: (*dſ*. *ſ*D ::) *a*. DA Curvam.

Prop. 2. THEOREMA.

Fig. 1. SI ad perpendiculum AB tanquam axem, vertice A, deſcribatur hyperbola æquilatera AH, cujus ſemi-axis AC æqualis *a*; & ad eundem axem & verticem, parabola AP cujus parameter æqualis quadruplo axi hyperbolæ, & producatur ſemper hy-

15. 110 364 A

TAB. VII. ad A. 1698.



hyperbolæ ordinata HB, donec HF æqualis Curvæ AP: Dico Curvam FAD in quo puncta F & D verſantur (poſitis BD, BF æqualibus) eſſe Catenariam. Act.Erud. An. 1698. M. Julii.

Vocetur AB; x, erit $Bb = \dot{x}$, & $BH = \sqrt{2ax + x^2}$. Unde ex methodo fluxionum, fluxio ipſius BH (ſive mb) $= \frac{a\dot{x} + x\dot{x}}{\sqrt{2ax+x^2}}$.

Rurſus quia parabolæ AP parameter $= 8a$, erit $BP = \sqrt{8ax}$. Unde np (hoc eſt fluxio ipſius BP) æqualis $\frac{2a\dot{x}}{\sqrt{2ax}}$. Quare fluxio Curvæ AP ($= Pp = \sqrt{npq + Pnq}$) $= \sqrt{\frac{4a^2\dot{x}^2}{2ax} + \dot{x}^2}$ $= \sqrt{\frac{2a\dot{x}^2 + x\dot{x}^2}{x}}$ quæ, ducendo tam numeratorem quam denominatorem in $\sqrt{2a+x}$, $=)$ $\frac{2a\dot{x} + x\dot{x}}{\sqrt{2ax+x^2}}$. Et cum HF ſit ubique $=$ AP, erit fluxio HF rectæ, hoc eſt $mb + ſf = \frac{2a\dot{x} + x\dot{x}}{\sqrt{2ax+x^2}}$. Sed hactenus inventa eſt $mb = \frac{a\dot{x} + x\dot{x}}{\sqrt{2ax+x^2}}$. Unde $ſf$ ſive fluxio ipſius BF ordinatæ ad axem Catenariæ, eſt æqualis $\frac{a\dot{x}}{\sqrt{2ax+x^2}}$. Pag. 308.

Et igitur fluxio Curvæ AF (ſive ipſa $Ff = \sqrt{ſfq + Fſq}$ $= \sqrt{a^2\dot{x}^2 + \dot{x}^2}$) $= \frac{a\dot{x} + x\dot{x}}{\sqrt{2ax + x^2}}$, cujus fluens modo oſtenſa eſt $\frac{a^2x^2}{\sqrt{2ax^2 + x^2}} + x^2$. Et igitur $AF = \sqrt{2ax + x^2}$. Patet fluxionem ordinatæ BF ſive $\frac{a\dot{x}}{\sqrt{2ax+x^2}}$ eſſe ad $\dot{x}$ fluxionem abſciſſæ AB ſicut data a ad Curvam AF, quæ eſt ſuperius inventa Catenariæ proprietas. Igitur Catenariæ puncta recte determinantur per præcedentem conſtructionem. q. e. d.

Corollaria.

1. Ex conſtructione patet, BF ordinatam Catenariæ æquari Curvæ parabolicæ AP, dempta BH correſpondente ordinata hyperbolæ conterminæ AH.

2. Ex demonſtratione conſtat, Catenariam Curvam AF æquari BH correſpondenti ordinatæ conterminæ Hyperbolæ æquilateræ. Cum enim harum linearum fluxiones æquentur, & ſimul naſcantur ipſæ lineæ; patet illas ubique eſſe æquales. Unde data catena, dabitur AC ſive *a*, quippe æqualis ſemi-axi Hyperbolæ æquilateræ cujus vertex A, & ordinata ad abſciſſam AB catenæ AD eſt æqualis.

3. Catenariæ omnes ſunt inter ſe ſimiles, cum ex ſimili ſimilium & ſimiliter poſitarum figurarum conſtructione generentur. Unde duæ rectæ ad Horizontem ſimiliter inclinatæ per Catenarum vertices ductæ abſcindent figuras ſimiles, & Catenarum portiones abſcindentibus rectis proportionales.

4. Si Catena QAD ſuſpendatur a punctis Q & D inæqualiter altis, Curvæ pars FAD eadem manet, ac ſi ex punctis æquialtis F & D eſſet ſuſpenſa, quoniam nihil refert utrum punctum F affixum ſit vel non affixum ad planum verticale.

5. Si Catenæ vis trahens ſecundum directionem *d*D exponatur per D*d*, dividetur, ut vulgo notum, in vim ut *dδ* ſecundum directionem horizontalem, & vim ut *δ*D ſecundum directionem
Pag. 309. verticalem: Igitur vis in Catenæ extremo directe accedendi ad axem, eſt ad vim in eodem deſcendendi ſecundum perpendiculum; ſive vis ſuſtinentis pars ſecundum directionem BD agens, eſt ad ejuſdem partem ſecundum directionem D*δ* agentem, ut ſemi-axis Hyperbolæ conterminæ AH ad DA longitudinem Catenæ uſque ad verticem Curvæ: Unde data Catena ratio hæc datur. Et in eadem Catena nunc magis nunc minus laxe ſuſpenſa, vis iſta Horizontalis eſt ut Hyperbolæ conterminæ axis, cum DA eadem maneat ſi extrema æquialta ſint.

6. Catena in plano verticali, ſed ſitu inverſo, figuram ſervat nec decidit, adeoque arcum ſeu fornicem facit tenuiſſimum: Hoc eſt ſphæræ minimæ rigidæ & lubricæ in inverſa Curva Catenaria diſpoſitæ, arcum conſtituunt cujus nulla pars ab aliis extrorſum vel introrſum propellitur; ſed manentibus infimis punctis immotis, virtute ſuæ figuræ ſuſtinetur. Cum enim punctorum Curvæ Catenariæ ſitus, partiumque inclinatio ad Horizontem eadem ſit, ſive in ſitu FAD, ſive in ſitu inverſo, dummodo Curva ſit in plano ad Horizontem recto, patet illam æque ſervare figuram immutatam in uno ſitu ac in altero. Et e converſo ſolæ Catenariæ

riæ ſunt fornices ſive arcus legitimi: Et cujuscunque alterius figuræ Arcus ideo ſuſtinetur, quod in illius craſſitie quædam Catenaria incluſa ſit: Neque, ſi tenuiſſimus eſſet, parteſque haberet lubricas, ſuſtineretur. Ex præcedente Coroll. 5. colligitur quali vi arcus muros, quibus inſiſtit, extra propellit; nempe hæc eadem eſt cum parte vis Catenam ſuſtinentis, quæ ſecundum directionem Horizontalem trahit. Quæ enim in Catena introrſum trahit vis, in arcu Catenæ æquali, extrorſum propellit. Alia omnia de murorum, quibus fornices imponuntur, firmitate requiſita, ex hac Theoria Geometrice determinantur, quæ in ædificiorum extructione præcipua ſunt. Act. Erud. An. 1698. M. Julii.

7. Si loco gravitatis alia quælibet vis ſimiliter agens in lineam flexilem vires ſuas exerat, eadem producetur linea. Verbi gratia, ſi ventus æquabilis ſupponatur, & ſecundum rectas datæ poſitione rectæ parallelas ſpirans, linea vento inflata eadem erit cum Catenaria. Nam cum omnia quæ in gravitate conſideravimus, in altera hac vi obtineant, patet eandem Curvam productum iri.

Prop. 3. THEOREMA.

SI manente prædicta Hyperbola AL, per A ducatur recta G AL axi AB normalis, & deſcribatur Curva KR ejus naturæ, ut BK ſit tertia proportionalis rectis BH & AC, & ad AC applicetur rectangulum AV æquale ſpatio interminato ABKRLA, erit F concurſus rectarum HB, VG ad Catenariam. Fig. 2. Pag. 310.

Nam ex conſtructione eſt BK $= \frac{a^2}{\sqrt{2ax+x^2}}$, quare fluxio ſpatii ABKRLA $=$ (BKkb $=$ BK in Bb $=$) $\frac{a^2\dot{x}}{\sqrt{2ax+x^2}}$. Cumque BF $= \frac{\text{ſpatio ABKRLA}}{\text{AC}}$, & AC detur, erit fluxio ipſius BF $= \frac{\text{fluxioni ſpatii ABKRLA}}{\text{AC}} = \frac{a\dot{x}}{\sqrt{2ax+x^2}}$. Sed in præcedentis Prop. conſtructione, fluxio ordinatæ BF $= \frac{a\dot{x}}{\sqrt{2ax+x^2}}$. Quare hæc conſtructio eodem redit cum conſtructione Prop. præcedentis, & conſequenter punctum F eſt ad Catenariam. q. e. d.

Act. Erud. An. 1698. M. Julii.

Corollarium.

Sicut in Prop. præcedent. Catenaria deſcribitur ex data longitudine Curvæ parabolicæ, ita in hac, illius deſcriptio pendet a quadratura ſpatii in quo $x^2 y^2 = a^4 - 2axy^2$. Nam y (ſive BK) $= \frac{a^2}{\sqrt{2ax + x^2}}$.

Prop. 4. Theorema.

Fig. 1. Spatium AGF ſub Catenaria AF & rectis FG, AG ad AB, BF parallelis comprehenſum, æquale eſt rectangulo ſub ſemi-axe AC, & DH intervallo applicatarum in Hyperbola & Catenaria.

Pag. 311. Nam $\dot{D}H = (\dot{B}H - B\ddot{D} =$, ex Prop. 2. hujus, $\frac{a\dot{x} + x\dot{x}}{\sqrt{2ax + x^2}} - \frac{a\dot{x}}{\sqrt{2ax + x^2}} =) \frac{x\dot{x}}{\sqrt{2ax + x^2}}$. Quare fluxio rectanguli ſub data AC & DH $= (\frac{ax\dot{x}}{\sqrt{2ax + x^2}} = x$ in $\frac{a\dot{x}}{\sqrt{ax + x^2}} = \dot{f}s$ in FG $=)$ fluxioni ſpatii AGF. Cumque figuræ hæ ſimul naſcantur, ſequitur rectangulum ſub AC & DH æquari ſpatio AGF. q. e. d.

Corollarium.

Hinc ſequitur ſpatium FAD, ſub Catena FAD & recta Horizontali FD comprehenſum, æquari rectangulo ſub FD & BA, dempto rectangulo ſub Hyperbolæ AH axe alterutro, & DH exceſſu rectæ BH, vel Curvæ AD, ſupra ordinatam BD.

Prop. 5. Theorema.

Fig. 1. Si ad rectam AL applicetur rectangulum LE æquale ſpatio Hyperbolico ALH, erit E centrum Æquilibrii Curvæ Catenariæ AFD.

Concipiatur Curva gravis FA librari ſuper axe GL. Ex Centrobarycis conſtat momentum gravis FA exponi per ſuperficiem Cylindrici recti ſuper FA erecti, & reſecti plano per GL transeunte, cum plano Curvæ angulum ſemirectum faciente. Et hujus ſuperficiei fluxio, ſive $\dot{F}A$ in FG, æqualis eſt fluxioni ſpatii ALH ſive

ſive $\dot{B}H$ in HC; quia $\dot{F}A$, $\dot{B}H$, item FG & HL æquantur. Ac propterea (cum ſimul naſcantur) dicta ſuperficies Cylindrici recti æqualis eſt ſpatio Hyperbolico ALH. Hoc proinde applicatum ad ipſum grave AF, vel illi æqualem rectam AL, facit latitudinem AE æqualem diſtantiæ centri gravitatis ab axe librationis GL. Unde Curvæ FAD, æqualiter ad utramque axeos AB partem jacentis, centrum æquilibrii eſt E. q. e. d. Act. Erud. An. 1698. M. Julii.

COROLLARIA.

1. Spatia ABHL, BAH, & AGF ſunt Arithmetice proportionalia. Nam fluxio ſpatii ALH $= \left(\dfrac{a\dot{x} + x\dot{x}}{\sqrt{2ax + x^2}} \right.$ in x Pag. 312.

$$= \frac{\overline{ax + x^2} \text{ in } \dot{x}}{\sqrt{2ax + x^2}} = \frac{\overline{2ax + x^2 - ax} \text{ in } \dot{x}}{\sqrt{2ax + x^2}} = \dot{x}\sqrt{2ax + x^2}$$

$$- \frac{ax\dot{x}}{\sqrt{2ax + x^2}} = \Big)$$ fluxioni ſpatii BAH, multatæ fluxione ſpatii AGF, per Prop. 4. hujus. Cumque hæ tres figuræ ſimul naſcantur, erit BAH — AGF = (ALH =) BL — BAH. Quare 2BAH = BL + AGF. Unde ſequitur ſpatia BL, BAH & AGF eſſe in proportione Arithmetica.

2. Catenæ centrum gravitatis eſt omnium linearum ejuſdem longitudinis, eoſdemque terminos habentium, infimum. Nam tantum deſcendet grave quantum poteſt. Cumque tantum deſcendat figura, quantum ejus centrum gravitatis deſcendit, ſe ſic diſponet linea gravis flexilis, ut ejus centrum gravitatis ſit inferius quam ſi aliam quamcunque figuram indueret. Atque ex hoc ſymptomate lineæ gravis flexilis, reliqua omnia facile deduci poſſent.

3. Si ſuper quaſcunque Curvas eandem longitudinem eoſdemque terminos D & F cum Catenaria FAD habentes, erecti Cylindrici recti ſecentur plano per DF tranſeunte; ſuperficierum Cylindricarum ſic reſectarum maxima eſt quæ ſuper Catenariam inſiſtit. Hæ enim ſuperficies (ſi angulus ſub planis fuerit ſemirectus) ad ipſas Curvas (quæ ſunt in caſu præſenti longitudinis ejuſdem) applicatæ, latitudines faciunt æquales diſtantiis centrorum gravitatis Curvarum *a* DF recta: Cum diſtantia hæc ſit in Catenaria maxima (ob maximum deſcenſum centri gravitatis) erit Cylindrica ſuperficies applicanda etiam maxima. Et quoniam ſuper-

 ſuperficierum Cylindricarum reſectarum plano cum plano baſeos angulum quemvis continente, eadem eſt ratio atque cum dictus angulus eſt ſemirectus, patet propoſitum univerſaliter.

LEMMA.

Fig. 1. SI in cujusvis Curvæ AFQ, deſcriptæ evolutione alterius Curvæ KV, ordinatam quamvis FB ad axem AB normalem, a correſpondente in KV puncto V demittatur normalis VR ordinatæ occurrens in R: Erunt, manente fluxione axeos AB eadem, fluxio fluxionis ordinatæ BF, fluxio Curvæ AF, & recta FR continue proportionales. Pag. 313.

Producatur rectula Ff donec proximæ ordinatæ $w\varphi$ occurrat in o. Et quoniam ex hypotheſi $Fs = fw$, erit $of = Ff$, adeoque $o\varphi$ erit fluxio ipſius fs, hoc eſt fluxio fluxionis ordinatæ. Porro triangula $o\varphi f$, fFR ſunt æquiangula, quia $o\varphi f =$ alterno fFR, & $fo\varphi = (Ffr =)$ FfR, quia illorum intervallum Rfr alterutrius reſpectu evaneſcit, cum Rr præ fr nulla ſit. Et igitur $o\varphi . \varphi f :: f$F. FR: ſed φf, fF æquales ſunt, cum fluxione utriusvis tantum differant. Quare $o\varphi . f$F $:: f$F. FR. q.e.d.

Prop. 6. PROBLEMA.

Fig. 1. INvenire Curvam KV, cujus evolutione Catenaria AFQ deſcribitur.

Vocetur ut prius AB, x; item BF, y. Eſt, ex Prop. 2 hujus, $\dot{y} = \frac{a\dot{x}}{\sqrt{2ax+x^2}}$, ſive $2ax\dot{y}^2 + x^2\dot{y}^2 = a^2\dot{x}^2$. Quare, per ſatis nunc uſurpatam *Newtoni* methodum, $2a\dot{x}\dot{y}^2 + 4ax\dot{y}\ddot{y} + 2x\dot{x}\dot{y}^2 + 2x^2\dot{y}\ddot{y}$ $(= 2a^2\dot{x}\ddot{x}$ quæ, propter $\ddot{x} = o$ cum conſtans $\dot{x}$ non fluat$) = 0$. Quare $\ddot{y} = \left(\frac{-a\dot{x}\dot{y} - \dot{x}x\dot{y}}{2ax+x^2} =\right)$ $\frac{\overline{a+x} \text{ in } a\dot{x}^2}{\overline{2ax+x^2} \text{ in } \sqrt{2ax+x^2}}$, ponendo loco $\dot{y}$, ejus valorem $\frac{a\dot{x}}{\sqrt{2ax+x^2}}$ (Nam ſignum — quantitati $\ddot{y}$ præfixum, tantum denotat locum puncti R ex F ſpectati, oppoſitum eſſe loco puncti F ex B ſpectati, cum curva AFQ eſt cava verſus axem AB) Et Ff, per Prop. 2 hujus, $= \frac{\overline{a+x} \text{ in } \dot{x}}{\sqrt{2ax+x^2}}$. Quare per præcedens Lemma,

FR =

$FR = \left(\frac{Ffq}{\ddot{y}} = \frac{\overline{a+x}^2 \text{ in } \dot{x}^2}{2ax+x^2} \text{ in } \frac{\overline{2ax+x^2} \text{ in } \sqrt{2ax+x^2}}{\overline{a+x} \text{ in } a\dot{x}^2} = \right)$ Act. Erud. An. 1698. M. Julii.

$\frac{\overline{a+x} \text{ in } \sqrt{2ax+x^2}}{a}$. Rurſus ob triangula rectangula Fsf, Pag. 314.
FRV, habentia angulos fFs, VFR æquales, quia VFs eſt utriusque complementum ad rectum, eſt Fs. sf :: FR. VR, ſive $\dot{x}. \frac{ax}{\sqrt{2ax+x^2}} :: \frac{\overline{a+x} \text{ in } \sqrt{2ax+x^2}}{a}$. VR; quæ proinde æqualis $a+x$. Hæc igitur eſt natura curvæ KV, ut ſi AB vocetur x, erit $FR = \frac{\overline{a+x} \text{ in } \sqrt{2ax+x^2}}{a}$, & $VR = a+x$, q. e. i.

COROLLARIA.

1. AC. CB :: BH. FR. Hæc enim eſt proprietas rectæ FR ſuperius inventa.
2. Recta CB æqualis eſt rectæ BI ſive VR. Utraque enim eſt æqualis $a+x$.
3. Recta evolvens VF eſt tertia proportionalis ipſis AC, CB. Nam ob æquiangula triangula fFs, VFR, eſt sF. Ff :: FR. VF. Sive $\dot{x}. \frac{ax+xx}{\sqrt{2ax+x^2}} :: \frac{\overline{a+x} \text{ in } \sqrt{2ax+x^2}}{a}$. VF quæ proinde $= \frac{\overline{a+x}^2}{a}$. Unde $a.\,a+x :: a+x$. VF, quæ præterea eſt radius circuli Catenæ in F æquicurvi.
4. Cum punctum F eſt in A, ſive cum vertex evolutione deſcribitur, id eſt cum $x=0$, valor evolventis rectæ VF, quæ in hoc caſu eſt KA, nempe $\frac{\overline{a+x}^2}{a}$ fiet a: hoc eſt punctum K, ubi Curva VK occurrit axi, tantum extat ſupra Catenæ verticem A, quantum C deprimitur infra eundem. Unde diameter circuli, Catenæ ad verticem æquicurvi, æqualis eſt axi conterminæ Hyperbolæ AH. Adeoque Catenæ AD & Hyperbolæ AH eadem eſt curvatura in vertice A: Nam vulgo notum eſt circulum prædictum, Hyberbolæ æquilateræ AH in vertice A æquicurvum eſ- Pag. 315.
ſe. Sed & hoc aliunde, ex ipſa Catenæ natura Prop. 2 hujus demon-

Digitized by Google

Act. Erud. An. 1698. M. Julii.

monſtrata, conſtat. Nam naſcens FH ſive (AP = naſcenti BP =) $\sqrt{8ax}$ dupla eſt naſcentis BH ſive ($\sqrt{2ax+x^2}$, hoc eſt, evaneſcente x^2, cum x minima ſit) $\sqrt{2ax}$; Et igitur idem punctum eſt tam in naſcente Hyperbola quam naſcente Catenaria; h. e. Naſcens Hyperbola AH cum naſcente Catenaria AD coincidit, & proinde æquicurvæ ſunt hæ lineæ ad verticem A.

5. Curva KV eſt tertia proportionalis ad rectam AC, & curvam AF, ſive rectam AL. Ex natura enim evolutionis, KV =

$$(\text{VKA} - \text{KA} = \text{VF} - \text{KA} = \frac{\overline{a+x}^2}{a} - a = \frac{a^2+2ax+x^2}{a} - a =) \frac{2ax+x^2}{a}.$$

Et igitur $a . \sqrt{2ax+x^2} :: \sqrt{2xa+x^2} . \text{KV}$.

Sed $\sqrt{2ax+x^2}$, ex Coroll. 2, Prop. 2, = AF. Unde AC. AF :: AF. KV.

6. Recta KI dupla eſt ipſius AB. Cum enim BI = (BC =) CA + AB, erit AI = CA + 2 AB; At AK = AC, per Coroll. 4. hujus; Igitur KI = 2AB.

7. Rectangulo ſub AC & BR eſt æquale duplo ſpatio hyperbolico BAH. Nam FR in AC = $(\frac{\overline{a+x} \text{ in } \sqrt{2ax+x^2}}{a}$ in a = $\overline{a+x}$ in $\sqrt{2ax+x^2}$ = x in $\sqrt{2ax+x^2}$ + a in $\sqrt{2ax+x^2}$ = AB in BH + AC in BH =) AB in BH + AC in BD + AC in DH. Quare FR in AC — BD in AC, hoc eſt BR in AC = AB in BH + AC in DH. Sed, per Prop. 4. hujus, AC in DH = AGF ſpatio. Et igitur BR in AC = (ABHL + AGF = per Coroll. 1, Prop. 5) 2 BAH.

Prop. 7. THEOREMA.

Fig. 3. SI in Curva Logarithmica LAG, cujus data ſubtangens HS æqualis rectæ a, Coroll. 2, Prop. 2, hujus definitæ, ſumatur punctum A, cujus diſtantia ab HP aſymptoto, nempe AC, æqualis ſit ſubtangenti HS, & ex punctis H & P utcunque in aſymptoto ſumptis, a puncto C æqualiter diſtantibus, erigantur HL, PG ordinatæ ad Logarithmicam, quarum ſemiſummæ ponatur æqualis HD vel PF, erunt D & F ad Catenariam rectæ AC correſpondentem.

Pag. 316.

Vocetur AB x, adeoque CB vel DH ſemiſumma ordinatarum HL, PG erit $a+x$; ſemidifferentia earundem vocetur y. Unde HL = $a+x+y$, & PG = $a+x-y$. Cumque ex natu-

ra

ra Logarithmicæ, CA ſit inter has media proportionalis, erit $a^2 + 2ax + x^2 - y^2 = a^2$. Unde $y = \sqrt{2ax + x^2}$. Adeoque HL $=$ $a + x + \sqrt{2ax + x^2}$ & PG $= a + x - \sqrt{2ax + x^2}$. Quare fluxio ipſius HL, ſive ipſa lm eſt $\frac{a\dot{x} + x\dot{x} + \dot{x}\sqrt{2ax + x^2}}{\sqrt{2ax + x^2}}$. Et ob æquiangula triangula lmL, LHS, eſt LH.HS :: lm. mL : unde mL ſive $d\delta$ fluxio ipſius BD $= \frac{a\dot{x}}{\sqrt{2ax + x^2}}$. Hoc eſt Curva AD ex Logarithmica ſupradicto modo genita, ejus eſt naturæ, ut ſi axis vocetur x, ejusque fluxio $\dot{x}$, fluxio ordinatæ BD ſit $\frac{a\dot{x}}{\sqrt{2ax + x^2}}$. Act. Erud. An. 1698. M. Julii.

Sed hæc ipſa eſt proprietas Catenariæ ad quam a pertinet, Propoſ. 1 hujus demonſtrata. Ergo Curva FAD ſuperius deſcripta eſt hæc ipſa Catenaria. q. e. d.

COROLLARIA.

1. Sicut ope Logarithmorum Catenaria deſcribitur, vice verſa ope Catenariæ per ipſam rerum naturam productæ, numeri dati vel potius rationis datæ Logarithmus invenitur. Ut ſi poſita CA unitate, cujus Logarithmus eſt nihilo æqualis, quæratur Logarithmus numeri CQ ſive rationis inter CA & CQ; Rectis CQ & CA tertia proportionalis ſit CV, ipſarumque CQ, CV ſemiſumma CB; ex B ordinata ad Catenariam, nempe BD eſt Logarithmus quæſitus. Ratio ex Propoſitione manifeſta eſt.

2. Viciſſim ſi dato Logarithmo CH vel CP, quæratur correſpondens numerus HL vel PG, ſeu ratio HL ad CA, ſive PG ad CA. Ex H vel P erigatur perpendiculum Catenæ occurrens in D vel F, ipſique HD vel PF hoc eſt CB, fiat æqualis CR ad horizontalem AR terminata; Eritque AR ſemidifferentia quæſitarum LH, GP, ſicut ex ſupra demonſtrata Catenæ natura HD vel CR eſt earundem ſemiſumma: (Nam in tribus quantitatibus Geometrice proportionalibus quales ſunt HL, CA, PG, quadratum ſemiſummæ extremarum multatum quadrato mediæ, æquatur quadrato ſemidifferentiæ extremarum.) Adeoque CR + AR, & CR — AR ſunt numeri HL vel GP, dato Logarithmo CH vel CP congrui. Pag. 317.

3. Ex demonſtratione patet, quod ſicut HD ſemiſumma Logari-

 garithmicæ ordinatarum HL, PG, ad CH normaliter applicata in H, eſt ordinata Catenariæ, ſic ſemidifferentia earundem HL, PG, ad CA normaliter applicata in B eſt ordinata Hyperbolæ æquilateræ, centro C vertice A deſcriptæ: ac proinde (per Corollar. 2, Prop. 2 hujus) æqualis Catenæ AD. Nam $y = \sqrt{2ax+x^2}$. Cumque Coroll. præced. oſtenſum ſit, AR eſſe etiam ſemidifferentiam rectarum HL, PG; patet AR eſſe æqualem Catenariæ portioni AD. Unde obiter eluceſcit modus, data Catena AD, inveniendi C centrum Hyperbolæ conterminæ, vel punctum in aſymptoto Logarithmicæ GL. Nam ſi ſumatur AR æqualis Catenæ AD, & ex junctæ rectæ BR puncto medio erigatur ad ipſam BR normalis, hæc occurret BA axi Catenæ in quæſito puncto C, uti patet. Nam ſic erit CR = CB.

4. Hinc etiam ſequitur, ſi BDT angulus fiat æqualis ACR, rectam DT tangere Catenariam in D. Nam ſic fiet in triangulis æquiangulis DBT, CAR; DB. BT :: CA. AR, ſive huic æqualem AD curvam. Et igitur, per Coroll. Prop. 1 hujus, DT tangit Catenariam.

5. Sequitur etiam, ſpatium ACHD æquari rectangulo ſub CA & AR. Nam quoniam AYD eſt, per Prop. 4 æquale rectangulo ſub CA & (AD — BD =, per Coroll. 3 hujus Prop. AR — AY =) YR, patet propoſitum. Et quoniam CA datur, conſtat ſpatium ACHD eſſe ſicut AD curva, illiusque fluxionem H*d* ſicut D*d* fluxio hujus.

6. Si per punctum K ubi CR ſecat HD, ducatur KZ parallela PH, recta AC occurrens in Z, ſumaturque GE æqualis ſemiſummæ ipſarum BC, CZ, erit E centrum Æquilibrii Curvæ FAD.

Intelligatur ſuper FAD erecta ſuperficies Cylindrici recti reſecti plano per PH ad angulos ſemirectos cum plano Curvæ FAD; Exponet hæc ſuperficies momentum Curvæ FAD ſuper axe PH libratæ, ejusque fluxio eſt DH in D*d* + PF in F*f* = 2BC

Pag. 318. in $\dot{AD} = 2$ in $\overline{a+x}$ in $\frac{a\dot{x}+x\dot{x}}{\sqrt{2ax+x^2}} = \frac{2a^2\dot{x}+4ax\dot{x}+2x^2\dot{x}}{\sqrt{2ax+x^2}}$

$= \frac{a^2\dot{x}}{\sqrt{2ax+x^2}} + \frac{a^2\dot{x}+ax\dot{x}}{\sqrt{2ax+x^2}} + \frac{3ax\dot{x}+2x^2\dot{x}}{\sqrt{2ax+x^2}}$ cujus fluens a in

BD + $a\sqrt{2ax+x^2} + x\sqrt{2ax+x^2}$ = CA in BD + CB in AD. Quare CA in BD + CB in AD = (quoniam ſimul naſcitur, dictæ ſuperficiei Cylindricæ =) momento Curvæ FAD ſuper axe PH libratæ. Unde diſtantia centri gravitatis Curvæ FAD

a pun-

a puncto C eſt $\frac{CA \text{ in } BD + CB \text{ in } AD}{2AD}$ ſive $\frac{1}{2}\frac{CA \text{ in } BD}{AD} + \frac{1}{2}$ CB. Porro ob ZK parallelam AR, eſt AD. BD :: (AR. ZK ::) CA. CZ: unde $CZ = \frac{CA \text{ in } BD}{AD}$, & igitur CE, quæ per conſtructionem eſt $= \frac{1}{2} BC + \frac{1}{2} CZ$, erit $= \frac{1}{2}\frac{CA \text{ in } BD}{AD} + \frac{1}{2} BC$; hoc eſt Curvæ FAD centrum gravitatis, & E punctum ex conſtructione definitum, æqualiter diſtant a C; ſed & in eadem recta & verſus easdem partes ſita ſunt, ergo coincidunt illa. Act. Erud. An. 1698. M. Julii.

Poteſt & coincidentia puncti E ut ſupra determinati, cum centro æquilibrii Prop. 5 hujus definito, ſynthetice ſic oſtendi:

Per Coroll. 1, Prop. 5, $2BAX = AYD + BA$ in AR. Unde $AH + 2BAX = (ACHD + BA$ in $AR =$ per præced. Coroll.) AR in CA + BA in AR: hoc eſt BD in AC + 2BAX = AR in CB; ſive BD in AC = AR in CB − 2BAX. Unde BD in AC + AD in BC = (AD in BC + AR in CB − 2BAX = 2AD in BC − 2BAX =) 2AD in AC + 2AD in AB − 2BAX. Et applicando ad 2AD, erit $\frac{1}{2}\frac{BD \text{ in } AC}{AD} + \frac{1}{2} BC = \left(AC + \frac{AB \text{ in } AD - BAX}{AD} =\right) CA + \frac{ARX}{AR}$. Sed $\frac{ARX}{AR}$ eſt diſtantia centri æquilibrii Catenæ a vertice A, per Prop. 5 hujus determinata, ac proinde, ſecundum dictam Prop. 5, $CA + \frac{ARX}{AR}$ eſt diſtantia puncti E a C, & $\frac{1}{2}\frac{BD \text{ in } AC}{AD} + \frac{1}{2} BC$ Pag. 319.
eſt ejusdem E diſtantia ab eodem C, ſecundum hoc Coroll. 6. Unde patet duas iſtas determinationes puncti E eodem recidere, quoniam $CA + \frac{ARX}{AR} = \frac{1}{2}\frac{BD \text{ in } AC}{AD} + \frac{1}{2} BC$.

7. Spatii PFADH centrum gravitatis eſt in I, medio puncto rectæ CE. Cum centrum gravitatis fluxionis ipſius AD ſive D*d* & F*f*, duplo magis diſtet a PH, quam centrum gravitatis fluxionis ipſius ACHD, ſive DH*bd* & FP*pf*, & $\overline{Dd + Ff}$ in AC datam, æquale $DdbH + FfpP$; patet & fluentis FAD centrum gravitatis E duplo magis diſtare a PH, quam fluentis PFADH centrum I. Sed libet propoſitum aliter & ad modum ſuperiorum oſtendere.

Intelligatur ſuper figura PFADH erectus Cylindricus rectus & reſectus plano per PH tranſeunte, cum plano baſeos angulum ſemirectum comprehendente; exponet iſtud ſolidum, momentum

Act.Erud. An. 1698. M. Julii. figuræ PFADH ſuper axe PH libratæ: Hujusque ſolidi ſive prædicti momenti fluxio, (ſolida nempe erecta ſuper PF*fp* & HD*db*) producitur, ſi momentum fluxionis, ſive fluxio momenti ipſius AD, ducatur in ½ AC datam. Nam per Coroll. 5 hujus Propoſ. HD*db* = D*d* in AC: Quare ipſum momentum fluens producitur ducendo momentum Curvæ FAD reſpectu axis PH, ſuperiore Coroll. determinatum, nempe CA in BD + CB in AD, in ½ AC; eritque proinde ½ AC in AC in BD + ½ AC in CB in AD. Adeoque ſi hoc applicetur ad figuram libratam PFADH, ſive 2CA in AD, per hujus Prop. Coroll. 5, fiet diſtantia centri gravitatis figuræ PFADH ab axe PH $= (\frac{1}{4}\frac{CA \text{ in } BD}{AD} + \frac{1}{4} CB =)$ dimidiæ rectæ CE ſuperius determinatæ.

8. Si per N punctum ubi DT tangens Catenariam in D, ſecat AR, ducatur recta parallela ipſi BC, occurrens rectæ per E ad AR parallelæ in O; erit O centrum gravitatis curvæ AD. Nam per Coroll. 6, centrum gravitatis curvæ AD eſt in recta
Pag. 320. EO, ſed demonſtrabitur illud eſſe in NO recta, & proinde erit ipſum O punctum. Intelligatur DA librari circa HL axem; hujus momentum eſt curva DA, ducta in diſtantiam centri gravitatis ab HL: Et ejus proinde fluxio = DA in H*b* (H*b* eſt fluxio diſtantiæ axis librationis a gravitatis centro) $= \sqrt{2ax+x^2} \text{ in } \frac{a\dot{x}}{\sqrt{2ax+x^2}} = a\dot{x}$.

Ac proinde ipſum momentum Curvæ gravis DA circa axem HL libratæ $= a\dot{x}$. Et igitur diſtantia centri gravitatis ab eodem axe eſt $a\dot{x}$ applicata ad AD, ſive $\frac{AC \text{ in } DY}{AR}$. Sed quia DT tangit Catenariam, per Coroll. 4 hujus Prop. angulus BDT ſive DNY = ACR, & anguli ad A & Y ſunt recti, quare in triangulis æquiangulis RAC, DYN; RA. AC :: DY. YN. Unde $YN = \frac{AC \text{ in } DY}{RA}$, hoc eſt YN eſt diſtantia centri gravitatis Catenæ AD ab axe HL, ſive centrum prædictum eſt in recta NO.

9. Si per I ducatur recta ad AR parallela, rectæ ON productæ occurrens in W, erit W centrum gravitatis ſpatii ACHD. Nam per Coroll. 7, centrum gravitatis ſpatii ACHD eſt in recta IW, ſed ut mox oſtendetur, eſt in NW, & proinde eſt ipſum W punctum. Eodem enim modo quo in Coroll. præced. fluxio momenti ſpatii ACHD; circa HL librati, oſtenditur eſſe (ACHD in $H\dot{b}$

$$= AC \text{ in } AD \text{ in } H\dot{b} = a \text{ in } \sqrt{2ax+x^2} \text{ in } \frac{a\dot{x}}{\sqrt{2ax+x^2}} = a^2\dot{x}.$$

Ac proinde ipſum momentum ſpatii ACHD circa axem HL librati, æquale eſt fluenti cujus $a^2 \dot{x}$ eſt fluxio, hoc eſt ipſi $a^2 x$. Hoc igitur applicatum ad ipſum ſpatium ACHD ſive a in $\sqrt{2ax + x^2}$, dat diſtantiam centri gravitatis ſpatii ACHD ab HL $= \frac{ax}{\sqrt{2ax + x^2}}$ $= \frac{\text{AC in DY}}{\text{RA}}$. Sed Coroll. præced. oſtenſa eſt YN $= \frac{\text{AC in DY}}{\text{RA}}$. Et igitur centrum gravitatis ſpatii ACHD eſt in NW. Atque ex duobus hiſce ultimis Corollariis invenitur centrum gravitatis cujusvis portionis Catenæ etiam ad verticem A non pertingentis; vel cujusvis ſpatii Catenariæ portione quavis, & aliis rectis præter prædictas comprehenſi.

Act. Erud. An. 1698. M. Julii.

Pag. 321.

10. Hinc menſurantur ſuperficies & ſolida genita rotatione Catenæ, aut ſpatii ſub illa & rectis comprehenſi, circa axes datos. Nam figura rotatione genita æquatur, uti vulgo notum, figuræ rotatæ ductæ in peripheriam a centro gravitatis inter rotandum percurſam, etiam datam cum detur illius radius ſive diſtantia centri gravitatis ab axe dato. Sic ſi Catena AD rotetur circa axem AB, $\frac{\pi}{\rho}$ AN eſt peripheria a centro gravitatis O percurſa, ($\frac{\pi}{\rho}$ denotat rationem peripheriæ circuli ad ſemidiametrum) adeoque ſuperficies rotatione Catenæ AD genita $=$ ($\frac{\pi}{\rho}$ in AN in AD $=$) $\frac{\pi}{\rho}$ in AN in AR. Hoc eſt circulus cujus radius poteſt duplum rectangulum RAN, æquabitur ſuperficiei a Catenæ AD rotatione circa axem AB genitæ. Pari modo ſolidum genitum rotatione ſpatii ACHD circa AC, æquale oſtendetur Cylindro cujus baſis eſt prædictus circulus, altitudo vero æqualis AC. Similiterque ſuperficies & ſolida, ex rotatione harum figurarum circa alios quosvis datos axes facta menſurantur. Nam dato centro gravitatis hæc non latebunt.

G. G. L.

Act. Erud.
An. 1698.
M. Sept.
Pag. 427.

G. G. L.

DE IPSA NATURA,

Sive de vi inſita, actionibusque Creaturarum; pro Dynamicis ſuis confirmandis illuſtrandisque.

ACcepi nuper miſſu celeberrimi & de rebus mathematicis ac phyſicis præclare meriti Viri Johannis Chriſtophori Sturmii, quam Altorfii edidit, Apologiam pro ſua *de Idolo Naturæ* Diſſertatione, impugnata a Medico Kilonienſium primario & χαριεστάτῳ Gunthero Chriſtophoro Schelhamero, in libro *de Natura*. Cum igitur idem argumentum verſaſſem & ego olim, nonnihilque etiam concertationis per literas mihi cum præclaro auctore Diſſertationis intercedat, cujus mentionem mihi perhonorificam ipſe nuper fecit, publice memoratis nonnullis inter nos actis in *Phyſicæ Electivæ Tomo primo*, lib. 1, ſect. 1, cap. 3, Epilog. §. 5, pag. 119, 120: eo libentius animum attentionemque adhibui argumento per ſe egregio, neceſſarium judicans, ut mens mea pariter & tota res, ex iis, quæ aliquoties jam indicavi, principiis diſtinctius paulo proponeretur. Cui inſtituto commodam occaſionem præſtare illa viſa eſt Apologetica diſſertatio, quod judicare liceret, Auctorem ibi, quæ maxime ad rem facerent, paucis uno ſub conſpectu exhibuiſſe. De cætero litem ipſam inter præclaros Viros non facio meam.

(2) Duo potiſſimum quæri puto, primum, in quo conſiſtat Natura, quam rebus tribuere ſolemus, cujus attributa paſſim recepta aliquid Paganiſmi redolere, judicat celeberrimus Sturmius; deinde utrum aliqua ſit in creaturis ἐνέργεια, quam videtur negare. Quod primum attinet, *de ipſa Natura*; ſi diſpiciamus, & quid non ſit, & quid ſit, aſſentior quidem, nullam dari animam Univerſi; concedo etiam, miranda illa, quæ occurrunt quotidie, de quibus dicere merito ſolemus, opus naturæ eſſe opus intelligentiæ, non eſſe adſcribenda creatis quibusdam
Pag. 428. Intelligentiis, ſapientia & virtute proportionali ad rem tantam præditis; ſed *naturam* univerſam eſſe, ut ſic dicam, *artificium Dei*, & tantum quidem, ut quævis machina naturalis (quod verum parumque obſervatum *naturæ artisque diſcrimen* eſt) organis conſtet prorſus infinitis, infinitamque adeo ſapientiam potentiamque auctoris rectorisque poſtulet. Itaque & calidum omniſcium Hippocratis, & Cholcodeam animarum datricem Avicennæ, & illam ſapientiſſimam Scaligeri aliorumque virtutem plaſticam, & principium hylarchicum Henrici Mori, partim impoſſi-

poſſibilia, partim ſuperflua puto; ſatisque habeo, machinam rerum tanta ſapientia eſſe conditam, ut ipſo ejus progreſſu admiranda illa contingant, organicis præſertim (ut arbitror) ex prædelineatione quadam ſeſe evolventibus. Itaque quod Vir Clar. naturæ cujusdam creatæ, ſapientis, corporum machinas formantis gubernantisque figmentum rejicit, probo. Sed nec conſequi inde, nec rationi conſentaneum puto, ut omnem vim creatam actricem inſitam rebus denegemus. Act.Erud. An. 1698. M. Sept.

(3) Diximus quid non ſit; videamus jam etiam paulo propius, quid ſit illa Natura, quam Ariſtoteles non male *principium motus & quietis appellavit;* quamquam Philoſophus ille mihi latius accepto vocabulo non ſolum motum localem aut in loco quietem, ſed generaliter *mutationem*, & στάσιν ſeu perſiſtentiam, intelligere videatur. Unde etiam, ut obiter dicam, definitio quam Motui aſſignat, etſi obſcurior juſto, non tam inepta tamen eſt, quam iis videtur, qui perinde ſumunt, ac ſi motum localem tantummodo definire voluiſſet: ſed ad rem. Robertus Boylius, Vir inſignis & in naturæ obſervatione cum cura verſatus, *de ipſa natura* libellum ſcripſit, cujus mens eo redit, ſi bene memini, ut naturam judicemus eſſe ipſum corporum *mechaniſmum*, quod quidem ὡς ἐν πλάτει probari poteſt; ſed rem rimanti majore ἀκριβείᾳ diſtinguenda erant in ipſo mechaniſmo principia a derivatis: ut in explicando horologio non ſatis eſt, ſi mechanica ratione impelli dicas, niſi diſtinguas, pondere an elaſtro concitetur. Et a me aliquoties jam eſt proditum (quod profuturum puto, ne mechanicæ naturalium rerum explicationes ad abuſum trahantur in præjudicium pietatis, tanquam per ſe materia ſtare poſſit, & mechaniſmus nulla intelligentia aut ſubſtantia ſpirituali indigeat) originem ipſius Mechaniſmi non ex ſolo materiali principio mathematicisque rationibus, ſed altiore quodam &, ut ſic dicam, Metaphyſico fonte fluxiſſe.

(4) Cujus inter alia indicium inſigne præbet *fundamentum naturæ legum*, non petendum ex eo, ut conſervetur eadem motus quantitas, uti vulgo viſum erat, ſed potius ex eo, quod neceſſe eſt *ſervari eandem quantitatem potentiæ actricis*, imo (quod pulcherrima ratione evenire deprehendi) etiam *eandem quantitatem actionis motricis*, cujus alia longe æſtimatio eſt ab illa, quam Carteſiani concipiunt ſub quantitate motus. Eaque de re cum duo Mathematici ingenio facile inter primos mecum partim per litteras partim publice contuliſſent, alter penitus in caſtra mea tranſiit, alter eo devenit, ut objectiones ſuas omnes poſt multam & accuratam ventilationem defereret, & ad meam quandam demonſtrationem nondum ſibi reſponſionem ſuppetere candide Pag. 429.

fate-

Act.Erud. An. 1698. M. Sept.
fateretur. Eoque magis miratus ſum, Virum præclarum in Phyſicæ ſuæ Electivæ parte edita, explicantem leges motus, vulgarem de illis ſententiam (quam tamen nulla demonſtratione, ſed quadam tantum veriſimilitudine niti ipſe agnovit, repetiitque etiam hic noviſſima diſſertatione cap. 3, §. 2) quaſi nulla dubitatione libatam aſſumpſiſſe; niſi forte ſcripſit antequam prodirent mea, & ſcripta deinde recenſere vel non vacavit vel in mentem non venit; præſertim cum leges motus arbitrarias eſſe crederet, quod mihi non uſquequaque conſentaneum videtur. Puto enim determinatis ſapientiæ atque ordinis rationibus, ad eas, quæ in natura obſervantur, ferendas leges veniſſe Deum: & vel hinc apparere, quod a me aliquando Opticæ Legis occaſione eſt admonitum, & Cl. Molineuxio in Dioptricis poſtea valde ſe probavit, Finalem cauſam non tantum prodeſſe ad virtutem & pietatem in Ethica & Theologia naturali, ſed etiam in ipſa Phyſica ad inveniendum & detegendum abditas veritates. Itaque cum celeberrimus Sturmius in Phyſica ſua Eclectica, ubi de cauſa Finali agit, ſententiam meam retuliſſet inter Hypotheſes, optarem & in Epicriſi ſatis expendiſſet; haud dubie enim inde occaſionem fuiſſet ſumpturus, multa pro argumenti præſtantia & ubertate dicendi præclara, & ad pietatem quoque profutura.

(5) Sed jam conſiderandum eſt, quid ipſe de Naturæ notione in hac ſua Apologetica diſſertatione dicat, & quid dictis deeſſe adhuc videatur. Concedit cap. 4. §. 2, 3, & alibi paſſim, motus qui nunc fiunt, conſequi vi *æternæ legis* ſemel a Deo latæ, quam legem mox vocat volitionem & *juſſum;* nec opus eſſe novo Dei juſ-
Pag. 430. ſu, nova volitione, nedum novo conatu, aut laborioſo quodam negotio d. §. 3. & a ſe repellit tanquam male imputatam ex adverſo ſententiam, quod Deus moveat res ut faber lignarius bipennem, & molitor dirigit molam arcendo aquas vel immittendo rotæ. Verum enim vero, ut mihi quidem videtur, nondum ſufficit hæc explicatio. Quæro enim, utrum volitio illa vel juſſio, aut ſi mavis lex divina olim lata, *extrinſecam* tantum tribuerit rebus *denominationem*, an vero aliquam contulerit impreſſionem creatam in ipſis perdurantem, vel, ut optime Dn. Schelhammerus judicii non minus quam experientiæ egregius vocat, *legem inſitam* (etſi plerumque non intellectam creaturis quibus ineſt) ex qua actiones paſſioneſque conſequantur. Prius auctorum Syſtematis cauſarum occaſionalium, acutiſſimi imprimis Malebranchii, dogma videtur; poſterius receptum eſt, & ut ego arbitror, veriſſimum.

(6) Nam juſſio illa præterita cum nunc non exiſtat, nihil nunc efficere poteſt, niſi aliquem tunc poſt ſe reliquerit effectum

ſub-

ſubſiſtentem, qui nunc quoque duret & operetur: & qui ſecus ſentit, omni, ſi quid judico, diſtinctæ rerum explicationi re- Act. Erud. An. 1698. M. Sept.
nunciat; quidvis ex quovis conſequi pari jure dicturus, ſi id quod loco temporeve eſt abſens, ſine interpoſito, hic & nunc operari poteſt. Itaque ſatis non eſt dici, Deum initio res creantem voluiſſe, ut certam quandam legem in progreſſu obſervarent, ſi voluntas ejus fingatur ita fuiſſe inefficax, ut res ab ea non fuerint affectæ, nec durabilis in iis effectus ſit productus. Et pugnat profecto cum notione divinæ potentiæ voluntatisque, puræ illius & abſolutæ, velle Deum & tamen volendo producere aut immutare nihil; agereque ſemper, efficere nunquam, neque *opus* vel *ἀποτέλεσμα relinquere* ullum. Certe ſi nihil creaturis impreſſum eſt divino illo verbo: *producat terra*, *multiplicemini animalia;* ſi res perinde poſt ipſum fuere affectæ, ac ſi nullum juſſum interveniſſet; conſequens eſt (cum connexione aliqua inter cauſam & effectum opus ſit, vel immediata vel per aliquod intermedium) aut nihil fieri nunc conſentaneum mandato, aut mandatum tantum valuiſſe in præſens, ſemper renovandum in futurum; quod Cl. Auctor merito a ſe amolitur. Sin vero lex a Deo lata reliquit aliquod ſui expreſſum in rebus veſtigium, ſi res ita fuere formatæ mandato, ut aptæ redderentur ad implendam jubentis voluntatem; jam concedendum eſt, quandam inditam eſſe rebus efficaciam, formam vel vim, qualis naturæ nomine a nobis acci- Pag. 431.
pi ſolet, ex qua ſeries phænomenorum ad primi juſſus præſcriptum conſequeretur.

(7) Hæc autem vis inſita diſtincte quidem intelligi poteſt, ſed non explicari imaginabiliter; nec ſane ita explicari debet, non magis quam natura animæ; eſt enim *Vis* ex earum rerum numero, quæ non imaginatione ſed intellectu attinguntur. Itaque quod petit Vir Clar. c. 4, §. *6*, diſſertationis Apologeticæ, *imaginabiliter* explicari modum, quo lex inſita in corporibus legis ignaris operetur, ſic accipio, ut deſideret exponi intelligibiliter, ne ſcilicet credatur poſtulare ut ſoni pinganrur, vel colores audiantur. Deinde ſi explicandi difficultas ad res rejiciendas ſufficit, conſequentur, quæ ipſe ſibi injuria imputari queritur, cap. 1, §. 2, quod ſcilicet omnia nonniſi divina virtute moveri ſtatuere malit, quam aliquid admittere naturæ nomine, cujus naturam ignoret. Certe pari jure niterentur etiam Hobbes & alii, qui omnes res volunt eſſe corporeas, quia nihil niſi corpus diſtincte & imaginabiliter explicari poſſe ſibi perſuadent. Sed illi ipſi ex eo ipſo recte refutantur, quod vis agendi rebus ineſt, quæ ex imaginabilibus non derivatur: eamque in Dei mandatum, olim ſemel datum, res nullo modo afficiens, nec effectum poſt ſe relinquens ſimpliciter re-

Act. Erud. An. 1698. M. Sept. rejicere, tantum abeſt, ut foret reddere rem explicatiorem, ut potius depoſita philoſophi perſona eſſet gladio gordium nodum ſecare. Ceterum diſtinctior & rectior Vis activæ explicatio, quam hactenus habita eſt, ex Dynamicis noſtris, legumque naturæ & motus vera æſtimatione in illis tradita & rebus conſentanea, derivatur.

(8) Quod ſi quis defenſor philoſophiæ novæ, inertiam rerum & torporem introducentis, eouſque progrediatur, ut omnem juſſis Dei effectum durabilem efficaciamque in futurum adimens, etiam novas ſemper molitiones ab ipſo exigere nihil penſi habeat, (quod Dr. Sturmius a ſe alienum eſſe prudenter profitetur) is quam digna Deo ſentiat, ipſe viderit; excuſari autem non poterit, niſi rationem afferat, cur res quidem ipſæ aliquamdiu durare poſſint, attributa autem rerum, quæ in ipſis naturæ nomine intelligimus, durabilia eſſe non poſſint: cum tamen conſentaneum ſit, quemadmodum verbum *fiat*, aliquid poſt ſe reliquit, nempe rem ipſam perſiſtentem; ita verbum *benedictionis* non minus *mirificum*, aliquam poſt ſe in rebus reliquiſſe producendi actus ſuos operandique fœcunditatem niſumve, ex quo operatio, ſi nihil obſtet, conſequatur. Quibus addi poteſt, quod alibi a me explicatum Pag. 432. eſt, etſi nondum fortaſſe ſatis perſpectum omnibus, ipſam rerum ſubſtantiam in agendi patiendique vi conſiſtere: unde conſequens eſt, ne res quidem durabiles produci poſſe, ſi nulla ipſis vis aliquamdiu permanens divina virtute imprimi poteſt. Ita ſequeretur, nullam ſubſtantiam creatam, nullam animam eandem numero manere, nihilque adeo a Deo conſervari, ac proinde res omnes eſſe tantum evanidas quasdam ſive fluxas unius divinæ ſubſtantiæ permanentis modificationes & phaſmata, ut ſic dicam; & quod eodem redit, ipſam naturam vel ſubſtantiam rerum omnium Deum eſſe; qualem peſſimæ notæ doctrinam nuper ſcriptor quidem ſubtilis, at profanus, orbi invexit vel renovavit. Sane ſi res corporales nil niſi materiale continerent, veriſſime dicerentur in fluxu conſiſtere, neque habere ſubſtantiale quicquam, quemadmodum & Platonici olim recte agnovere.

(9) *Altera quæſtio eſt*, utrum creaturæ proprie & vere agere ſint dicendæ? Ea, ſi ſemel intelligamus, naturam inſitam non differre a vi agendi & patiendi, recidit in priorem. Nam actio ſine vi agendi eſſe non poteſt, & viciſſim inanis potentia eſt, quæ nunquam poteſt exerceri. Quia tamen nihilominus actio & potentia res ſunt diverſæ; illa ſucceſſiva, hæc permanens; videamus & de actione; ubi fateor, me non exiguam in explicanda celeberrimi Sturmii mente, difficultatem reperire. Negat enim, res creatas per ſe & proprie agere; mox tamen ita concedit eas

age-

agere, ut nolit quodammodo ſibi tribui comparationem creaturarum cum bipenni a fabro lignario mota. Ex quibus nihil certi exſculpere poſſum, nec diſerte ſatis explicatum video, quousque ipſe a receptis ſententiis recedat; aut quamnam diſtinctam animo conceperit actionis notionem, quæ quam non ſit obvia & facilis, ex metaphyſicorum certaminibus conſtat. Quantum ego mihi notionem actionis perſpexiſſe videor, conſequi ex illa & ſtabiliri arbitror receptiſſimum philoſophiæ dogma, *actiones eſſe ſuppoſitorum;* idque adeo eſſe verum deprehendo, ut etiam ſit reciprocum; ita ut non tantum omne quod agit ſit ſubſtantia ſingularis, ſed etiam ut omnis ſingularis ſubſtantia agat ſine intermiſſione; corpore ipſo non excepto, in quo nulla unquam quies abſoluta reperitur. Act. Erud. An. 1698. M. Sept.

(10) Sed nunc attentius paulo conſideremus eorum ſententiam, qui rebus creatis veram & propriam actionem adimunt, quod olim etiam fecere Philoſophiæ Moſaicæ auctor Robertus Fluddus, nunc vero Carteſiani quidam, qui putant non res agere, ſed Deum ad rerum præſentiam, & ſecundum rerum aptitudinem; adeoque res occaſiones eſſe, non cauſas, & recipere, non efficere aut elicere. Quam doctrinam Cordemojus, Forgæus & alii Carteſiani cum propoſuiſſent, Malebranchius inprimis, pro acumine ſuo, orationis quibuſdam luminibus exornavit; rationes autem ſolidas (quantum intelligo) adduxit nemo Certe ſi eousque producitur hæc doctrina, ut *actiones* etiam *immanentes* ſubſtantiarum tollantur; (quod tamen merito rejicit Dn. Sturmius Phyſicæ Eclect. lib. 1, cap. 4, Epilog. §. 11, p. 176, & in eo circumſpectionem ſuam luculenter oſtendit) adeo a ratione apparet aliena, ut nihil ſupra. An enim mentem cogitare ac velle, & in nobis a nobis elici multas cogitationes ac voluntates, ac ſpontaneum penes nos eſſe, quisquam in dubium revocabit? Quo facto non tantum negaretur libertas humana, & in Deum cauſa rejiceretur malorum, ſed etiam intimæ noſtræ experientiæ conſcientiæve teſtimonio reclamaretur, quo ipſimet noſtra eſſe ſentimus, quæ nulla rationis ſpecie a diſſentientibus in Deum transferrentur. Quod ſi vero menti noſtræ vim inſitam tribuimus, actiones immanentes producendi, vel quod idem eſt, agendi immanenter; jam nihil prohibet, imo conſentaneum eſt, aliis animabus vel formis, aut ſi mavis, naturis ſubſtantiarum eandem vim ineſſe; niſi quis ſolas in natura rerum nobis obvia mentes noſtras activas eſſe, aut omnem vim agendi immanenter, atque adeo *vitaliter*, ut ſic dicam, cum intellectu eſſe conjunctam arbitretur; quales certe aſſeverationes neque ratione ulla confirmantur, nec niſi invita veritate propugnantur. Quid vero Pag. 435.

Act.Erud. An. 1698. M. Sept. *de tranſeuntibus creaturarum actionibus* ſit ſtatuendum, alio loco melius exponetur, pro parte etiam jam tum a nobis alibi eſt explicatum: *commercium* ſcilicet *ſubſtantiarum* ſive monadum oriri non per influxum, ſed per conſenſum ortum a divina præformatione; unoquoque, dum ſuæ naturæ vim inſitam legesque ſequitur, ad extranea accommodato, in quo etiam *unio animæ corporisque* conſiſtit.

(11) Quod autem corpora ſint per ſe inertia, verum quidem eſt, ſi recte ſumas; hactenus ſcilicet, ut quod ſemel quieſcere aliqua ratione ponitur, ſe ipſum eatenus in motum concitare
Pag. 434. non poſſit, nec ſine reſiſtentia ab alio concitari patiatur; non magis quam ſuapte ſponte mutare ſibi poteſt gradum velocitatis aut directionem, quam ſemel habet; aut pati facile ac ſine reſiſtentia, ut ab alio mutetur. Atque adeo fatendum eſt, extenſionem, ſive quod in corpore eſt geometricum, ſi nude ſumatur, nihil in ſe habere, unde actio & motus proficiſcatur: imo potius materiam reſiſtere motui, per quandam ſuam *inertiam naturalem* a Keplero pulchre ſic denominatam, ita ut non ſit indifferens ad motum & quietem, uti vulgo rem æſtimare ſolent, ſed ad motum pro magnitudine ſua vi tanto majore activa indigeat. Unde in hac ipſa vi paſſiva reſiſtendi (& impenetrabilitatem & aliquid amplius involvente) ipſam *materiæ primæ* ſive molis, quæ in corpore ubique eadem magnitudinique ejus proportionalis eſt, notionem colloco; & oſtendo hinc alias longe, quam ſi ſola in corpore ipſaque materia ineſſet cum extenſione impenetrabilitas, motuum leges conſequi; & uti in materia *inertiam* naturalem oppoſitam *motui*, ita in ipſo corpore, imo in omni ſubſtantia ineſſe *conſtantiam* naturalem oppoſitam *mutationi*. Verum hæc doctrina non patrocinatur, ſed potius adverſatur illis, qui rebus actionem adimunt: nam quam certum eſt, materiam per ſe motum non incipere, tam certum eſt, (quod experimenta etiam oſtendunt præclara de motu impreſſo a motore tranſlato) corpus per ſe conceptum ſemel impetum retinere *conſtansque* in levitate ſua eſſe, ſive in illa ipſa mutationis ſuæ ſerie, quam ſemel eſt ingreſſum, perſeverandi habere niſum. Quæ utique activitates atque entelechiæ, cum materiæ primæ ſive *molis*, rei eſſentialiter paſſivæ, modificationes eſſe non poſſint, uti præclare (quemadmodum ſequente paragrapho dicemus) ab ipſo judicioſiſſimo Sturmio agnitum eſt; vel hinc judicari poteſt, debere in corporea ſubſtantia reperiri *entelechiam primam*, tanquam *πρῶτον δεκτικὸν* activitatis; vim ſcilicet motricem primitivam, quæ præter extenſionem (ſeu id quod eſt mere geometricum) & præter molem (ſeu id quod eſt mere materiale) ſuperaddita, ſemper quidem

dem agit, ſed tamen varie ex corporum concurſibus per conatus Act.Erud.
impetusve modificatur. Atque hoc ipſum ſubſtantiale principium An. 1698.
eſt, quod in viventibus *anima*, in aliis *forma ſubſtantialis* appella- M. Sept.
tur, & quatenus cum materia ſubſtantiam vere unam, ſeu unum per ſe conſtituit, id facit, quod ego *Monadem* appello; cum ſublatis his veris & realibus unitatibus, nonniſi entia per aggrega- Pag. 435.
tionem, imo quod hinc ſequitur, nulla vera entia in corporibus ſint ſuperfutura. Etſi enim dentur atomi ſubſtantiæ, noſtræ ſcilicet Monades partibus carentes, nullæ tamen dantur atomi molis, ſeu minimæ extenſionis, vel ultima elementa; cum ex punctis continuum non componatur. Prorſus uti nullum datur ens mole maximum, vel extenſione infinitum, etſi ſemper alia aliis majora dentur; ſed datur tantum ens maximum intenſione perfectionis, ſeu infinitum virtute.

(12) Video tamen celeberrimum Sturmium in hac ipſa Diſſertatione Apologetica cap. 4, §. 7 & ſeqq. inſitam corporibus vim motricem argumentis quibusdam impugnare aggreſſum. *Ex abundanti*, inquit, *hic oſtendam, ne capacem quidem eſſe ſubſtantiam corpoream potentiæ alicujus ACTIVE motricis*. Quanquam ego non capiam, quæ poſſit eſſe potentia non active motrix. Gemino autem ſe uſurum ait argumento, uno a natura materiæ & corporis, altero ex natura motus. *Prius* huc redit: materiam ſua natura & eſſentialiter paſſivam eſſe ſubſtantiam; itaque ipſi dari vim activam non magis eſſe poſſibile, quam ſi Deus lapidem, dum lapis manet, velit eſſe vitalem & rationalem, id eſt non lapidem: deinde quæ in corpore ponantur, ea eſſe tantum materiæ modificationes; modificationem autem (quod pulchre dictum agnoſco) rei eſſentialiter paſſivæ non poſſe rem reddere activam. Sed reſponderi commode poteſt ex recepta non minus qūam vera Philoſophia: *materiam* intelligi vel ſecundam vel primam; ſecundam eſſe quidem ſubſtantiam completam; ſed non mere paſſivam; primam eſſe mere paſſivam, ſed non eſſe completam ſubſtantiam, accedereque adeo debere animam vel formam animæ analogam, ſive *ἐντελέχειαν τὴν πρώτην*, id eſt niſum quendam ſeu vim agendi primitivam, quæ ipſa eſt lex inſita, decreto divino impreſſa. A qua ſententia non puto abhorrere Virum celebrem & ingenioſum, qui nuper defendit, corpus conſtare ex materia & ſpiritu; modo ſumatur *ſpiritus* non pro re intelligente, (ut alias ſolet) ſed pro anima vel forma animæ analoga, nec pro ſimplici modificatione, ſed pro conſtitutivo ſubſtantiali perſeverante, quod *Monadis* nomine appellare ſoleo, in quo eſt velut perceptio & appetitus. Hæc ergo recepta doctrina, & ſcholarum dogmati benigne explicato conſentanea, refutanda eſt prius, ut argumentum Viri clariſſimi

vim

Act.Erud. An. 1698. M. Sept. Pag. 436.

vim habere poſſit; quemadmodum & hinc patet, non poſſe concedi, quod aſſumpſit, quicquid eſt in ſubſtantia corporea, eſſe materiæ modificationem. Notum eſt enim, animas ineſſe viventium corporibus ſecundum receptam phiolоſophiam, quæ utique modificationes non ſunt. Licet enim Vir egregius contrarium ſtatuere, omnemque veri nominis ſenſum animalibus brutis animamque proprie dictam adimere videatur; ſententiam tamen hanc pro fundamento demonſtrationis aſſumere non poteſt, antequam ipſa demonſtretur. Et contra potius arbitror, neque ordini, neque pulchritudini rationive rerum eſſe conſentaneum, ut vitale aliquid ſeu immanenter agens ſit in exigua tantum parte materiæ, cum ad majorem perfectionem pertineat, ut ſit in omni; neque quicquam obſtet, quo minus ubique ſint animæ aut analoga ſaltem animabus; etſi dominantes animæ, atque adeo intelligentes, quales ſunt humanæ, ubique eſſe non poſſint.

(13) *Poſterius* argumentum quod ex natura motus ſumit Vir Cl. majorem, ut mihi quidem videtur, concludendi neceſſitatem non habet. *Motum* ait eſſe ſucceſſivam tantum rei motæ in diverſis locis exiſtentiam. Concedamus hoc interim, etſi non omnino ſatisfaciat, magisque id, quod ex motu reſultat, quam ipſam (ut vocant) formalem ejus rationem exprimat; non ideo tamen excluditur vis motrix. Nam non tantum corpus præſenti ſui motus momento ineſt in loco ſibi commenſurato, ſed etiam conatum habet ſeu niſum mutandi locum, ita ut ſtatus ſequens ex præſenti, per ſe, naturæ vi conſequatur; alioqui præſenti momento (atque adeo momento quovis) corpus A, quod movetur, a corpore B, quieſcente, nihil differet; ſequereturque ex clariſſimi Viri ſententia, ſi nobis ea in re adverſa eſset, nullum plane diſcrimen in corporibus fore, quandoquidem in pleno uniformis per ſe maſsæ diſcrimen, niſi ab eo quod motum reſpicit, ſumi non poteſt. Unde etiam amplius tandem efficietur, nihil prorſus variari in corporibus, omniaque ſemper eodem ſe habere modo. Nam ſi materiæ portio quævis ab alia æquali & congrua non differt (quod admittendum eſt a Viro Cl. viribus activis impetibusve & quibuscunque aliis, præter exiſtentiam in hoc loco, ſucceſſive futuram aliam vel aliam, qualitatibus modificationibusque ſublatis) ac præterea, ſi unius momenti ſtatus a ſtatu alterius momenti non niſi tranſpoſitione æqualium & congruarum & per omnia convenientium materiæ portionum differt; manifeſtum eſt ob perpetuam ſubſtitutionem indiſtinguibilium, conſequi, ut diverſorum momentorum ſtatus in mundo corporeo diſcriminari nullo modo poſſint. *Extrinſeca* enim tantum foret *denominatio*, qua diſtingueretur materiæ pars una ab alia, nempe a futuro,

Pag. 437.

turo, quod ſcilicet impoſterum ſit futura alio vel alio loco; imprǽſentiarum vero diſcrimen eſset nullum; imo ne a futuro quidem cum fundamento ſumeretur, quia nunquam etiam impoſterum ad verum aliquod præſens diſcrimen deveniretur; cum nec locus a loco, nec materia a materia ejusdem loci (ex hypotheſi perfectæ illius uniformitatis in ipſa materia) diſtingui ulla nota queat. Fruſtra etiam ad *figuram* præter motum recurreretur. Nam in maſsa perfecte ſimilari & indiſcriminata, & plena, nulla oritur figura ſeu terminatio partium diverſarum ac diſcriminatio, niſi ab ipſo motu. Quod ſi ergo motus nullam diſtinguendi notam continet, nullam etiam figuræ largietur; & cum omnia, quæ prioribus ſubſtituuntur, perfecte æquipolleant, nullum vel minimum mutationis indicium a quocunque obſervatore, etiam omniſcio, deprehendetur; ac proinde omnia perinde erunt, ac ſi mutatio diſcriminatioque nulla in corporibus contingeret: nec unquam inde reddi poterit ratio diverſarum quas ſentimus apparentiarum. Et perinde res foret, ac ſi fingeremus duas ſphæras concentricas perfectas & perfecte tam inter ſe, quam in partibus ſuis ſimilares, alteram alteri ita incluſam eſſe, ut nec minimus ſit hiatus; tunc ſive volvi incluſam, ſive quieſcere ponamus, ne angelus quidem, ne quid amplius dicam, ullum poterit notare diſcrimen inter diverſi temporis ſtatus, aut indicium habere diſcernendi, utrum quieſcat an volvatur incluſa ſphæra, & qua motus lege. Imo ne limes quidem ſphærarum definiri poterit, ob defectum ſimul *hiatus* & diſcriminis; uti motus vel ob ſolum *diſcriminis* defectum agnoſci hic nequit. Unde pro certo habendum (etſi hoc minus adverterint, qui ſatis alte in hæc non penetravere) talia a rerum natura atque ordine eſſe aliena, *nullamque uſpiam dari* (quod inter nova & majora axiomata mea eſt) *perfectam ſimilaritatem*: cujus rei conſequens etiam eſt, nec corpuſcula extremæ duritiei, nec fluidum ſummæ tenuitatis, materiamve ſubtilem univerſaliter diffuſam, aut ultima elementa, quæ primi ſecundive quibusdam nomine veniunt, in natura reperiri. Quorum cum nonnihil perſpexiſſet (ut arbitror) Ariſtoteles, profundior mea ſententia, quam multi putant; judicavit, præter mutationem localem, opus eſſe alteratione, nec materiam ubique ſibi eſſe ſimilem, ne maneat invariabilis. Diſſimilitudo autem illa vel qualitatum diverſitas, atque adeo ἀλλοίωσις vel alteratio, quam non ſatis expoſuit Ariſtoteles, ipſis diverſis niſuum gradibus directionibusque, monadumque adeo inexiſtentium modificationibus obtinetur. Ex quibus proinde intelligi puto, neceſſario aliud debere poni in corporibus, quam maſſam uniformem, ejusque nihil utique immutaturam tranſpoſitio-

Act.Erud. An. 1698. M. Sept.

Pag. 438.

ſitio-

 ſitionem. Sane qui *atomos & vacuum* habent, nonnihil ſaltem diverſificant materiam, dum alibi faciunt partibilem, alibi impartibilem; & uno loco plenam, alio hiantem. Sed diu eſt, quod rejiciendas eſſe atomos cum vacuo (depoſito juventutis præjudicio) deprehendi. Addit Vir celeberrimus, materiæ exiſtentiam per diverſa momenta, tribuendam eſſe divinæ voluntati; quid ni ergo (inquit) eidem tribuatur quod exiſtit hic & nunc? Reſpondeo, id ipſum Deo haud dubie deberi, ut alia omnia, quatenus perfectionem quandam involvunt; ſed quemadmodum prima illa & univerſalis cauſa omnia conſervans, non tollit, ſed facit potius rei exiſtere incipientis ſubſiſtentiam naturalem, ſeu in exiſtendo perſeverationem ſemel conceſſam; ita eadem non tollet, ſed potius confirmabit rei in motum concitatæ efficaciam naturalem, ſeu in agendo perſeverationem ſemel impreſſam.

(14) Multa quoque alia occurrunt in Apologetica illa Diſſertatione, quæ difficultatem habent, ut quod ait dict. cap. 4 §. 11, motu de globulo per plures intermedios in globulum translato, globulum ultimum *eadem vi* moveri qua motus eſt globulus primus: mihi vero videtur, æquivalente quidem moveri, ſed non eadem; cum unusquisque (quod mirum videri poſſit) *ſua propria vi*, nempe elaſtica (non jam de elaſmatis hujus cauſa diſputo, neque nego mechanice debere explicari motu fluidi inexiſtentis ac perlabentis) a proximo urgente repulſus in motum agatur. Sic etiam, quod §. 12 dicit, rem quæ primordium motus dare ſibi non poteſt, non poſſe per ſe continuare motum; mirum merito videbitur. Conſtat enim potius, quemadmodum vi opus eſt ad motum dandum, ita dato ſemel impetu, tantum abeſſe, ut vi nova ſit opus ad continuandum, ut potius ea opus ſit ad ſiſtendum. Nam conſervatio illa a cauſa univerſali rebus neceſſaria, hujus loci non eſt, quæ, ut jam monuimus, ſi tolleret rerum efficaciam, etiam tolleret ſubſiſtentiam.

(15) Ex quibus rurſus intelligitur, doctrinam a nonnullis propugnatam cauſarum occaſionalium (niſi ita explicetur, ut temperamenta adhiberi poſſint, quæ Cl. Sturmius partim admiſit, partim admiſſurus videtur) periculoſis conſequentiis obnoxiam eſſe, Pag. 439. doctiſſimis licet defenſoribus haud dubie invitis. Tantum enim abeſt, ut Dei gloriam augeat, tollendo idolum naturæ; ut potius rebus creatis in nudas divinæ unius ſubſtantiæ modificationes evaneſcentibus, ex Deo factura cum Spinoſa videatur ipſam rerum naturam; cum id quod non agit, quod vi activa caret, quod diſcriminabilitate, quod denique omni ſubſiſtendi ratione ac fundamento ſpoliatur, ſubſtantia eſſe nullo modo poſſit. Certiſſime perſuaſum mihi eſt, Cl. Sturmium, Virum & pietate & doctrina inſignem,

gnem, ab his portentis eſſe alieniſſimum. Itaque dubium nullum eſt, aut oſtenſurum eſſe liquido, qua ratione maneat aliqua in rebus ſubſtantia vel etiam variatio, ſalva doctrina ſua, aut veritati manus eſſe daturum. Act. Erud. An. 1698. M. Sept.

(16) Certe quo magis ſuſpicer, mentem ipſius non ſatis mihi eſſe perſpectam, nec meam ipſi, multa faciunt. Alicubi faſſus mihi eſt, poſſe, imo quodammodo etiam debere, quandam *divinæ virtutis particulam* (id eſt, ut opinor, expreſſionem, imitationem, effectum proximum, nam ipſa divina vis in partes utique ſecari non poteſt,) velut rebus propriam, & attributam intelligi. Videantur quæ mihi transmiſſa repetiit in Phyſicæ Electivæ loco ſupra citato ſub initium hujus ſchediaſmatis. Hoc ſi (ut ex verbis apparet,) eo ſenſu accipitur, quo animam divinæ particulam auræ dicimus, jam ſublata inter nos eatenus controverſia erit. Sed quominus hanc mentem ipſius affirmare audeam, facit, quod vix uſpiam alibi video tale aliquid ab ipſo tradi, aut quæ inde conſequantur exponi; contra vero animadverto, quæ paſſim habet, huic ſententiæ parum cohærere, Diſſertationem autem Apologeticam in alia omnia ire. Sane cum primum meæ in Actis Eruditorum Lipſienſibus menſe Martio 1694, de vi inſita prolatæ ſententiæ, (quam porro illuſtrat ſpecimen meum dynamicum in iisdem Actis April. 1695) quædam per literas objeciſſet; mox, accepta reſponſione mea, perbenigne judicavit nullum inter nos eſſe diſcrimen, niſi in loquendi modo; quod cum ego animadvertens, monuiſſem adhuc nonnulla, ipſe jam in contrarium verſus, plura inter nos diſcrimina poſuit, quam ego agnoſco: vixque his exemtis tandem noviſſime eo rediit, ut denuo ſcriberet, niſi verborum differentiam inter nos eſſe nullam, quod mihi futurum eſſet gratiſſimum. Volui ergo, occaſione noviſſimæ Diſſertationis Apologeticæ, rem ita exponere, Pag. 440. ut denique & de ſententia cujusque & de ſententiæ veritate conſtare facilius poſſit. Eſt enim alioqui magna Viri egregii, & in perſpiciendo ſolertia, & perſpicuitas in exponendo; ut ſperem ejus ſtudio non exiguam tantæ rei lucem afferri poſſe, atque adeo vel ideo non inutilem hanc operam meam fore, quod occaſionem ei fortaſſe præbitura eſt, ea qua ſolet induſtria & vi judicii expendendi, atque illuſtrandi nonnulla alicujus in negotio præſente momenti, prætermiſſa hactenus ab auctoribus, & a me, ni fallor, novis & altius repetitis & late fuſis axiomatibus nonnihil ſuppleta; ex quibus reſtitutum emendatumque Syſtema mediæ inter formalem & materiariam philoſophiæ (conjuncta ſervataque rite utraque) naſci videtur aliquando poſſe.

Act. Erud. An. 1698. M. Octob. Pag. 462.

JOH. BERNOULLII

Theorema univerſale rectificationi Linearum curvarum inſerviens. Nova Parabolarum proprietas. Cubicalis primariæ arcuum menſura &c.

EXhibui in *Actis anni* 1695, *pag.* 150, modum generalem*: ad datam quamvis curvam deſcribendi aliam, quarum ſumma vel differentia per arcum circuli ſit menſurabilis*, deductum ex generali illo evolutione condeſcriptarum theoremate; quod poſtea ad alias ſpeculationes viam aperuit celeberrimis Viris *Leibnitio* & *Tſchirnhauſio* in eodem *Act. anno menſ. Novembr.* Ex eo tempore cogitare cœpi, annon forte alia combinatione curvarum id fieri poſſit per ſolas lineas rectas; ſeu annon ad curvam propoſitam inveniri poſſit alia, quarum ſumma vel differentia abſolute rectificabilis exiſtat; nec ſpe vana. Cum enim non ita pri-

Pag. 463. dem hæc in mentem redirent, ſequens inſigne theorema ſe mihi obtulit: *ſi poſitis cujusvis curvæ datæ coordinatis x & y; fiat alia curva cujus coordinatæ ſint* $\frac{xdy^3}{dx^3}$ & $\frac{3xdy^2}{2dx^2} - \frac{1}{2}\int\frac{dy^2}{dx}$, *erunt ambæ curvæ genitrix & genita ſimul ſumtæ rectificabiles; facta enim recta quæ ſe habeat ad abſciſſam curvæ datæ x, ut cubus tangentis ad cubum ſubtangentis in eadem curva data, æquabitur hæc recta longitudini curvarum ſimul ſumtarum; id eſt, expreſſione literali adhibita, ſi elementum curvæ datæ vocetur dt, longitudo ejusdem D, longitudo genitæ G, erit* $D + G = \frac{xdt^3}{dx^3}$. *Notandum hic, ſi curva propoſita verſus axem ſit cava & (poſita dx conſtante)* $-3xddy$ *ſit majus quam dxdy, tunc differentia curvarum dictæ rectæ æquatur.*

Non opus eſt indicare, qua via, quave analyſi huc pervenerim, calculus foret nimiæ prolixitatis: ſi tamen alicui animus erit aſſerti veritatem explorare, poterit id commodiſſime ſynthetico more præſtare, differentiando ſcilicet aſſignatam hanc ex conſtructione rectam & quod prodit conferendo cum aggregato elementi curvæ genitricis & elementi genitæ, reperiet enim utrobique æqualitatem. Hinc ſive curva propoſita algebraica ſit, ſive tranſcendens primi gradus ſi modo $\frac{dy^2}{dx}$ ſit ſummabile, curva genita tunc ſemper erit algebraica: datur namque algebraicæ ratio dx ad dy. Hinc etiam quod incognitum hactenus fuit, & inter rara hujus ſæculi inventa numerari poteſt, ſequitur omnem Para-

Parabolam cujusvis gradus aut per ſe aut cum alia alius gradus Parabola conjunctam abſolute eſse rectificabilem: per ſe, ſi exponens parabolæ ſit $= \frac{1+2p}{2p}$ (per p intelligo quemlibet numerum integrum) cum alia vero generaliter in omni caſu. Eſto enim datæ parabolæ gradus ſeu exponens n: dico eam cum alia parabola cujus exponens $= \frac{2n-1}{3n-2}$ junctim admittere rectificationem; qualiſcunque etiam ſit numerus n ſive fractus ſive integer, ſive ſurdus ſive rationalis ſive affirmativus ſive negativus. Unde pro parabola communi *Archimedea* reperitur parabola cubico biquadratica, id eſt cujus exponens eſt $\frac{3}{4}$, ſeu ubi biquadrata applicatarum ſunt in triplicata ratione abſciſsarum. Hanc vero rectificationem, in quam alia quoque via particulari incidi, quoniam non poſtremam proprietatem conſtituit hujus ab omni antiquitate decantatiſſimæ curvæ, placet hic plenius exponere. Act. Erud. An. 1698. M. Octob. Pag. 464.

Eſto (*Fig. I.*) AB parabola communis, ex B agatur normalis BI ſecans axem AI in I; & IM normalis ad BI, occurrens diametro BM in M: reſecetur IK = ſubnormali ſeu ſemiparametro. Deſcripta jam parabola cubico-biquadratica AG, cujus parameter ſit $= 3\frac{11}{81}$ param. parabolæ AB, ſumatur abſciſsa AH = tertiæ proportionali ad parametrum ſeu ad duplam IK & ad BK, applicetur que HG. Dico curvam GAB compoſitam ex portionibus parabolicis AG, AB eſse æqualem lineæ rectæ IM. TAB. VII. Fig. I.

Si hæc porro conſerantur cum iis, quæ primus inveni pro ſectione arcuum parabolicorum in data ratione, quæque in *nupero Junio* edita habentur, ubi ſimul innui ad arcum quemvis datum parabolæ communis inveniri poſse ope methodi meæ alium arcum in eadem parabola, ita ut datam habeant differentiam rectificabilem: apparebit facile ratio comparandi quoque arcum parabolæ cubico-biquadraticæ AG, cum arcu vel arcubus quibusdam parabolæ communis. Unde novum emerget inventum meo judicio haudquaquam ſpernendum, quod facem accenderet inſignem ad menſurandam parabolæ longitudinem per meras rectas lineas, ſi modo id poſſibile eſset: perſpicio quippe arcum AG cum aliquo arcu vel arcubus parabolæ AB, poſse habere rationem algebraicam. Jam vero aliquis operæ pretium ageret, ſi oſtenderet, arcum AG non cum aliquo tantum, ſed cum ipſo arcu AB comparabilem eſse: haberet profecto rectificationem curvæ parabolicæ & quadraturam hyperbolæ dudum fruſtra quæſitam: dividenda enim tunc tantum adhuc foret recta IM in ratione inventa, diviſæque hinc una pars arcui AG, altera arcui AB æ-

Digitized by Google

Act. Erud. An. 1698. M. Octob. Pag. 465. quaretur. Sed id ipſum quod quadraturæ hyperbolæ impoſſibilitas pro demonſtrata fere habeatur, invictum eſt argumentum, arcus parabolæ cubico-biquadraticæ cum quibusdam arcubus non cum omnibus parabolæ comparabiles eſse, inſolitum quidem hoc eſt, ſed tamen verum.

Quod ſi ulterius pergamus, & inquiramus, qualis exponens n debeat aſsumi, ita ut genitrix & genita fiant eædem curvæ, oportet æquari n cum $\frac{2n-1}{3n-2}$, id quod n dat $= \frac{1}{3}$: adeoque eſt *parabola cubicalis primaria*, quæ cum ſe ipſa comparata rectificari poteſt, ſeu in qua aſſignari poſſunt duo arcus, quorum differentia eſt rectificabilis. Hic ergo incidimus quaſi fortuito in perelegantem hujus famoſiſſimæ curvæ alias irrectificabilis proprietatem, quod inventum alteri illi *Heuratiano*, ſeu prout *Wallisius* contendit, *Neliano*, quo primum parabola cubicalis ſecundaria rectificari cœpit, nobilitate non modo non cedit, ſed multis paraſangis præcellit, ſi id æſtimare velimus ex difficultate eruendi; vileſcit enim hoc & deſiit eſse novum, ex quo methodi infiniteſimales inclaruere, cum earum nulla ſit quæ non immediate & facillime hujus curvæ parabolicæ ſecundariæ rectificationem exhibeat, & vel primo mentis obtutu. Noſtra vero primaria poſtquam omnes Geometrarum ejus dimenſionem quærentium ſudores & labores hactenus eluſit, nobis in tantum obſecundavit, ut arcuum ſuorum differentia menſuram rectis lineis algebraice determinabilem a nobis acciperet. Nec video, qua alia via, quam hic præſcripta, ad hujus cognitionem perveniri potuiſset. Egregiam adeoque habuiſsem occaſionem, ſi ſuppreſsa methodo, aliis idem problematice proponendo vanæ gloriolæ litare voluiſsem: ſed malui publicæ quam propriæ utilitati proſpicere, exponendo inventum ſine pompa. In vulgari parabola conica eandem rem præſtiti, ut ſupra dixi: illud autem cum ex nuda attentione ad hyperbolam ultro fluat, præ hoc novo nihili facio. Sit itaque Parabola cubicalis primaria ABC, in qua arcus expoſitus BC, (*Fig. II*) a punctis B & C ducantur applicatæ BF, CG: ſumatur AI æqualis tertiæ proportionali ad vigecuplam ſeptuplam AF, & ad parametrum parabolæ; fiatque ut AG ad AF, ita AI ad AH; ad puncta I & H ductæ applicatæ IE, HD reſecabunt arcum DE, qui ablatus ex arcu BC relinquet differentiam rectilinearem, quæ ita invenitur: duc tangentes CP, BK occurrentes AP normali ad axem in punctis P, K; ex quibus age axi parallelas PN, KL quæ ſecent normales ad curvam CN, BL, in N, L: erige perpendiculares NO, LM, tan-

TAB. VII. Fig. 2.

ſangentibus productis occurrentes in O, M. Dico differentiam rectarum OP, MK eſse æqualem differentiæ arcuum parabolicorum CB, ED. Act. Erud. An. 1698. M.Octob.

EJUSDEM ANNOTATA Pag. 466.

In Solutiones Fraternas problematum quorundam ſuorum, editas proximo Actorum Majo.

SI problemata ſubinde Eruditis propono, ſcopus mihi non eſt aliorum capacitatem tentandi, ſed unice, ut ingenia excitentur, novumque capiant incrementum ſcientiæ; unde & ego delectamentum habeo, quando præſertim ſolutiones in lucem prodeuntes cum meis conſpirare deprehendo. Eorum quæ partim in hiſce *Actis*, partim quoque in *Ephemeridibus Pariſ.* quondam propoſui, nunc demum nonnulla a *Fratre* ſoluta *Actorum menſis Majus* exhibet. Gaudium, fateor, non leve mihi attulit conſenſus, quem animadvertere potui ſolutionum *Fraternas* inter measque; & perfectum fuiſſet omnino, ſi modo in generalitate quoque meis reſpondiſſent. Non igitur abs re puto, ſi hic paucis & omni qua poſſum modeſtia recenſuero, quid ad perfectionem omnimodam ſolutionum *Fraternarum* deſiderem.

Et quidem pag. 368. Demonſtrationem ſyntheticam affert problematis de infinitis cycloidibus; ſed pro ſimpliciſſimo dumtaxat caſu, quando ſcil. recta poſitione data verticalis eſt. Optaſſem interim generalem pro omni recta poſitione data, imo etiam pro curva, exhibuiſſet meæ ſimilem, qua non modo a puncto ad punctum iter breviſſimum cycloidem eſſe, ſed & ſimul a puncto ad lineam non tantum verticalem, non tantum rectam, ſed utcunque curvam, deſcenſum breviſſimum vel interdum longiſſimum peragi per cycloidem lineæ datæ perpendicularem, breviter, perſpicue, directe & ſynthetice demonſtro, quam omnes, quotquot ſunt quibus communicavi, ſummopere laudarunt & approbarunt; & nuper tantum Ampliſſimus & Generoſiſſimus Dn. *Dierquens* Præſes in ſuprema Curia Brabantina quæ Hagæ eſt, Vir acerrimi judicii & in his ſtudiis verſatiſſimus, una cum Filio Nobiliſſimo, Mathematico pariter ingenioſo; quemadmodum ex ipſorum literis ad me non ſine delectamento intellexi. Hæc vero mea demonſtratio ſynthetica quæ non in *Galileana* tantum, ſed in omni alia hypotheſi ſuccedit, jam initio ſtatim lucem publicam aſpexiſſet, niſi ſuaſu celeb. *Leibnitii* eam etiamnum ſuppreſſam tenerem, ut jam alibi memini me monuiſſe: eo enim tempore, quo in- Pag. 467.
cidi

Act. Erud. An. 1698. M. Octob.

cidi in problema de celerrimo deſcenſu, jam adinveni hanc demonſtrationem.

Cæterum ſi verum eſt, *Fratrem* celerrimum deſcenſum ad rectam poſitione datam non ſolum in cycloidibus ſed & in omnibus curvis ſimilibus determinare poſſe, vel potius tum temporis potuiſſe, cum hoc problema proponeret, ſcire valde geſtio, quid illa verba ſibi velint, in quæ erumpit: *Qui methodum de maximis & minimis promovere volet, tentabit. Nobis ſufficiet propoſuiſſe:* De circulis & parabolis loquens, quæ utique etiam ſunt curvæ ſimiles; qui dicit ſibi ſufficere propoſuiſſe, tantundem eſt ac diceret ſe non ſolviſſe, imo difficultate quaſi deterritum ne tentaſſe quidem. Quicquid ſit, longe majus quid præſtitiſſet, ſi ſolviſſet quoque in curvis diſſimilibus: tentet & videbit immenſam difficultatem, & vel in ſolis ellipſibus ſuper eodem axe extructis, quod jam nonnemini propoſui: meus ſolvendi modus eo pertingit. Nec minus rem ſpinis obſitam ſentiet, ſi reliqua duo exempla, quæ ſine demonſtratione ſubnectit, a circulis & curvis ſimilibus ad quasvis diſſimiles transferre voluerit.

Tranſeo jam ad ſolutiones problematum meorum in *Ephem. Gall. menſ. Aug.* 1697 propoſitorum. Quod primum concernit, conqueritur ſtatim *Frater* de ambiguitate in voce *geometrice*; cum tamen jam nemo neſciat, non mihi ſoli dudum, ſed etiam acutiſſimo *Leibnitio* imo & ipſi *Fratri*, geometricum eſſe quicquid geometrica lege peragitur, ſeu quicquid per æquationem ſive algebraicam ſive tranſcendentem determinari poteſt. Non nego, potuiſſem plane omittere hoc vocabulum, quippe quod per ſe ſubintelligitur; id tamen conſulto adjeci, ut ſimul excluderem conſtructionem quandam ſimpliciſſimam, generaliſſimam & facillimam, quam prævideram dari poſſe, ſed quæ mechanica eſt: *Extendendo ſcilicet filum per ſuperficiem convexam ab uno dato puncto ad alterum, illudque firmiter aſtringendo: capiet enim hoc pacto ſitum breviſſimum inter utrumque punctum*. Volebam itaque evitare ambiguitatem, excludendo ſtatim quod mechanicum eſt: tantum abeſt ut illam affectaverim. Videat hinc *Frater*, annon *Illuſtriſſimo Marchioni Hoſpitalio* rem forte gratiorem feciſſet, abſtinendo verbis blandiusculis (quibus viri generoſi parum delectantur) quaſi ille hoc problema ob dictam ambiguitatem neglexerit. Ipſe haud dicet, ſe neglexiſſe, imo maxime ſe ei applicuit, ut ex ipſius ejus litteris ad me datis habeo, ſed de nulla tali ambiguitate conqueſtus eſt, quia optime genuinum ſenſum problematis intellexit, quandoquidem ſe problema de ſuperficie curva in ſuperficiem planam reduxiſſe mihi ſignificavit. Quod vero ei res non omnino ex voto ceſſerit, indicium eſt, majorem in hoc negotio diffi-

Pag. 468.

difficultatem præſenſiſſe, quam ut una generali æquatione (ut *Frater* ſe feciſſe putat,) problema in omni ſua extenſione complecti liceat. Quid interim? ſi retorquerem & dicerem, Illuſtriſſimum Virum, qui pariter unius tantum problematum *Fraternorum* ſolutionem de celerrimo deſcenſu ad lineam verticalem exhibuit, alterum de Iſoperimetris ob ambiguitatem & obſcuritatem propoſitionis (ut fere neſciam an unum an plura contineat problemata) noluiſſe attingere. Act. Erud. An. 1698. M. Octob.

Ut redeam ad ſolutionem Fraternam lineæ ducendæ breviſſimæ in ſuperficie conoidea, eam legitimam agnoſco, & gaudeo Fratrem hac in parte mecum concurriſſe: ſed patiatur ut dicam, ex infinitis caſibus vix unum eſſe quem ſolverit, eumque facillimum, adeo ut immane quantum adhuc pro generali ſolutione deſideretur. Fundamentum, quo forte *Frater* uſus eſt, in eo conſiſtit, quod differentia duorum angulorum, quos facit linea quæſita cum duobus quibusve meridianis proximis in ſuperficie conoidis vel ſphæroidis ductis, debeat eſſe æqualis angulo quem comprehendunt duæ in ipſis punctis interſectionum tangentes meridianos, & in axe conoidis vel ſphæroidis concurrentes. Sed quam parum hoc eſt! valet enim vix ac ne vix quidem in conoidibus & ſphæroidibus, & quidem baſium circularium, ſed neque in his omnibus: oportet inſuper axem rectum eſſe ad baſin; at vero quot ſunt conoides, quot ſphæroides, quarum axis eſt obliquus? quot ſunt iterum quarum baſes non ſunt circulares? Vellem itaque reſtringeret verba ſua, quando dicit, *Problema in omnibus pariter conoidibus & ſphæroidibus, æque ac in cono cylindrove eſſe facillimum*, ad illas tantum quæ ſunt rectæ & circulares. Præterea ſi conſideremus multitudinem & varietatem infinitam ſuperficierum curvarum, quæ plane non ſunt conoides nec ſphæroides, fateri oportet, rem eſſe exigui momenti, quod in conoidibus & ſphæroidibus præſtitum, præ eo quod a *Fratre* præſtandum ſupereſt. Heic igitur me feciſſe aliquid puto, quod repererim viam generalem perveniendi ad æquationem pro quavis ſuperficie curva data, ſit conoidica, ſit non conoidica; quam *Fratri* indagandam relinquo, ut tempus habeat ſuam perficiendi & problemati ex aſſe ſatisfaciendi. Pag. 469.

In cono quovis obliquo, pro quo & quidem tantum recto prolixiſſimam conſtructionem exhibet, & tamen non docet, quomodo linea inventa per data duo puncta ducenda ſit, pauciſſimis verbis ſine ſchemate ita rem expedio: Ductis a duobus punctis datis ad verticem coni duabus rectis, fiant in plano duæ aliæ rectæ ipſis æquales & angulum comprehendentes æqualem angulo ſuperficiei conicæ contento duabus iſtis rectis in cono ductis: con-

Act. Erud. An. 1698. M. Octob. conjungantur recta extremitates duarum rectarum in plano, quam ſecet alia recta utcunq; ex angulo plani ducta, diſtantiam interſectionis transfer a vertice coni in ſuperficiem conicam, itaut cum prioribus rectis faciat in ſuperficie conica angulos æquales angulis quos facit cum lineis in plano ductis; dico punctum illud in quod diſtantia cadit in ſuperficie conica, fore in linea breviſſima, quæ interjacet inter duo puncta data. Suppono hic angulos ſuperficiei conicæ circa verticem comparabiles eſſe, vel æquales aſſumi poſse angulis planis: quod quomodo faciendum, jam *Barrovius* docuit.

Non eſt quod diu immorer cæteris problematum ſolutionibus: meas jam ante annum *Illuſtriſſimo Hoſpitalio* communicavi, quæ quodammodo ſimpliciores ſunt. Sed hoc monitum duntaxat cupio, quod tunc ſtatim etiam in literis ad *Dn. Marchionem* innui, me per curvas ejusdem ſpeciei non intellexiſse curvas ſimiles tantum, ſed curvas quascunque certa lege deſcriptas, ſeu ut termino *Leibnitiano* utar, *ordinatim poſitione datas:* alias ſi mens mea de ſimilibus tantum ſuiſset, id diſerte dixiſsem, quemadmodum non diu poſt feci in iisdem *Ephem. m. Decemb.* ubi pag. 463 ſeq. illas expreſse voco *curvas ſimiles & ſimiliter poſitas*. Quod autem in exemplum dederim Parabolas quæ utique ſunt curvæ ſimiles, id ipſum oſtendit quod tunc de ſimilitudine curvarum ne ſomniaverim quidem, alias certe non parabolas ſed alias curvas diſſimiles exempli loco propoſuiſsem: noſtra enim methodus Pag. 470. ad omnes ſe extendit, quacunque lege datas. Aſt tantum diſcrimen comperiet *Frater* inter ſimiles & diſſimiles curvas, ut ſi problema denuo tentare lubeat, non dubitem, quin ſit agniturus, ſe poſtquam hoc problema pro ſpeciali iſto caſu ſolvit, ne unguem latum promoviſse generaliter conceptum pro quibusvis ordinatim poſitione datis; quod quam abſtruſæ ſit indaginis patebit ipſi, ſi in probl. 4 & 5 loco parabolarum ſubſtituere velit easdem illas ellipſes, quæ in præcedentibus duobus exempli loco inſervierunt: dico exempli loco, ſolvitur enim pariter per noſtram methodum in omnibus aliis curvis.

Superſunt notanda quædam circa lineas quas vocabo Trajectorias, quæ alias ordinatim datas normaliter vel in angulo quovis dato ſeu etiam data lege variante trajiciunt. Diu adeo eſt, quod hanc materiam ſepoſuerim, quam ni fallor primus in lucem protraxi, ut difficulter in mentem revocem. Cum vero aliquot exempla proferat *Frater* curvarum algebraicarum, quæ jam quatuor abhinc annis celeberrimo *Leibnitio* in privatis ad ipſum literis ſoluta dedi: placet hic excerpere quæ tum ſcripſeram in literis d. 2. Septemb. 1694. „ Aliud jam pridem etiam mihi conſide-

„ ſideratum problema non minus elegans quam utile, ob affinitatem quam cum hiſce (*curvis alias poſitione datas tangentibus*) habet proponam: Datis nempe infinitis curvis poſitione, invenire curvam quæ omnes ad angulos rectos ſecat, vel ut Tuis verbis utar, *Lineis propoſitam normaliter ſecantibus poſitione ordinatim datis, invenire propoſitam*. Si poſitione ordinatim datæ ſint parabolæ *cujusvis gradus*, eundem axem & eundem verticem ſed parametros variabiles habentes, curva optata erit Ellipſis: ſi poſitione ordinatim datæ ſint parabolæ eædem eundem axem ſed variabiles vertices habentes, curva quæſita erit logarithmica vulgaris: ſic in quovis exemplo peculiari rem facile expedire poſſem, Tibi autem difficile non erit generales pro hoc excogitare regulas. Cæterum hoc problema inſignem uſum præſtat in determinanda curvatura radiorum lucis per medium inæqualiter denſum tranſeuntium juxta hypotheſin *Hugenii*, ſiquidem radius nihil aliud ſit quam linea undulationes ad angulos rectos ſecans. Poſſet præſens problema adhuc latius extendi, nempe ſic: *Lineis propoſitam ad angulum datum ſecantibus poſitione ordinatim datis, invenire propoſitam*, ſi lineæ datæ ſint rectæ in puncto coeuntes, curva quæſita (ceu manifeſtum eſt) erit Loxodromica plana &c. Act. Erud. An. 1698. M. Octob. Pag. 471.

Hiſce Vir ſagaciſſimus in hunc modum reſpondit, in literis ad me datis $\frac{6}{16}$ Decemb. 1694, quod lubens huc refero, ut appareat quantum & ille jam tum fecerit. „ Methodus, inquit, inveniendi curvam quæ ordinatim poſitione datis occurrat ad angulos rectos, meo judicio conſiſtit in duabus æquationibus, una continente relationem inter x, y & conſtantem quandam in curva poſitione data, ſed pro diverſis talibus ordinatim datis variabilem b; altera continente valorem ipſius $dy : dx$ in curva quæſita, expreſſum ex proprietate perpendicularium in curva poſitione data, cujus æquationis ope datur ipſius b valor per dy, dx, y, x, pro re nata; quarum duarum æquationum ope tollendo b, habetur æquatio differentialis primi gradus pro relatione inter x, & y. Sic ſi poſitione ordinatim datæ ſint parabolæ verticis communis, quarum ſemiparametri b fiet æquatio $2bx = yy$ jam ex conditione problematis, ſeu perpendicularitate ad parabolam ſit $b = -ydx : dy$, unde tollendo b fit $-2xydx = yydy$; ſeu ſummando $aa - xx = \frac{1}{2}yy$, quæ utique eſt ad ellipſin, & ſatisfaciunt Ellipſes infinitæ. Et has ordinatim poſitione datas manifeſtum eſt viciſſim a parabola unaquaque normaliter ſecari. Cæterum præclare a te notatum eſt, hoc problema uſum habere in Dioptricis, pro curvatura radii in medio continue variante: nihil potuit dici aptius, &c.

Act.Erud. An. 1698. M.Octob.

Allata ſufficiant ad oſtendendum, methodum ad æquationem perveniendi non in uno alterove tantum exemplo algebraicarum ſed in omnibus, dudum nobis fuiſſe familiarem: ſed quoniam in tranſcendentibus non ſuccedit niſi in ſimilibus, ut in cycloidibus; vel etiam in illis, quæ ad unam conſtantem reduci poſſunt, ut in logarithmicis; illam velut inſufficientem neglexi, nec quam excolerem dignatus ſum: alia itaque excogitanda erat, quæ generalis eſſet, & ad quaſcunque ordinatim poſitione datas tranſcendentes æque ac algebraicas porrigeretur. Hanc autem poſtquam acutiſs. *Leibnitius*, occaſione eorum quæ ipſi ſuper hac affinique materia communicaveram, ipſe novam differentialis calculi applicationem perutilem ſane inveniſſet, mecumque viciſſim communicaſſet, de qua hactenus nihil in publicum conſtat, hanc inquam quam optaveram methodum generalem ſecandi ordinatim poſitione datas, ſive algebraicas ſive tranſcendentes, in angulo recto ſive obliquo, invariabili ſeu data lege variabili, tandem ex voto erui, cui *Leibnitio* approbatore ne γρυ' addi poſſet ad ulteriorem perfectionem, & vel ideo tantum quod perpetuo ad æquationem deducat, in qua ſi interdum indeterminatæ ſunt inſeparabiles, methodus non ideo imperfectior eſt, non enim hujus ſed alius eſt methodi indeterminatas ſeparare. Rogamus itaque *Fratrem*, ut velit ſuas quoque vires exercere in re tanti momenti. Suſcepti laboris non pœnitebit, ſi felix ſucceſſus fructu jucundo compenſaverit; ſcio relicturum ſuum quem nunc fovet modum, qui in pauciſſimis tantum exemplis adhiberi poteſt, ut modo ſupra dixi.

Pag. 472.

Quod interim ſpectat peculiarem illum caſum, quem in *Actis* propoſui, ubi ſcilicet quæritur *Trajectoria omnes Logarithmicas ſuper eodem axe & per idem punctum ductas normaliter trajiciens:* en excerpta ex literis meis ad prælaud. *Leibnitium* jam ante biennium datis, die puta 27 Octob. 1696, quæ ſingularem exhibent ſolvendi modum per æquationem *exponentialem*, ſeu ut ego voco *percurrentem:* „ Eſto (*Fig. III*) AB axis communis omnium logarithmicarum CD, Cd ex puncto C eductarum: determinanda eſt curva Dd, omnibus CD, Cd normalis. Poſitis coordinatis AB, BD; x, y & CA, a: Concipiatur ad lubitum determinata quædam logarithmica CE, ad quam cæteræ referendæ ſunt: ſit illa facilioris calculi gratia talis; ut ipſius ſubtangens ſit æqualis ipſi CA ſeu a. Jam ex puncto quovis curvæ quæſitæ D, ductam intellige DE parallelam BA, quæ ſecet aſſumtam logarithmicam in E, ex quo ſi ducatur EF, deſignabit AF logarithmum ipſius EF, ſeu DB, ſeu y. Nunc ob normalitatem Dd ad CD erit generaliter dx. $-dy$ :: BD. BG, ſub-

Tab.VII Fig. 3.

„ ſubperpendicularem curvæ Dd, ideoque BG $= \frac{-ydy}{dx}$. Eſt autem ex proprietate logarithmicarum ſubtangens logarithmicæ CE ad ſubtangentem logarithmicæ CD, id eſt CA ad BG ut AF ad AB, quod hanc ſuppeditat proportionem $adx . -ydy :: ly . x$, unde habetur $axdx = -ylydy$; poteſt autem $-ylydy$ ſummari, prout jam olim ad Te ſcripſiſſe memini, hoc pacto Act. Erud. An. 1698. M. Octob.

„ $-ylydy = -ylydy - \frac{1}{2} yydly + \frac{1}{2} aydy$ (quia $dly = \frac{ady}{y}$) Pag. 473.

„ ſumtis itaque ſummis per partes, erit $\int -ylydy = -\frac{1}{2} yyly$

„ $+ \frac{1}{4} ayy$ & per conſequens $= \frac{1}{2} axx$, id eſt $x = y \sqrt{\frac{a - 2ly}{2a}}$.

„ Vel ſi mavis æquationem percurrentem: ſit b numerus ipſius a

„ ſeu $lb = a$, tunc erit $2yyly = yylb - 2xxlb$ adeoque y^{2yy}

„ $= b^{yy - 2xx}$ vel etiam $b^{2xx} y^{2yy} = b^{yy}$. &c.

Haud difficilius alter caſus logarithmicarum, cujus conſtructionem dat *Frater* §. 4, ad æquationem percurrentem reduci poteſt. Ut & ſi quæreretur Trajectoria normaliter ſecans omnes omnium graduum parabolas ejusdem parametri, verticis, & axis; haberetur enim pro natura curvæ $a^{yy + xx} = x^{2xx} y^{2yy}$. Quapropter vide ſis quæ ſcripſi de Exponentialibus anno ſuperiori menſe Martio.

Videamus autem, quomodo tandem *Frater* diſcurſum claudat. En expoſitis omnibus ſuis ſolutionibus & conſtructionibus, poſtremo duos caſus aliis ſolvendos proponit, quos hactenus inexploratos dicit, ſuisque adeo methodis impervios & deſperatos: ſunt autem hi. *Quæritur curva, quæ omnes parabolas ſuper eodem axe extructas, lateraque ſua recta reſpectivis verticum a puncto fixo diſtantiis æqualia habentes, ad rectos angulos trajicit*; item: *Quæritur curva, quæ parabolam aut aliam datam curvam ſuper plano ſuo circa datum punctum in orbem converſam in angulo dato ſecat*. Gaudeo mihi anſam hic dari, qua ipſius methodo ſubvenire poſſim. Ecce ſolutionem utriusque. Pro primo; ſit A punctum fixum (*Fig. IV.*) AB axis communis parabolarum BC, quarum parametri ſeu latera recta diſtantiis AB æqualia: ſuper axe BA producto fac logarithmicam FG pro arbitrio, cujus ſubtangens vocetur a: ſuper AH normali ad AB, deſcribe curvam AE cujus applicata HE (poſita abſciſſa AH $= Z$) ſit $= \int \frac{a^3 dz + 4azzdz}{aaz - 6z^3}$: quo facto agatur utcunque GE parallela ipſi AH, ſecans curvas TAB. VII Fig. 4.

Act.Erud. An. 1698. M.Octob. in G, E, & axem in D: ſume DI, quæ ſit ad DE, ut DG ad ſubtangentem logarithmicæ; ex I ducatur axi parallela IC, occurrens parabolæ deſcriptæ parametro AB æquali ipſi DG; dico punctum occurſus C fore in trajectoria quæſita CK, quæ omnes parabolas ut BC normaliter trajiciet.

Alterum, quo quæritur *Trajectoria datam quamvis curvam in*
Pag. 474. *ſuo plano circa datum punctum in gyrum verſam in dato angulo con-*
Tab. VI *ſtanter ſecans:* ita conſtruo. Sit punctum ſeu centrum rotationis
Fig. 5. C, ex quo deſcribatur circulus AGH, (*Fig. V*) aſſumaturque punctum A pro initio rotationis, ipſa vero curva data circa C rotanda ſit BF: ex cujus puncto quovis B ducatur ad C recta BC, & ad hanc normalis CD, occurrens tangenti BD in D. Vocentur radius circuli ſeu ſinus totus, a; ſinus anguli dati, b; ſinus complementi, c; CB, y; CD, r; BD, t; (nota quod r & t dentur per y) ſumatur jam arcus AG $= \int \frac{a^3ry \pm abctt}{bbtty - aay^3} dy$, & ex radio CG abſcindatur Cβ = CB; dico punctum β eſſe in trajectoria quæſita βM, quæ curvam datam BF circa C converſam in quovis ſitu $\beta\varphi$, ſecabit in angulo dato M$\beta\varphi$: qui ſi rectus ſit, conſtructio evadit ſimpliciſſima, tunc enim ſumendus eſt arcus AG $= \int \frac{ady}{r}$. Hujus demonſtrationem non addo, quoniam evidens & cuivis obvia eſt.

EX-

EXCERPTA
EX ACTIS ERUDITORUM
LIPSIENSIBUS,
ANNI 1699.

ANIMADVERSIO
AD DAVIDIS GREGORII SCHEDIASMA DE CATENARIA,

Quod habetur in Actis Eruditorum Ann. 1698. pag. 383. ſeqq.

Excerpta ex Epiſtola . . . . ad . . . .

DOctiſſimus Mathematicus David Gregorius rem ab aliis jam ante ſeptennium inventam & publice expoſitam, nempe Catenariæ naturam & primarias proprietates, ſuo quodam modo demonſtrare aggreſsus eſt in Tranſactis Philoſophicis Anglicanis menſis Auguſti 1697. pag. 633; quæ demonſtratio inde tranſlata eſt in Acta Erud. Lipſienſia Julii 1698. pag. 383. Et fieret ſane operæ pretium, ſi res licet cognita dudum, ex novo ſed ſolido principio derivaretur, quod ab acumine & doctrina

Act. Erud. An. 1699. M. Febr. Pag. 87.

Digitized by Google

Act. Erud. An. 1699. M. Febr. ctrina Auctoris expectari poterat. Neſcio quomodo tamen factum, ut principiis ab eo allatis aliquid ad ſoliditatem deſit, quod veritatis amore annotare dignum viſum eſt, ut Geometriæ ſua ſinceritas conſtet. Suffecerit autem attente conſiderare, quomodo demonſtraverit Dn. Auctor propoſitionem primam & primariam, Pag. 88. cui reliquæ ſuperſtruuntur, utemurque figura & litteris Gregorianis, ac verba ipſa fideliter ſequemur.

TAB. I. Fig. 1. Proponit ſibi catenam FAD ſuſpenſam ex duobus extremis F & D, cujus imum ſeu vertex ſit A. Deinde ſumto *d* puncto in curva proximo ipſi D, ductaque tangente TD*d* axi AB occurrente in T, & ordinatis BD, *bd*, & in hac ſumta δ*d* differentia ordinatarum, & ducta Dδ, normali ad *bd* ſeu parallela ad AB, differentia abſciſſarum; probandum ſuſcipit, eam eſſe naturam curvæ catenariæ, ut ſit δ*d* ad δD, uti conſtans quædam *a*, ad arcum catenæ AD: Hoc ut demonſtret, poſtquam quædam ex Mechanicis conſtare dixit, quæ diſtinctius enunciare atque etiam applicare operæ pretium fuiſſet, ſubjicit: *Si Dd exponat gravitatem abſolutam particulæ Dd, ut in catena æqualiter craſſa rite fit*, (id eſt, ſi gravitates partium catenæ ſint ut ipſarum longitudines) *dδ repræſentabit gravitatis partem eam quæ normaliter in Dd agit, quaque fit, ut dD, ob catenæ flexilitatem circa d mobilis, in ſitum verticalem ſe componere conetur*. Hæc vera ſunt, ſi hunc habeant Fig. 2. ſenſum: pondus ϖ, (vide figuram 2.) eſſe ad pondus D*d* ut recta *d*δ ad rectam D*d*: ſeu vim, rectæ D*d*, ubique æqualiter gravi ac mobili circa *d*, normaliter applicandam in ejus medio, ut dictam rectam in hoc ſitu ſervet, & verſus ſitum verticalem tendere impediat; adeoque & æqualem ei vi vel ponderi ϖ gravitationem ipſius rectæ D*d* qua ad ſitum illum tendit; eſſe ad abſolutam gravitatem ipſius D*d* (qua ſcilicet perpendiculariter deſcenderet, ſi libera prorſus eſſet) quemadmodum *d*δ eſt ad ipſam D*d*. Pergit Dn. Gregorius: *Adeoque ſi δ d ſive fluxio* (vel incrementum aut elementum) *ordinatæ BD conſtans ſit* (id eſt, ſi ordinata lineæ catenariæ ponatur creſcere uniformiter) *gravitatis actio in partes correſpondentes catenæ Dd normaliter exerta, etiam conſtans erit, ſeu ubique eadem*, id eſt, cujusque rectæ D*d*, ſeu portionis elementaris in catena aſſumtæ *gravitatio*, qua ſitum verticalem affectat circa punctum ſuperius *d*, ex quo ſuſpenſa eſt (ſuppoſitum immotum) gyrare conando; erit ad gravitatem abſolutam ejusdem portionis, ut conſtans quædam recta eſt ad illam ipſam portionem.

Pergit: *Exponatur hæc* (conſtans gravitationis quantitas) *per rectam a*. Sed hic apparet aliqua difficultas, nam hæc *Gravitationis* qua D*d* ſitum verticalem affectat, expoſitio vel repræſentatio

tatio facta per rectam a, quæ aſſignabilis aſſumitur vel ordinaria Act.Erud.
(quoniam infra dicitur, ipſam erga AD catenam debere eſſe in An. 1699.
ratione δd ad δD ſeu BD ad BT) concedi quidem poſset, ſi id M. Febr.
quod aſſignabilem ad eandem gravitationem habet rationem, nempe Pag. 89.
gravitas abſoluta ipſius Dd (quæ dicta eſt eſſe ad gravitationem ut Dd ad δd, ſeu ut TD ad BD) etiam exponeretur per rectam aſſignabilem. Verum id non fit, paulo ante enim gravitas illa abſoluta expoſita eſt per ipſam Dd, rectam utique infinite parvam. Alterutra ergo expoſitio rejicienda eſt, nec ſimul ſtare poſſunt. Et præterea, ſi gravitas abſoluta ipſius Dd portionis elementaris catenæ, exponenda eſſet per rectam aſſignabilem, utique gravitas ipſius catenæ ex infinitis portionibus, qualis eſt Dd, compoſitæ, non poſſet exponi per lineam aſſignabilem (ut mox fieri videtur, dum ejus pondus exprimitur per ipſam ejus curvam) ſed exponenda foret per lineam infinitæ magnitudinis. Et quid opus erat (niſi ad occaſionem propriæ deceptionis) exponere gravitationem illam per rectam conſtantem aſſignabilem a, cum expoſita jam ſit per aſſignabilem conſtantem $d\delta$ quippe quæ gravitationem ipſius Dd (ſemper eandem) repræſentat, uti Dd exponit vel repræſentat abſolutam ejus gravitatem ſemper pro magnitudine variantem; & quemadmodum mox (licet non recte) dicetur, vim ſecundum directionem Dd exponi per inaſſignabilem Dδ.

Pergamus cum Dn. Auctore: *Porro* (inquit) *ex ſupra citato Lemmate Mechanico, Dδ ſive fluxio Axeos AB exponet vim ſecundum directionem ipſius dD, quæ priori conatui lineæ gravis dD ad componendum ſe in ſitum verticalem æquipolleat, eumque impedire poſſit*. Non ſatis apparet ex verbis Auctoris vel ſenſus illius Lemmatis mechanici, vel applicatio, ut quod hic affirmatur, inde duci poſſit. Sed aliunde ſatis apparet, aliquid erronei ſubeſſe oportere. Nam quæ hic affertur repræſentatio vel expoſitio, cæteris poſitis admitti nou poteſt. Quoniam enim pondus abſolutum ipſius rectæ gravis Dd exponitur per ipſam rectam Dd, ut ſupra a Domino Auctore eſt aſſumtum, atque adeo pondus π normaliter ad Dd applicatum, (quod æquat gravitationem ipſius Dd ſitum verticalem affectantis,) exponitur per rectam $d\delta$, ſeu eſt ad gravitatem abſolutam ipſius Dd, ut $d\delta$ ad Dd; ideo his poſitis ajo pondus Z ſeu vim, quæ ſecundum ipſius Dd directionem impediat gyrationem ſeu affectationem ſitus verticalis, non poſſe repræ-
ſentari vel exponi per rectam Dδ; pondus enim Z debere eſſe in- Pag. 90.
finitum; cum quantumcunque ſit, modo finitæ ſit magnitudinis, trahendo in directione ipſa Dd non poſſit retinere Dd in ſitu præſenti, ut jam ab aliis eſt oſtenſum. Nempe puncto D ſemper non-

nihil

Act.Erud. An. 1699. M. Febr. nihil deſcendente fiet in D angulus aliquis ipſius *d*D cum filo per quod pondus Z ſuam tractionem exercet; isque tanto magis obtuſus ſeu ad rectam accedens, quanto majus eſt pondus Z.

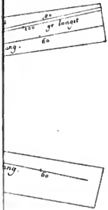
Pergit: *Hæc vero vis oritur a linea gravi DA ſecundum directionem Dd trahente*. Hoc verum eſt, ſed objectionem noſtram confirmat. Nam pondus lineæ DA vel *d*A, eſt infinitum comparatione ponderis ipſius rectæ D*d*, quæ non eſt niſi infinite parva portio ipſius *d*A. Cum ergo gravitas abſoluta ſeu pondus ipſius elementaris rectæ D*d* exponatur per ipſam rectam D*d*; pondus autem ϖ ſit ad ipſum pondus rectæ D*d* ut *d*δ ad D*d*, erit & ipſum pondus ϖ infinite parvum. Sed pondus Z, cum ex Auctoris ſententia oriatur ex ipſius catenæ DA pondere, quæ infinities continet D*d*, utique infinitum erit reſpectu ipſorum ponderum D*d* & ϖ, adeoque per Dδ exponi nequit, ſeu non poteſt eſſe ad pondera D*d* & ϖ, ut recta Dδ ad rectas D*d* & *d*δ.

Eſtque proinde (pergit) *cæteris manentibus lineæ DA proportionalis*. Ne hoc quidem ſequitur, ſi quidem ſenſus eſt, pondus Z quod retinet rectam D*d* in ſitu ſuo, directione D*d*, eſſe ad pondera D*d* & ϖ ut linea catenæ DA ſe habet ad ipſas lineas pondera D*d* & ϖ exponentes vel repræſentantes. Oſtendendum ſcilicet foret, gravitationem catenæ DA qua trahit D*d* in directione *d*D, abſolutæ ipſius gravitati eſſe æqualem, ſeu eſſe eandem, qua traheret, ſi ſuſpenſa eſſet in T quod non admittetur.

Concludit tandem Dn. Auctor his verbis: *Eſt igitur δd fluxio ordinatæ ad δD fluxionem abſciſſæ, ſicut conſtans recta a ad DA curvam*. Vera eſt concluſio, ſed nihil minus quam probata, & mirum eſt, quam multis opus fuerit aſſumptis erroneis, ut tandem veritas prodiret. Nam, ut cætera taceam, nunc oportuit ponderis infinite parvi ϖ rationem ad pondus infinite parvum D*d* exponi per rectæ ordinariæ *a* rationem ad rectam infinite parvam D*d*; nunc contra oportuit ponderis ordinarii Z rationem ad pondus infinite parvum D*d* exponi per rationem rectæ infinite parvæ Dδ ad rectam itidem infinite parvam D*d*, ut tan-
Pag. 91. dem deſtruentibus ſeſe erroribus, perveniretur ad modum apparenter concludendi, eſſe duas lineas infinite parvas δ*d*, δD ut duas lineas ordinarias *a* & DA. Abuſus expoſitionis inaſſignabilium per aſſignabilia (alias permiſsæ & utilis) itemque theorematis mechanici, ut alia taceam, ſub ſpecie ſucceſsus blandiente fefellerunt. Credibile eſt, ipſum doctiſſimum Gregorium hoc poſterioribus cogitationibus ingenue agniturum; aut ſi adhuc dubitat, conſulto ſaltem Celeberrimo Newtono, cujus methodum ſequi profitetur, eſse crediturum.

JAC.

1.5.110 ~425 A



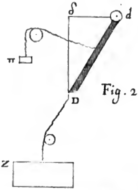
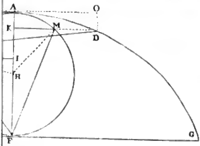
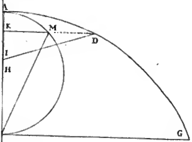


Fig. 2.





Google

Digitized by Google

JAC. BERNOULLII CIRCINUS PROPORTIONUM NAUTICUS

Act. Erud. An. 1699. M. Febr.

Scala Loxodromica inſtructus, bujusque fabrica mire facilis.

GEometræ Problema de invenienda longitudine puncti in Loxodromia ex ejus data latitudine, eo quod tranſcendens eſſe & a ſummis ſecantium dependere animadverterent, haud aliter quam approximando ſolvere ſunt aſſueti, adhibitis eum in finem Mappis quibusdam ſeu Tabulis, quas *Latitudinum creſcentium* vocant, ex additione plurium ſecantium ſatis operoſe conſtructis. Solus hactenus rem accurate confecit omni ſcientiarum laude cumulatiſſimus Vir Dn. Leibnitius, ſed calculi laborem non ſuſtulit, Problemate quippe ad Logarithmos ſinum verſorum nondum ſupputatos redacto. Vid. *Act. Lipſ. 1691. m. April. pag. 267.* Data nuper occaſione, cum Poſitionibus quibusdam de Seriebus infinitis conſcribillandis occuparer, in modum incidi conſequendi quæſitum abſque ullo labore; animadverti enim, Scalam Loxodromicam in Logarithmorum quæ vulgo proſtant Tabulis ita jam paratam haberi, ut inde non tam calculo erui, quam exſcribi ſolummodo opus habeat. Modus talis: Notentur in columna A arcus Latitudinum ſeu partes quadrantis ordine per ſingulos gradus graduumve minutias a o ad 90° (ſufficit in adjuncto laterculo rem exhibere in denis gradibus.) His in col. B reſpondeant totidem partes ſemiquadrantis a 45° ad 90° differentiis progredientes, quæ ſint ſemiſſes differentiarum columnæ A. Horum poſteriorum arcuum exſcribantur in col. C. Tangentes Artificiales, demto a ſingulis Logarithmo ſinus totius; quo pacto parata erit Tabella, ſignificabuntque primæ ad ſiniſtram notæ numerum col. C, gradus longitudinum integros, & quinque reliquæ ad dextram punctulis diſcretæ graduum partes centies milleſimas. Reſpicit autem hæc Tabella primario Loxodromiam, cujus angulus cum meridianis eſt 27°. 9'. 42", ſed aliis interim quibuslibet Loxodromiis, fa-

Tab. I. Fig. 3.

Pag. 92.

A Gr. latit.	B	C Gr. longit.
0	45	0
10	50	7. 61865
20	55	15. 47732
30	60	23. 85606
40	65	33. 13275
50	70	43. 89341
60	75	57. 19475
70	80	75. 36812
80	85	105. 80482
90	90	Infin.

Act.Erud. An. 1699. M. Febr. cile accommodabitur, ſi fiat, ut 7579869 tangens anguli prædicti ad tangentem dati alterius cujusvis anguli Rumbici, ſic longitudo e regione datæ latitudinis in Tabula reperta ad longitudinem quæſitam. Ut vero & hujus operationis moleſtia leventur imperiti Nautæ, poterit ex iſta Tabella Scala confici, eaque poſthac cum linea Tangentium Circinis Proportionum inſculpi, hoc fere modo: Linea partium æqualium repræſentet gradus longitudinum eorumque partes; huic adjungatur alia, ſi lubet, parallela, quæ gradus latitudinum comprehendat, & cujus diviſiones ſic inſtituantur, ut decimus gradus latitud. reſpondeat 7. 61865 gradui longit. viceſimus latit. 15. 47732 gr. longit. & ita conſequenter, prout ex latereulo apparet. Tandem etiam in utrumque Inſtrumenti crus projiciatur Scala Tangentium cum ſuis diviſionibus, ejusque locus, qui incidit in 37°. 9'. 42" aſteriſmo notetur. Uſus hujus Circini Proportionum talis: Sit ex. gratia, inſtituta veliſicatio in Rumbo quinto, hoc eſt in angulo 56°. 15', a 20 latitudinis parallelo ad uſque quadrageſimum, & quæratur longitudinis evariatio: Sumo in Scala Latitudinum intervallum inter 20 & 40, illudque diductis, quantum ſatis eſt, Inſtrumenti cruribus in Linea Tangentium aſterismis applico; mox in hac Linea diſtantiam accipio inter num. 56°. 15' utriusque cruris, eamque in Lineam partium æqualium transfero; in qua ſic abſcindet optatam longitudinum differentiam, quæ eſt 38. 85973 ſeu 34°. 51'. 35". Poteſt vero etiam eadem facilitate converſum Problematis hujus expediri, & ope talis circini Proportionis ex datis latitudinibus & longitudinibus duorum locorum inveniri angulus Rumbi, & ſi quæ ſolent alia his affinia inter Nautas Problemata agitari; unde vix aliud ſimplicius & ad praxin accommodatius adminiculum in uſum horum hominum excogitari poſſe, facile quis ſibi perſuadeat.

Pag. 93.

REME-

Digitized by Google

REMEDIUM CONTRA MORSUM ANIMANTIUM RABIDORUM, longo uſu comprobatum;

Act. Erud. An. 1699. M. Martii. Pag. 111.

Excerptum ex litteris Dn. GEORGII DAMPIER, *quæ cum annotatione D. Sloane extant in Tranſactis Philoſophicis Anglicanis, menſe Februario, 1698. p. 49. ſeq.*

Lichen cinereus terreſtris, deſcriptus a Dn. Rajo in Hiſtoria Plantarum pag. 117, exſiccetur & in pulverem ſubtiliſſimum redigatur, eique tantundem piperis ſubtiliſſime contriti admiſceatur, & ad uſum ſervetur. Si cani exhibendum hoc remedium, ex aure ejus ſanguis prius detrahendus eſt, deinde canis probe abluendus, atque a paſtu cohibendus totam noctem, aut maximam diei partem, antequam ei propinetur, mixtum lacti aut juſculo tepido. Si pecus aliquod admorſum fuerit, ſanguis etiam mittendus eſt, idque probe abluendum; doſis autem magnitudini aut viribus ejus eſt attemperanda. Hominibus tandem propinandum eſt remedium poſt ſanguinis miſſionem factam, & ablutionem faciei aut manuum vel partis læſæ. Expedit etiam ut veſtes, quibus indutus fuit admorſus, laventur. Doſis unica eſt ℈ IV, aſſumenda mane jejunis, duobus aut tribus diebus ſe conſequentibus.

OBSERVATIONES SINENSES,

Pag. 112.

Communicatæ a D. J. CASSINI *Acad. Reg. Par. Socio.*

Tranſcriptæ ex Tranſactis Philoſoph. Anglic. m. Febr. 1698. p. 53. ſeq.

Miſſum eſt nuper a Patribus Societatis JESU, in Regia Pekinenſi domicilium habentibus, exemplar nonnullarum obſervationum ibi habitarum, ad ſitum illius Urbis determinandum conferentium.

Ex altitudine meridiana maxima ſtellæ polaris, obſervata die 31. Decembris 1694, correcto inſtrumento, graduum 42. 16. 50″.

 Suppoſita refractione 1′. 17″. & diſtantia ſtellæ polaris a polo tunc temporis gr. 2. 19′. 57″. eruitur altitudo poli gr. 39. 54. 56.

Ex ejusdem ſtellæ polaris altitudine meridiana minima obſervata diebus 7, 8, 13 Maii, 1695 correcto inſtrumento, graduum 37. 36. 40″. Suppoſita Refractione 1′. 28″. & diſtantia ſtellæ polaris a polo gr. 2. 19. 50. eruitur altitudo poli gr. 39. 55. 2.

Neglecta Refractione altitudo maxima ſtellæ polaris, deducta ex obſervatione 31 Decembris præcedentis, fuiſſet ſub initium Maii grad.	42. 16. 43
Et altitudo ejusdem minima tunc fuit gr.	37. 36. 40
Quare differentia altitudinum	4. 40. 3
Et diſtantia ſtellæ polaris a polo	2. 20. 1
Et altitudo poli apparens	39. 56. 41
Ad hanc altitudinem apparentem refractio ex mea Tabula eſt	1. 10
Quare altitudo poli in Regia Pekinenſi	39. 55. 30

Plures aliæ obſervationes altitudinum meridianarum ſtellarum fixarum in hunc uſum habitæ ſunt; ſed hæ mihi videntur omnibus præferendæ.

Pro longitudine Pekinenſis Urbis obſervatæ ſunt plures immerſiones primi Jovis ſatellitis in Jovis Umbram, ex quibus ſelegi quæ habita eſt die 18. Januarii, 1695, Teleſcopio pedum duodecim.

Eo die obſervata eſt immerſio primi Jovis ſatellitis in Jovis Umbram, facta correctione horologii, h. 12. 51. 14.

Pag. 113. *Tabulæ noſtræ eo die hanc immerſionem repræſentant h. 5. 18. 49. Obſervationes autem eodem menſe habitæ in obſervatorio Regio Pariſienſi oſtendunt, Tabulas retardaſſe tunc temporis minutis horariis 2′. 30″.*

Quare fuit illa immerſio Pariſiis h. 5. 16. 19.

Itaque differentia meridianorum

Inter Pekinum & Urbem Pariſienſem erit h. 7. 34. 55.

Cum autem ex aliis obſervationibus olim deducta fuerit eadem meridianorum differentia h. 7. 36′. ſumi poterit h. 7. 35 ½.

DE MOTU STOMACHI PERISTALTICO OBSERVATIO IN CANE faƈta a Dn. CHRISTOPHORO PITT.

Act. Erud. An. 1699. M. Mart.

Tranſlata ex Tranſactis Anglic. menſ. Aug. An. 1698. *pag.* 278. *ſeqq.*

QUamvis Anatomici in deſcriptione corporis humani de motu ſtomachi nonnunquam mentionem faciant, (v.g. de vomitu agentes, & derivatione ciborum in ventriculo digeſtorum in inteſtina) quoniam tamen non exhibent ejus particularem deſcriptionem ex autopſia petitam, ſpero mihi vitio verſum non iri, ſi prout mihi comparuit in diſſectione canis, m. Julio 1685 eundem hic delineem.

In hoc cane obſervavi, periſtalticum motum inteſtinorum continuari per ſtomachum, & pylorum (qui alias in canibus apertis in eadem altitudine cum diaphragmate apparet) in quavis agitatione infra ipſum ſtomachi fundum deſcendere. Manifeſte quoque obſervare poteram conſtrictionem in medio ſtomachi, quæ in quavis motione deorſum facta illum introrſum cogebat, ut comprimeretur, quod in cavitate hærebat ventriculi. Atque hi motus tam regulares ac ordinati erant, quam illi quos alias in inteſtinis obſervavi, & diu ſatis continuabantur, ut eo diligentius potuerim obſervationes meas facere.

Vidi autem præterea hos motus ſtomachi in duobus aut tribus, quos ab illo tempore ſecui, canibus, ut ſatis ſecure concludi poſſit, id quod aſſerui, in omnibus verum eſſe.

Rationem autem, cur tam diu & manifeſte in primo cane motus ille apparuerit, hanc eſſe reor, quod ſtomachi extreme repleti fibræ aliquo modo extendebantur, & (quod ſolemne eſt omnibus iſtis corporibus) conabantur ſua motione ſe in priſtinum ſtatum reſtituere; facileque crediderim, hanc eſſe unam ex præcipuis cauſis motus ſtomachi & inteſtinorum, & raro illa moveri, niſi cum a cibis, quibus repleta, diſtenduntur. Non auſim tamen tales facere deductiones, donec plura tentamina rei veritatem aut falſitatem confirmaverint. Pag. 114.

Motus autem ſtomachi hoc modo ſe habens, rationem nobis ſuppeditat celeritatis in diſtributione alimentorum clariorem, quam apud ullum Auctorem reperi. Vix enim cibus ſolvitur a ſaliva & liquore hauſto, cum ſtatim liberum habet in inteſtina propter deſcenſum pylori motum, qui ſemper quaſi pleno fit flumine, ob compreſſionem quæ in medio fit ſtomachi.

EX-

Act. Erud. An. 1699. M. April. Pag. 176.

EXCERPTA EX EPISTOLA

Die 15 Febr. A. 1699. a Cive Atlantico (ſub quo nomine Auctor ejus latere voluit) ad Actorum Eruditorum Collectores data.

Quin mecum fateamini, *Problemata de Rectificandis & Quadrandis Lineis & Spatiis Curvis*, digna eſſe, quæ omnino
Pag. 177. accuratius a Mathematicis conſiderentur, & abſolutius tractentur, nullus plane dubito; confectis enim illis, multa præclara in rem cedunt Mathematicam, egregie provehuntur fines ſcientiæ humanæ, & eo quidem laudabilius, quod ante ſemiſeculum inter impoſſibilia recenſitum ſit, vel unicam Curvam rectæ cuidam æqualem aſſignare: neque hic præclari Mathematici ſubſtiterunt, ſed ea ne quidem ab humano ingenio inveniri poſſe, aperte litteris conſignarunt. Fuerunt tamen nonnulli, qui felicius rem tentando, varias Curvas in rectam diducere ſtuduerunt, atque rotunda quadratis æquarunt. Monitus autem ab amico, ut laudatiſſima veſtra Acta, Viri honoratiſſimi, perluſtrarem, me ibidem inventurum ratus, quod animum veri cupidum ſatiaret; illa quidem obiter inſpiciendi dabatur facultas, ac tandem in Actis anni 97. ingenuam Clar. Dn. Joh. Bernoulli confeſſionem perlegi, quæ Dn. D. T. alloquens ita ſonat:

Ardenter quoque deſideramus publicationem methodi univerſalis, cujus ſe compotem dicit art. III, in qualibet Curva, data portione ejusdem, aliam ſemper aſſignandi, quæ datam rationem habeat ad priorem. Quinimo totum Mathematicorum orbem ſibi obſtringet, & æternam laudem merebitur, ſi dabit demonſtrationem ſpeciminis, quod ibidem exhibuit, pro aſſignandis in Curva parabolica portionibus, in data ratione. Miror Celeb. Auctorem, pro perſpicacitate ſua non animadvertiſſe, quod hoc ſpecimen longe plus in receſſu habeat, quam adparet. Det enim mihi demonſtrationem conſtructionis ſuæ, & ego ipſi dabo quadraturam Hyperbolæ, & proinde rectificationem Curvæ Parabolicæ Geometricam; in qua indaganda, omnes quotquot exſtiterunt Mathematici hactenus FRUSTRA deſudarunt.

Mirum autem mihi videtur, quadraturam Hyperbolæ, & inde ſequentem rectificationem lineæ Parabolicæ, a tantis Viris, interiorem Matheſin excolentibus, per ſummationes, differentiationes, infiniteſimalisque calculi tormenta, hactenus inveniri non potuiſſe, cum per vulgarem Algebram & Ampliſs. Dn. Huddenii Methodum de Tangentibus, omnia iſta quaſi ſponte fluant, nul-

laque

laque ſit linea Geometrica, quæ tandem vel rectificari; & nullum ſpatium tale, quod non quadrari poſſit. Non diffiteor equidem, ſi mihi pateret methodus iſta infiniteſimalis, quin forte citius, & minore cum labore, hac in re progredi liceret, ſed cum illam profundiſſime ignorem, trita via incedere cogor; quæ quidem in quatuor primis Curvis, vid. Circulo, Ellipſi, Parabola & Hyperbola, atque in nonnullis Paraboloidibus ſuperiorum generum, compendioſe ſatis, & fere ſine ullo labore perficiuntur; in aliis autem non item. Verum de hiſce forte alias. Act.Erud. An. 1699. M. April. Pag. 178.

Ad calculum autem revocando bina Heuratii exempla, unum de parabola Cubicali, cujus characteriſtica eſt $ayy = x^3$; alterum Parabola, cujus ſymptoma $ay = xx$: Primam Curvam, ope parabolæ in rectam diduxit; Parabolam vero, ob reſultantem ipſius $ZZ = 4xx + aa$ æquationem hyperbolicam rectificare nequivit. Ego proprias machinas admovendo inveni, fieri poſſe, ut linea GHIKL (ad ſchema, & literas Heuratii hæc accommodata ſunt) modo fiat Parabola, modo Hyperbola, uti Heuratius invenit; modo Hyberbola Cubica intra vel extra Aſymptotos; modo Hyperbola 5, 6, 7 &c. dimenſionum, & ſic porro in infinitum: ſed &, quod notatu dignum videtur, linea GHIKL, tranſit in lineam rectam, adeo ut Curva Paraboloidis Cubicalis primi exempli, etiam ſine adminiculo quadraturæ Parabolæ, rectificari poſſit.

Sin ſecundo ABCDE fuerit Curva Parabolæ primæ ſeu vulgaris, non ſolum linea GHIKL poterit eſſe Hyperbola, ſed etiam Parabola Hyperbolæ diverſi generis, tam intra quam extra Aſymptotos, ac denique etiam linea recta, non ſecus ac in primo exemplo. Quare prout ope harum duarum Curvarum innumeræ figuræ complanantur; ſic ope quadraturæ Parabolæ, vel etiam quia GHIKL etiam recta eſſe poteſt, beneficio rectanguli AGHIKLF rectificari poterit. Rectificata vero linea parabolica, Hyperbola quadrabitur. Idem de Curva prima ſubſumendum.

Aliunde autem certum eſt, lineam Circularem beneficio Hyperbolæ vulgaris rectificari poſſe, quippe cum ex hactenus dictis Hyperbolæ quadratura ſit in poteſtate, etiam longitudo lineæ Circularis cognita erit, hac autem cognita, etiam Circuli quadratura prodit; quæque ex Hyperbolæ quadratura, etiam vi theorematis mihi noti, quadratura Circuli dependeat. Et quidem hæc ea ſunt, quæ ex rectificatione Curvæ Parabolicæ & Curvæ Paraboloidis Cubici conſequuntur.

Supereſſet autem, ut etiam de rectificatione Circularis lineæ *per ſe*

Act.Erud. An. 1699. M. April. Pag. 179. *per ſe* aliquid dicerem; nam etiam Circulo conjugari poteſt linea Parabolica adeo ut ſuperficies AGHIKLF quadrari, proindeque etiam Circuli linea, vel integer quadrans, aut ſemicirculus, vel pars quædam prout libuerit rectificetur; verum omnia dicere hac vice in me non ſuſcepi; ſufficiat notaſſe etiam Ellipſi ac Hyperbolæ lineam parabolicam conjugari poſſe, cujus opera tam Ellipſis quam Hyperbolæ Curva rectæ lineæ æquantur. Sed & eadem opera aliæ complures lineæ, ex Ellipſi, Circulo & Hyperbola principia ſua mutuantes, quadrantur.

Non autem inde ſequitur, omnibus Curvis parabolam conjugari vel ſubtendi poſſe; etenim ſi rectificetur Parabola Cubica altera, cujus natura eſt $aay = x^3$, modo a me uſitato, nullam adhuc invenire potui æquationem, Parabolæ naturam indigitantem, non quod putem, id plane impoſſibile eſſe (ſecus enim quam aliqui ſolent ſentio, qui ſi res juxta hypotheſes aſſumtas non ſucdat, id protinus pro impoſſibili pronunciant, cum tamen inde nihil aliud mihi ſequi videatur, quam inſufficientia Hypotheſium, quæ ſi forte aliter inſtituerentur, poſſibilia evaderent, quæ antea ceu impoſſibilia declarata fuere) nihilo tamen ſecius rectificari poterit: vel enim ex antea inventis Hyperbola conjugata Curvæ expoſitæ Paraboloidis Cubici quadratur, & ſic Curva rectificatur, vel ſi hoc modo uti pigeat, per rectangulum idem obtineri poterit, tranſit namque linea GHIKL etiam hac in Curva in lineam rectam, vel etiam in triangulum; adeo ut ſuperficies AGHIKLF trapezii formam induat.

Et quamvis hæc de Curvarum rectificatione, & ſpatiorum quadratura, utilia valde mihi videantur, non ſolum quia variis modis fieri poſſunt, ſed etiam maxime ob id, quia abſque concatenatione propoſitionum, aut præſtructione Lemmatum, omnia iſta abſolvuntur; non minus tamen ſequentia mecum valde proficua reputo, *Conſtructionem* nempe *quorumcunque problematum, per ſolos Circulos, ſolaſve Parabolas, Hyperbolas, & Ellipſes, atque linearum rectarum interſectione:* nec non æquationum reductiones, in ſimplicioribus terminis, quam fecit Ampl. D. Huddenius: de his autem diſtinctius agere, nimis prolixum requiret ſpatium; ſed ne in abſtractis hiſce ſcriptionis filum abrumpam, de *Generatione, germinatione & propagatione Viſci*, cujus hiſtoria a Scaligero denſis tenebris involuta huc uſque Botanicorum mentes torſit, ut veritatem a Veteribus traditam omnino deſeruerint. Verum cum plus mille experimentis & oculari inſpectione ac manuali opera, a viginti fere annis plantæ hujus phænomena ob-

Pag. 180. ſervaverim, Scaligeri cornua ſunt reſecanda; Malpighii muſcæ abigendæ; centenarius annorum curſus, ad Viſci ploratum requiſitus,

ſitus, explodendus, & denique magni Verulamii modus producendi Viſcum, nullitatis (ut ita dicam) arguendus, plantam hanc natalibus ſuis ita reſtituendo, ut quid veri, vel ſecus in veterum ſententia ſubſit, oculari inſpectioni ſubjiciatur.

Hæc & ſimilia ſi digno modo tractari deberent, non epiſtolam, ſed ſcriptum ſatis prolixum requirerent, a quo cum genius meus valde abhorreat, hac via ulterius progredi nolui; ſic enim cavere volui, ne ſi alii hæcce jam invenerint, ego vobis, Viri omnium ordinum honoratiſſimi, ſim tædio; ſin ſecus, ne alius ſe priorem hæcce vidiſſe aſſerere præſumat; veſtigia enim me terrent Heuraiii, qui inventum ſuum adeo præclarum vix orbi literato communicavit, cum præſto fuerunt alii, qui inventionis gloriam ad ſe rapere anniſi ſunt. Unicum hoc ut moneam reſtat, me ſtudio nomen meum non adpoſuiſſe, cum ſic liberius agere me potuiſſe putaverim, nec nomen pondus aliquod addat; Geometrica ſunt, adeoque robur ex demonſtratione, non ex nomine pendet. Quod Viſci generationem attinet, res eſt facti, adeoque experimentis, ac oculari inſpectione, non ex nomine eſt dijudicanda. Nec tamen uſque adeo obſcurum eſt, quin Viris aliquot ex primariis, nominatim Celeberrimo Leibnitio aliquatenus cognitum ſit, cui ſi hi conatus non diſplicuerint, pluribus aliis non diſpliciturος confido. Hiſce, Viri omnium ordinum honoratiſſimi, valete, & eum qui vos decenter reveretur, amate; ſalutati d. 15. Febr. 1699.

Dum hæc ſcribo, commodum ea quæ de hypotheſium validitate dixi, obvenit dicendum; ex hypotheſibus meis in rectificanda linea Parabolica, Parabolæ nullam potui conjugare Ellipſin vel Circulum, ita ut fere impoſſibilitatem, ex hiſce hypotheſibus, quæ ſatis ſunt ſimplices & univerſales, concluſerim; rem autem tentando, & Ellipſin & Circulum conjugari poſſe, deprehendi, cadit enim punctum I ſeu omnes MI etiam in Circulum vel Ellipſin, cujus latus transverſum $= \frac{1}{4} a \sqrt[\prime\prime]{129}$, rectum $\frac{bb}{2a} \sqrt[\prime\prime]{129}$. Semidiameter vero Circuli $= \frac{1}{8} a \sqrt[\prime\prime]{129}$ & diameter ut in Ellipſi $= \frac{1}{4} a \sqrt[\prime\prime]{129}$.

Act. Erud. An. 1699. M. April. Pag. 181.

DETECTIO & OBSERVATIO COMETÆ, Facta menſe Septembri A. 1698. in Obſervatorio Regio, a Dn. DE LA HIRE, Mathematum Lectore & Profeſs. Regio, & Academiæ Regiæ Scientiarum Socio.

Tranſlata ex Diario Eruditorum Pariſienſi XXXVIII, A. 1698, pag. 453. ſeq.

DIE menſis Septembris ſecundo labentis anni obſervavi noctu circa horam decimam in conſtellatione Caſſiopeæ Cometam. Diſtabat is a ſtella per lit. *x* a Bayero notata quinta parte ſpatii, quod inter *x* & *β* intercedit; & erat cum memoratis his duabus ſtellis in eadem linea recta. Gerebat ſpeciem ſtellæ cujuſdam nebuloſæ; exiguo capite, & quantitate ſtellam tertiæ magnitudinis propemodum æquante, caudaque valde brevi. Inſequenti die cœlum nubibus fuit obductum.

Die vero quarto, h. 10 noctis obſervavi eum in medio ſtellarum, quæ in conſtellatione Cephei per *j* & *ξ* denotatæ ſunt, & cum iisdem lineam rectam conſtituebat; ut bidui proinde ſpatio motu ſuo proprio abſolverit 13 gr. 20 min. videbaturque aliquanto major, quam in prima obſervatione. Oſtendi eum tunc Aſtronomis noſtris, qui ipſum ante non viderant.

Sexto die h. 4 matutina conſpiciebatur prope duas ſtellas *θ* & *n*, in manu Cephei, cum quibus efformabat triangulum Iſoſceles, cujus vertex loca præcedentium obſervationum reſpiciebat, atque a baſi trianguli min. 45 diſtabat. Et creverat tum quoque ejus, ut & caudæ magnitudo; eodem vero die h. 8, min. 45 noctis aberat a loco obſervationis die quarto noctu inſtitutæ 17. grad. 20. min. eratque cum primis ſtellis in eadem linea recta, quod erat indicio, multo eum celerius, quam ſub initium, progredi. Sed & aucta nonnihil ejus magnitudo erat, unde colligi poſſet, eum propius abſuiſſe a terra, quam primarum obſervationum tempore.

Die 7, hor. 7, min. 50, veſperi conſpiciebatur ſub extremam fere partem alæ Cygni, poſteaquam inde ab elapſo ſuperiori die 9 gr. 50 min. abſolverat curſu ſuo, per lineam rectam ſemper continuato, ſeu per ingentem circulum ſupra ſtellas fixas conſpicuum;
Pag. 182. & videbatur tum quoque concitatius moveri, quam præcedenti die.

Die 9, hor. 7, min. 55, erat in linea recta cum duabus ſtellis Herculis, quæ in ejus tibia a Bayero literis *θ* & *f* ſignatæ ſunt, propior tamen ſtellæ *f* quam *θ*. Abſolverat illo tempore inde ab ulti-

ultima obſervatione 19 gr. 10 min. ſic ut dici queat, ipſum terræ citimum fuiſſe noctu inter ſeptimam & octavam. Apparebat tunc veluti ſtella ſecundæ magnitudinis, obſcurus, exigua cauda, & Soli continuo obverſa, capiteque ſatis tenebricoſo. Act. Erud. An. 1699. M. April.

Die 10, h. 8, m. 5, noct. percurrerat a tempore præcedentis obſervationis 8 gr. 30 m.

Die 11, h. 7, m. 35, ſejunctus erat a loco obſervationis d. 10 inſtitutæ 7 gr. 30 min. quod indicat tardius eum proceſſiſſe, quam præcedentibus diebus; quemadmodum & magnitudo ipſius decreſcere incipiebat.

Die 13, h. 8, m. 10, conſpiciebatur in capite Herculis prope quatuor exiguas ſtellulas, quæ niſi oculo armato aſpectabiles non ſunt; & confecerat ſuo curſu a tempore obſervationis proximæ 12 gr. 30 min. Et ad id tempus uſque viſus eſt continuo moveri per magnum ſupra ſtellas fixas circulum, eratque emenſus inde ab obſervatione die 2 menſis facta 88 gr. 10 min.

Die 15, h. 8, m. 10, aberat a loco obſervationis præcedentis 9 gr. receſſerat etiam a recta via, quam ſemper tenuerat, 40 m. verſus meridiem reſpectu motus ſui.

Die 16, h. 8, m. 45, nonniſi 3 gr. ab ultimæ obſervationis tempore abſolverat, & diſtabat a recta priſtinæ viæ ſuæ linea fere integro gradu. Erat tunc valde exiguus, & apparebat inter ſtellas, quæ clavam Herculis conſtituunt, quarum tamen collocatio, prout in Bayero habetur, non omnino videtur exacta.

Die 24, h. 8, noct. obſervavi eum etiam prope duas ſtellulas informes, quæ ſupra pedem ſcorpionis exiſtunt, & aberat a proximæ obſervationis loco 13 gr. a prima autem via 10 gr. 45 min. Erat eo tempore valde exilis, & ſimul aeris intemperies cum crepuſculo, quod ingruebat, diutius eundem obſervare prohibuit.

Quod ſi in diſſitis longe terris obſervationes circa hanc rem inſtitutæ ſunt, poterunt inde quædam cognoſci, haud inutilia in Aſtronomia; ſed enim difficile eſt, hujus generis Cometas detegere, niſi quis ſedulus obſervator cœlo immineat. Quod vero motum hujus Cometæ attinet, dici poteſt in genere, eum percurriſſe circulum, cujus planum fuerit paululum inclinatum ad lineam rectam, a terra ad ipſum uſque productam; & quinto is die verſus hor. 5 matutinam quam proxime acceſſit ad Polum Mundi ſeptentrionalem, a quo diſtabat 26 gr. Ope obſervationum harum facile erit, in globis, aut mappis cœleſtibus ejus viam deſignare, & ſimul longitudinem ipſius & latitudinem in quocunque ſitu determinare. Pag. 183.

Act.Erud. An. 1699. M. Julii. Pag. 316.

CYCLOIDIS PRIMARIÆ

Segmenta innumera Quadraturam recipientia;

aliorumque ejuſdem ſpatiorum quadrabilium Determinatio: poſt varias illius fortunas nunc primum detecta
a JOH. BERNOULLIO.

PRæciſe centum ſunt anni (anno nimirum 1599, uti Auctor eſt *Torricellius*) quod inſignis hæc Curva *Galilæo* primum fuerit conſiderata, & ab eo Cycloidis nomen acceptum in hunc uſque diem geſſerit. Poſtea *Merſennus*, cui primam inventionem vindicant Galli, hoc velut pomum Eridos in turbam projecit; cui certatim & ſumma animi contentione ſe accinxere præſtantiſſimi illius temporis Geometræ, *Torricellius*, *Lalovera*, *Robervallius*, *Carteſius*, alii: unde, ut fieri ſolet, tot accenſæ ſunt lites, *Torricellium* inter præſertim & *Robervallium*, qui præ aliis primarum Cycloidis proprietatum primi inventoris titulum ambientes, & ægre alter alterum in partem honoris admittentes, miſerum in modum ſe mutuo proſciderunt, atque neſandi, proh pudor! plagii inſimularunt; idque non minori vehementia, quam ſi pro patria in diſcrimine verſante militaſſent: ut videre eſt ex eriſticis hinc inde editis, exque prælonga *Robervallii* Epiſtola expoſtulatoria ad *Torricellium*, prout illa habetur in *Operibus Ma-*
Pag. 317. *thematicis & Phyſicis Pariſiis 1693* impreſſis; in quibus continentur inventa *Robervalliana*, nonnulla ſatis ingenioſa. Unum tamen alterumve deprehendi, ubi Auctor fœde paralogizat, ut mirer Editorem errores non animadvertiſſe & ſuppreſſiſſe.

Hæc vero velitatio viam præparabat, & quaſi præludebat longe acriori pugnæ non diu poſt ſubortæ, ex occaſione quorundam problematum, ſuper Cycloide a *Dettonvilio* ſeu *Paſcalio* cum annexo præmio propoſitorum; cujus fabulam toto cœlo notiſſimam ſi quis ignorat, illius tractatum legat, ut & *Walliſii Præfat.* ad *tractatum* ſuum *de Cycloide*, & quæ ad *Hugenium* hac de re prolixe ſcripſit. Ex eo tempore nullus extitit, qui vel tantillum ſupra Mathematicorum vulgus ſibi ſapere viſus eſt, qui ad hanc ingenii cotem ſuas vires acuere, atque novi quid exinde procudere non tentaverit: interim primi quoque ordinis Geometræ non minus aſſidui ſemper fuere, in perſcrutandis, quæ alii intacta imperviaque reliquiſſent.

Hinc præter illa vulgaria dudum cognita, qualia ſunt dimenſio lineæ Cycloidis, comparatio ſpatii cum circulo & ſolidorum

va-

variorum ex converſione ortorum cum cylindris, centrorum gravitatis determinatio &c. alia majoris momenti & indaginis abſtruſioris poſſidemus; inter quæ merito referenda, quæ incomparabilis *Hugenius* de identitate evolutarum, deque tautochroniſmo (a me non ita pridem breviſſime demonſtrato) primus, & poſt eum ſubtiliſſimus *Newtonus* in pereruditis ſuis operibus prodiderunt: quibus addi poſſent, quæ quondam Pariſiis excogitavi, quorum nonnulla *Frater* recenſet in *Actis 1692, pag.* 400. At non poſtremum locum obtinet Quadratura ſegmenti recti, cujus ſubtenſa diſtat a vertice cycloidis quarta parte axis; quod ſemihexagono (concinnius ego dicerem triangulo æquilatero, tantundem enim eſt) æquale oſtendit *Hugenius:* huic ſuperaccedit alterum illud ſegmentum obliquum, cujus quadraturа Celeb. *Leibnitium* pro primo inventore agnoſcit. Denique brachyſtochroniſmus ſeu celerrimus deſcenſus, noviſſime a nobis detectus, inter primarias Cycloidis noſtræ proprietates, nemine refragante, merito ſibi locum vendicat primum; quod & Frater agnoſcere videtur, dum eum inventorum omnium circa cycloidem factorum quaſi coronidem, ultra quam nihil amplius ſperandum, deprædicat (vid. *Acta 1697. p.* 309) Act. Erud. An. 1699. M. Julii.

At vero non prius de palæſtra diſcedere velle videtur, quam per integrum exactum ſæculum omnia ſua exuiſſet myſteria, nobisque pandiſſet quicquid in extremis haberet receſſibus ſuis. Prodit enim ecce denuo in ſcenam nobilis noſtra Curva, ſpectatoribus quaſi cum agonizante hoc ſæculo valedictura, ut tandem candide ſiſtat infinitorum ſuorum ſegmentorum, aliorumque ſpatiorum Quadraturam: quod quanti ſit, aliis judicandum relinquo, qui ſciunt Cl. *Walliſium*, limatiſſimi judicii Virum, ſegmentum illud *Hugenianum* quadrabile (quod unicum facit ex infinitis noſtris) dignum ſatis reputaſſe, cujus primam inventionem non uno in loco *Wrennio* ſuo pro virili aſſereret; ne ſcilicet gloriæ Anglicanæ, cujus ſtrenuum vindicem agit, aliquid decederet, quod de jure ipſi competere ratus eſt Vir perſpicaciſſimus. Pag. 318.

Ut ad rem veniam: Sit Cyclois primaria EAG, cujus baſis EG, axis AF, circulus generator ALF: Ductæ pro lubitu duæ applicatæ IB & KD, illa a centro H, hæc a vertice A, æqualiter diſtantes determinabunt in Cycloide duo puncta B & D, quibus junctis recta BD, ductisque LF & MF: dico *Segmentum cycloidicum BCDB fore quadrabile, æquale nimirum (in figur. I) ſummæ triangulorum rectilineorum LFI + MFK, & (in fig. II) differentiæ eorundem LFI — MFK:* quod ſic demonſtro. Concipiantur ductæ HL, HM; item NAO, parallela baſi EG; & TAB. II.

BN,

 BN, DO, parallelæ axi AF. Applicatis IB, KD (*Fig. I*) exiſtentibus ad partes oppoſitas, erit Segm. BCDB = trapezio BNOD demptis duobus trilineis ANB & AOD; eſt autem trapez. BNOD $= \overline{\frac{1}{2} BN + \frac{1}{2} DO}$ in NO $=$ (ob HI $=$ AK) $\frac{1}{2}$ HA in NO $= \frac{1}{2}$ HA in $\underline{NA + \frac{1}{2} \text{ HA in OA}}$; jam ex natura cycloidis $\frac{1}{2}$ HA in NA $= \frac{1}{2}$ HA in arcum AL + rect. LI $=$ ſectori LHA + triang. LHF = ſectori LFA; eodem modo demonſtratur $\frac{1}{2}$ HA in OA $=$ ſect. MFA. Hinc trapez. BNOD $=$ ſect. LFA + ſect. MFA: quoniam vero iterum, ex nat. cycloidis, trilin. ANB $=$ ſegm. circ. AIL, & trilin. AOD $=$ ſegm. circ. AKM; ablatis AIL & AKM, a ſectoribus AFL & AFM, remanebunt duo triangula rectilinea LFI + MFK $=$ trapez. BNOD — ANB — AOD $=$ ſegmento cycloidis BCDB. Q. E. D. Porro applicatis IB, KD (*Fig. II*) exiſtentibus ad partes easdem: ſegm. BCDB $=$ trapez. BNOD — trilin. ANB + trilin. AOD: jam priori-
Pag. 319. bus veſtigiis inſiſtendo habetur trapez. BNOD $= \frac{1}{2}$ HA in NA $- \frac{1}{2}$ HA in OA $=$ ſect. LFA — ſect. MFA; ſurrogatis igitur loco trilineorum ANB, AOD ipſis æqualibus ſegm. circ. AIL, AKM, prodibit ſector LFA — ſect. MFA — AIL + AKM, ideſt triang. rectil. LFI — MFK = ſegmento cycloid. BCDB. Q. E. D.

Coroll. 1. Si puncta K & I coincidunt, manifeſtum eſt, haberi *Fig. I.* ſegmentum rectum *Hugenianum* $=$ triangulo æquilatero, circulo generatori inſcripto, coaleſcentibus quippe in unum triangulis LFI & MFK.

Coroll. 2. Quod ſi vero puncta K & I in ipſum verticem & centrum cadant, prodit tunc in utraque Fig. ſegmentum obliquum *Leibnitianum*, æquale ſoli triangulo LFI; altero MFK evaneſcente: quod quidem LFI tunc, ut patet, quartam efficit partem quadrati circulo generatori inſcripti.

Corollar. 3. Patet etiam, ex omnibus ſegmentis quadrabilibus nullum eſſe, cujus ſubtenſa BD tranſeat infra medietatem radii AH; adeoque illorum omnium, quæ fig. I & II non comprehenduntur, quadraturas eſſe impoſſibiles.

Hæc de ſegmentis quadrabilibus Cycloidis. Ecce jam innumeros ſectores cycloidales quadraturam pariter admittentes, curioſorum in gratiam huc referendos, ut habeant quo alant ſuam mirabilis hujus Curvæ admirationem. Si a puncto I, quod (fig. III) a centro H iterum tantundem diſtare ſuppono, quantum diſtat punctum K a vertice A, ducantur duæ rectæ IB, ID, ad puncta B, D, in quibus applicata BKD curvæ occurrit; item duæ aliæ rectæ FL, FM, ad puncta L, M, in quibus eadem circu-

lum

lum ſecat. Dico ſectorem Cycloidicum IBAD, æqualem exiſtere triangulo iſoſceli LFM. Quod quidem ad modum præcedentem tam facile demonſtrari poteſt, ut actum agere mihi viderer, ſi peculiarem pro hoc contexerem demonſtrationem. Notare hic convenit, concurrentibus punctis I & K, ſectorem BID degenerare in ſegmentum rectum *Hugenii:* at vero I in A, & K in H pervenientibus, mutari eundem in duo ſegmenta obliqua *Leibnitii;* adeo ut duplici ratione Illuſtrium horum Virorum inventa ſub generaliſſimis noſtris tanquam ſpeciales caſus contineantur. Act. Erud. An. 1699. M. Julii.

Cæterum quamvis ex omnibus ſegmentis, quæ ſubtenſam ad axem normalem habent, unicum ſit quadrabile; fieri tamen quam maxime poteſt, contra opinionem *Celebris cujusdam Geometræ* (vid. *Act.* 1687. *p.* 557) ut infinita alia ſpatia exiſtant quadrabilia: cui aſſerto, præter ſegmenta & ſectores quos hactenus dedimus, ſequentia exempla fidem facient. Vocetur radius circuli HA, a; HK, x; (Fig. IV) Jam ſi ſumatur HK vel $x = \frac{1}{8} a + \frac{1}{8} a \sqrt{41}$ & ad K applicetur KD, ſecans circulum in M; fiatque arcus ML = arcui AM; ducta per L applicata BI, habebitur ſpatium vel Zona cycloidalis IKDB = (ductis rectis AM, AL, HM, HL) triangulis rectilineis HAL + IAL = HAM − KAM. Pag. 320.

Porro ſi HK vel x fiat = radici hujus æquationis cubicæ, $12x^3 - 10aax - a^3 = 0$; & arcus ML ſumatur duplus ipſius arcus AM; erit Zona IKBD iterum quadrabilis. Atque ſic pro ratione arcuum AM & ML, ſi modo ſit numeri ad numerum, invenio ſemper æquationem algebraicam magis minusve compoſitam, cujus radix x novam perpetuo determinabit Zonam quadraturæ ſubjectam. Hujusmodi Zonarum determinationem, haud ſane vulgari methodo repertam, aliquid mirabile in ſe continere puto, dum non, ut ſegmenta quidem & ſectores, una generali conſtructione aſſignari poſſunt. Ejusdem methodi uſu varia alia ſpatia cycloidalia, quadraturarum capacia, algebraice determinantur: quæ omnia huc afferre ſupervacaneum duco, præſertim cum perſpicacioribus arduum non ſit futurum, illa ex jam dictis eruere, novisque augere.

TRA-

Act. Erud. An. 1699. M. Aug. Pag. 350.

TRACTATUS DE ASTHMATE,

Auctore JOHANNE FLOYER.

Londini, apud Richardum Wilkin, An. 1698. *in* 8°. *plag.* 18. *Britannica Lingua.*

CUM Experientiſſimus Auctor ipſe periodico Aſthmate triginta fere annos multum laboraſſet, nullumque e remediorum a Recentioribus præſcriptorum uſu, ſenſibile autem ex iis, quæ Veteres laudarunt, percepiſſet levamen; in præſenti de Aſthmate tractatu, in Actis a nobis jamdum indigitato, quando Noſtri opuſculum de præternaturali humorum animalium ſtatu A. 1697. p. 106. *Edit. Act.* recenſeremus, tanto exactius diuturni hujus affectus cum Theoriam, tum Praxin, e Veterum præcipue monumentis explanare, novisque obſervationibus corroborare voluit, quo magis & Medicorum alii, ad integram eorum morborum chronicorum, quibus ipſimet forſan detinentur, accuratius conſignandam hiſtoriam incitarentur. Nempe ut de ſymptomatibus ante omnia conſtaret, quæ Aſthmatis flatulenti, vulgo humidi, paroxyſmos & præcedere, & concomitari ſoleant, ac quo anni tempore quamque ſæpe hi ingruant, ventriculus plerumque a meridie ſecunda vel tertia ab ingeſtis cibis hora notabiliter primum inflari, mox ſub noctem ſanguis aliqualiter efferveſcere, corpusque leniter incaleſcere ac ſpiritus
Pag. 351. rareſcere, cum levi cephalalgia, multa ſomnolentia, laſſitudine artuum, pectoris gravitate, tuſſi convulſiva, multa urinæ pallidæ excretione &c. annotantur, uſque dum circa ſecundam vel tertiam horam nocturnam, ſenſibilius paroxyſmo affligente, atque reſpiratione difficulter admodum cum ſtertore procedente, æger lectum, in quo non minus ac in febris paroxyſmo perquam incaleſcat, & cum pulſu frequenti, inæquali tamen, ad ſudorem propendeat, cogatur relinquere, ac in ſella erectus ſedere. Frequenter tunc alvus deponitur, & propter circulum ſanguinis impeditum, pulſus in lentum atque intermittentem mutatur, extrema frigent, facies ſubinde nigricat, interdum pallet vel livet, oculi trepidant & lacrymas involuntarias ſtillant, labia lugentis ſpeciem præ ſe ferunt, & muſculi totius corporis multum ſubſident, artusque ad motum languent, bilis aliquando evomitur viridis vel flava, urina autem tinctior & ſedimentum deponens in fine redditur paroxyſmi. Qui brevior ſi habeatur, a diætæ errore vel inclementia aeris adinſtar ephemeræ reſultans, ac poſt duas vel tres horas iterum ceſſans, ſputatorius dici

diſci meretur, quia flatus ſolummodo ac ſputum cum pulſu frequenti ac diſpoſitione ad ſudorem ſocientur, præter ſomnolentiam vero nulla ventriculi anguſtia, nec urina pallida prægrediatur. Si longius autem ad duos, tres quatuorve dies protrahatur paroxyſmus, primis diebus nihil vel parum ſcreatu rejicitur phlegmatis, tertia vero vel quarta die tuſſi expectoratur mucus magis digeſtus minusque viſcidus, coloris albicantis ac ſaporis dulcis, interdum putridi, ſalſi vel acidi, ſæpe ſanguine nigricante interſtinctus. E diario, in quod ſingulos paroxyſmos Aſthmatis proprii, occaſione demum febris intermittentis facti periodici, Auctor ſeptem per annos aſſidue retulit, ſexdecim paroxyſmi hyberni, æſtivi autem iique graviores viginti, omniumque graviſſimus menſe Auguſti, enumerantur, circa Lunæ phaſes plerumque contingentes, ac citius vel tardius repetentes, quo breviores vel longiores iidem anticiparint; paroxyſmo inopinato inſignis ſemper in tempeſtate mutationis inſecuturæ præbente indicium. Neque evacuantia tamen, neque pectoralia & cephalica calida in paroxyſmis antevertendis quicquam profuiſſe, pluribus ante innuitur, quam Aſthmatis hyſterici, nobili fœminæ viginti annos moleſti, pro hujus ſimul cum Aſthmate flatulento oſtendenda convenientia, deſcribatur hiſtoria. Hacce nihilominus in præſenti neglecta, humorum potius & ſpirituum animalium præternaturalem porro attendamus ſtatum, periodico Aſthmati cum tot pathematis producendo commodum; in quantum aſthma ſublimis, tarda, rara & laborioſa perhibetur reſpiratio, ab inflatione membranarum pulmonum, bronchia, veſiculas pulmonales & vaſa ſanguifera comprimente, immediate oriunda, dum ſpiritus animales flatulenti occaſione vel externorum accidentium, vel periodicæ febrilis efferveſcentiæ ſanguinis rarefiunt, & per cerebri glandulas propelluntur. Humores videlicet inter, chylus potiſſimum accuſatur, fermentationis deficientis vel imminutæ culpa in ventriculo flatulentus & viſcidus progenitus, gaſtricam pariter lympham crudam, viſcidam & flatulentam ſuppeditans, ac ventriculi inflationem tam in aſthmate ſputatorio, quam in hyſterico procreans. Sicut namque naturalis per fermentationis modum chylificatio a Recentiorum nonnullorum dubiis vindicatur, ita & ſuccus nutritius flatulentus tanquam fermentum conſideratur, quod commixtum ſanguini hunc ad efferveſcendum pronum exagitet, lentamque febrim aſthmaticam concitet, ab ephemera parum diſcrepantem, quod eædem cauſæ evidentes, quæ in corpore ſano ephemeram gignunt, verbi gratia caloris vel frigoris exceſſus, nimia corporis mentiſve commotio &c. in cacochymi-

Act. Erud. An. 1699. M. Aug.

Pag. 352.

 co aſthmaticam pariant febrim, multæ defluxionis ſeri in partibus variis, præſertim urinæ pallidæ in renibus ac lymphæ flatulentæ in ventriculo, inteſtinis, pulmonibus ac cerebro, cauſam proximam. Spiritus autem animales, comparati cum vegetabilium ſpiritibus inflammabilibus, quorum particulæ oleoſæ, acidæ ac aereæ bullulis aqueis incluſæ, itidem taxantur flatulenti & vehiculo mucilaginoſo irretiti, occaſione magnæ rarefactionis facile in nervis ſubſiſtentes horumque pneumonicos & intercoſtales, veluti ex morbo antecedaneo debilitatos, inflantes, per conſequens diverſarum partium membranas contrahentes rigidasque efficientes. A bronchiis quippe inflatis ſtertor ſive ſonitus in exſpiratione, a veſiculis autem pulmonum anguſtatis, ſufficientem aeris ingreſſum debitumque diaphragmatis deſcenſum impedientibus, ipſisque diaphragmatis & aliorum pectoris muſculorum membranis contractis, thoracem haud ſufficienter diſtendentibus, tarditas inſpirationis & exſpirationis deducitur; quemadmodum reſpirationis raritas pulſui impedito, cephalalgia vero & hebetudo membranarum capitis rigiditati, & flatulentia primarum viarum, membranarum ſimul
Pag. 353. ventriculi ac inteſtinorum conſtrictioni, adſcribitur. E quibus quamvis haud difficulter intelligatur, quomodo e remotarum ſive evidentium cauſarum cenſu, cum ſex res non naturales Medicis denominatæ, tum varia morborum genera ad aſthma producendum concurrant, lubet tamen e rebus non naturalibus aerem, in corpus animale eadem ratione ac in barometrum agentem, ſpecialius adhuc perpendere, hinc catalogum morborum attexere, quos aſthma tanquam ſymptoma comitari ſoleat vel inſequi. Etenim quilibet aeris ſtatus, in quo Mercurius barometri ob aeris elaſticitatem ac preſſuram a particulis aqueis infractas locum inferiorem petit, noxius declaratur aſthmaticis, quod horum tunc ſpiritus magis elaſtici non æque ac a graviori aere ſicco coerciti ſe ipſos expandant, nervosque pneumonicos ac membranas inflent; qualis effectus non minus contingat, ubi iidem ſpiritus vel ab aere calidiori nimium rareſiant, vel a ſumis etiam inſpiratis aut odoribus quibuscunque irritentur. Atque hic mentione odorum facta, qui pariter atque ſapores ab olei, acidi, terræ & aquæ commixtione reſultent, magnamque cum ſpiritibus animalibus affinitatem colant, in genere odores non tam in gratos & ingratos, quam in calidos & frigidos ita diſpeſcendi cenſentur, ut calidi, vel acres, vel aromatici, vel fœtidi, ſpiritus expandere, frigidi autem, vel crudi, vel acidi, vel narcotici, ſpirituum calorem, motum & expanſionem compeſcere afferantur. Sed e morbis,

bis, aſthmate veluti ſymptomate ſtipatis, hæmorrhoidum menſiumque ſuppreſſio, plethora, cordis & pulmonum polypus, catarrhus ſuffocativus, peripneumonia, pulmonum calculi, pica aliæque cachexiæ, catarrhi diuturni, magnum in pulmonibus tuberculum, ſcabies retropulſa & ulcera exſiccata, febres ac variolæ, vomica pulmonum, horumque compreſſio quælibet externa, tumores viſcerum, apoplexia, podagra, paſſio hyſterica, malum hypochondriacum & ſcorbutus prolixe numerantur. Tandem, quo aſthmatis medela rite ac feliciter abſolvatur, in paroxysmo, pro curationis ſcopo, quantitas chyli flatulenti nunc clyſmate, nunc mitiori emetico evacuanda, conſtrictio bronchiorum & vaſorum ſanguiferorum venæ ſectione allevianda, ſpirituum rarefactio liquoribus frigefacientibus condenſanda, motus ſpirituum ad artus veſicatoriis revocandus, ac membranarum ventriculi & pulmonum inflatio blandis opiatis ſufflaminanda ſuadetur, remedii loco haud caſtoreo, ſuccino, aſa fœtida, ſalibus volatilibus, & ſulphureis, verum aqueis, acidis, acido-ſalſis & carminativis per acida temperatis commendatis. Extra paroxyſmum autem, hujus arcendi gratia, uti cacochymia flatulenta & viſcida tam evacuantibus omnis generis imminuenda, quam diluentibus ac digeſtivis amaris, ſalſo-acidis & chalybeatis ſive vitriolicis corrigenda, effervefcentia humorum & rarefactio ſpirituum præcavenda, & glandularum pulmonalium, ſi adfuerit, obſtructio removenda, glandulæ autem cerebri conſtringendæ & roborandæ præcipiuntur: ita e medicamentis febrifugis, quibus humorum & ſpirituum turgeſcentia præcaveatur, tum cortex Peruvianus, tum alia, cumprimis acida, in certas claſſes ſolicite digeſta, extolluntur, omniumque remediorum antaſthmaticorum optima, quæ ſine calore incidunt, e magna obſervationum caterva fuſe adſtruuntur.

Act. Erud. An. 1699. M. Aug.

Pag. 354.

Act. Erud. An. 1699. M. Aug.

DOMINI MARCHIONIS HOSPITALII

Facilis & expedita Methodus inveniendi Solidi Rotundi,

in quod, ſecundum axem motum, minor fiat a reſide fluido reſiſtentia, quam in quodvis aliud ejuſdem Longitudinis & Latitudinis.

DOno miſit ad me nuper D. *Fatio* librum ab ipſo de murorum inclinatione fructiferas ad arbores ſuſtinendas benigniorique Soli oſtendendas aptiſſima, Londini recens editum, ad calcem cujus reperi ſolutionem Problematis, de *Solido rotundo in quod minima fiat reſiſtentia*. Hujus autem Solidi affectionem jamjam unam notaverat Doctiſſimus *Newtonius* pag. 327. exquiſiti Libri ſui, de *Philoſophiæ naturalis principiis Mathematicis*, cujus inveniendæ artificium cum illic celatum ſit, nil ex ea lucis ſperandum eſſe Clariſſimus *Fatio* exiſtimat. Ut ut ſit, alia, quam hic detexit, ejusdem Curvæ proprietas, viam eum a *Newtoniana* diverſam iniviſſe liquido monſtrat. Atque hinc id conſilii mentem ſubiit, ut hanc ſagaciſſimi *Newtoni* viam exquirerem, nec ſpe (ut reor) vana, cum eandem quam ille, fuerim aſſecutus affectionem Curvæ quæſitæ. Perfacilis autem Methodi, qua uſus ſum, eo lubentius copiam facio, quod ea ſolvendis aliis quamplurimis ejuſmodi quæſtionibus inſervire poſſit. Sit igitur

Pag. 355.

PROBLEMA.

TAB. III Fig. 1. *Invenire Curva DM, quæ circa axem AL rotata, deſcribat ſuperficiem ſolidi, quod in fluido quieto motum ſecundum axis directionem ab L verſus A, minorem patiatur reſiſtentiam, quam Solidum quodvis aliud per eadem puncta D & M pari ratione deſcriptum, inibique ſimillime motum.*

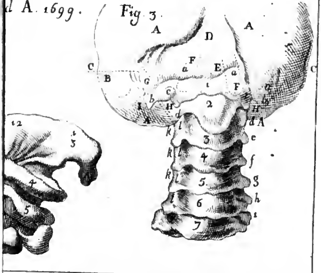
SOLUTIO.

Fingantur rectulæ MN, NO, quaſi latera duo Polygoni infiniti-lateri quod conſtituit curvam quæſitam. Tum ordinatim
Fig. 2. applicatis MP, NQ, ad axem AL, huic parallela fiat GNF, cui ad angulos etiam rectos occurrant OG & MF, ut & recta DM lateri MN.

His ita paratis, conſtat rectulas MN & MF ſecundum axis directionem motas ab L verſus A, iisdem a fluido reſiſtentiæ viribus impediri, quæ actionis eſſent fluidi hujus in eas quietas pari velocitate moti ab A verſus L. Atqui hoc in caſu vis ſeu niſus flui-

1.5. 112 — 444 A

d A. 1699. Fig. 3.



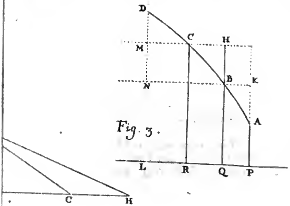


Fig. 3.

fluidi propellentis FM ab A verſus L, eſſet ad niſum ejusdem prementis MN ab M verſus D :: MD. DP. Præterea niſus hic ſecundum MD eſſet etiam ad ejusdem fluidi niſum in MN ab A verſus L :: MD. DP. Ergo ordinatim multiplicando, vis ſeu niſus fluidi propellentis FM ab A verſus L, eſſet ad eum quo premit MN ad easdem partes :: $\overline{DM}^2 . \overline{DP}^2$ :: (ob ſimilia triangula DPM & MFN) $\overline{MN}^2 . \overline{FN}^2$. Unde ſi fluidi in rectas MN & MF impacti velocitas exprimatur per conſtantem AB (*a*) palam fit, totum fluidi niſum in planam & perpendiculariter obviam ſuperficiem, deſcriptam ab FM rotata circa AL, æquari producto ex hac ſuficie facto per velocitatem *a*, ſeu (aſſumpta *c* in circuli periphepheriam, cujus radius ſit *a*) producto $c \times MF \times MP$. Ergo ſi fiat $\overline{MN}^2 . MF :: c \times M \times MP . \frac{c \times \overline{MF}^3 \times MP.}{\overline{MN}^2}$ Quartus hic terminus vim etiam exprimet fluidi prementis ab A verſus L ſuperficiem quam pariter deſcribit MN rotata circa AL; vel (quod eodem recidit) quantitas $\frac{c \times \overline{MF}^3 \times MP}{\overline{MN}^2}$ eam ipſam exhibebit reſiſtentiam quam ſuperficies hæc reipſa partes ad contrarias mota patitur a reſide fluido. Eadem ratione conſtabit reſiſtentiam ſimilem, quam ab eodem fluido patitur ſuperficies orta ex irotato latere NO circa AL, indicari per $\frac{c \times \overline{OG}^3 \times NQ.}{\overline{NO}^2}$

Act. Erud. An. 1699. M. Aug.

Pag. 556.

Jam vero fictis punctis M, O, & recta GF, quaſi poſitione datis in eodem plano cum axe AL, inquiro quod debeat eſſe punctum N rectæ GF, in quo ſi conveniant rectulæ MN & ON, ſuperficies ex iisdem circa AL rotatis orta minimam patiatur reſiſtentiam, ſive minorem quam ſi concurſus earum fieret in alio quovis puncto rectæ GF.

Hoc autem ut inveniatur punctum N, ſint conſtantes $MF = m$, $MP = f$, $OG = n$, $NQ = g$; & variabiles $FN = v$, $NG = t$: Ac proinde etiam $\overline{MN}^2 = mm + vv$ & $\overline{NO}^2 = nn + tt$, ob triangula rectangula MFN & OGN. Ergo reſiſtentia $\frac{(c \times \overline{MF}^3 \times MP)}{\overline{MN}^2}$ qua ſuperficiem ortam ex rotato latere MN circa

AL,

Act.Erud. An. 1699. M. Aug. AL, impediri mox inventum eſt, erit $= \frac{cm^3 f}{mm+vv}$; Item & altera $\frac{(c \times \overline{OG}^1 \times NQ)}{\overline{NO}^2}$ quam ſimiliter patitur ſuperficies pari ratione orta ex latere NO, erit $= \frac{cn^3 g}{nn+tt}$. Unde & ex Problematis conditionibus ſequitur, quantitatem $\frac{cm^3 f}{mm+vv} + \frac{cn^3 g}{nn+tt}$ debere eſſe *minimam*; adeoque (juxta doctrinam Libri *Analyſeos infinite parvorum*) differentiam ejus æquandam eſſe zero: Quod ſi fiat, invenientur $\frac{2cm^3 fvdv}{\overline{mm+vv}^2} = \frac{-2cn^3 gtdt}{\overline{nn+tt}^2}$; atque hinc, cum ex FG $(v+t)$ ob fixa puncta M & O conſtante, fluat $dv = -dt$, erit etiam $\frac{m^3 fv}{\overline{mm+vv}^2} = \frac{n^3 gt}{\overline{nn+tt}^2}$. Ergo ducta AB $= a$, perpendiculari ad axem AL, cum BC & BH parallelis ad infiniti-lateri polygoni latera MN & NO; erit $4\overline{AB}^1 \times AC.\ \overline{BC}^3 :: BC.\ MP$.
Pag. 357. Ac etiam ſimiliter $4\overline{AB}^2 \times AH.\ \overline{BH}^1 :: BH.\ NQ$. ſiquidem his ita poſitis, habebitur $\frac{m^3 fv}{\overline{mm+vv}^2} = \frac{a}{4} = \frac{n^3 gt}{\overline{nn+tt}^2}$.

Conſtat igitur indolem ſeu naturam hanc eſſe Curvæ quæſitæ DM, ut aſſumpta AB $= a$ in AK perpendiculari ad axem AL, ductaque BC parallela tangenti Curvam in quovis puncto M, ſemper & ubique $4\overline{AB}^1 \times AC.\ \overline{BC}^3 :: BC.\ MP$ applicatam hoc in reſpondenti puncto M.

Et vero cum hæc affectio Curvæ, tangentibus innixa tantum, primas duntaxat differentias in ejusdem expreſſione requirat, nullatenus crediderim, quod afferit D. *Fatio*, hac ſimpliciorem eam eſſe quam ipſe protulit, quæ nimirum oſculi radios comprehendens, ſecundas differentias adhibet, ubi primæ nobis ſufficiunt. His adde ex affectione mox inventa, Curvæ conſtructionem ultro fluere a ſola Hyberbolæ quadratura dependentem, quo ſane nil ſimplicius hac in quæſtione poteſt haberi. Sic autem Curva hæc conſtruitur:

Aſſumantur AB $= a$ in AK perpendiculari ad axem AL, & AE

$= \surd \frac{1}{2}$

$= \sqrt{\frac{1}{3}aa}$ in AL producta ad partes A, ſitque per E Logarithmica Act. Erud. An. 1699. M. Aug.
FEN, cujus aſymptotus AK, & ſubtangens $= \frac{1}{4}a$; præterea ponatur AC magnitudinis ad libitum quam appello z, ducaturque CN, parallela ad AK, uſque ad occurſum cum Logarithmica in N. Tum ſi fiat AK $= \frac{aa}{4z} + \frac{1}{2}z + \frac{z^3}{4aa}$, & AP $= \frac{zz}{4a} + \frac{3z^4}{16a^3} - \frac{5a}{48} \pm$ CN nimirum $-$ CN cum eſt AC $>$ AE, & $+$ CN cum eſt AC $<$ AE, perficiaturque parallelogrammum KP; angulus ejus M, ſeu concurſus laterum KM & PM, erit ad Curvam quæſitam DM.

Nam manente AC $= z$, ſi fiant inſuper AP $= x$, & PM $= y$, affectio mox inventa Curvæ dabit AK ſeu PM $(y) = \frac{a^4 + 2aazz + z^4}{4aaz}$; ac proinde etiam $dy = \frac{1}{2}dz + \frac{3zzdz}{4aa} - \frac{aadz}{4zz}$. At ſiquidem (*hyp.*) BC eſt parallela tangenti in M, eſt quoque $dx = \frac{zdy}{a} = \frac{zdz}{2a}$ Pag. 358.
$+ \frac{3z^3dz}{4z} - \frac{adz}{4z}$, ejusque integralis AP $(x) = \frac{zz}{4a} + \frac{3z^4}{16a^3} - \int\frac{adz}{z}$ $+$ vel $-$ conſtanti alicui quantitati $\frac{5a}{48}$, qua fit, ut evaneſcente CN, integrali nempe differentiæ $\mp \frac{adz}{4z}$, evaneſcat & ipſa AP (x). Ergo &c.

Hic porro notare juvat, Curvam DM axi AL propiorem eſſe nequire, quam in puncto D ſui concurſus cum AK. Aſt ubi fit AC minor quam AE; alia Curvæ pars deſcribitur DO concavitatis averſæ; adeo ut ſolidum quæſitum concavum æque poſſit ac convexum eſſe; quod, inquam, notatu dignum videtur. Atque hinc cum in iſtius conſtructione Curvæ Dn. *Fatio* aſſumat AE $= s$, & AC majorem ſemper quam AE; ſequitur punctum, quod in Curva primum ſtatuit, non omnium ejusdem axi proximum eſſe, ſolamque partem ejus convexam ab hoc *Authore* deſcribi.

Cæterum monuiſſe ſufficiat, ſpatii ADMP quadraturam, ſolidique ab hoc ipſo ſpatio circa axem rotato deſcripti cubaturam, citra ullam ab hyperbolæ quadratura dependentiam facile reperiri. Verum ab hac eadem quadratura pendent rectificatio Curvæ DM, dimenſio ſuperficiei ab ea circa axem rotata genitæ, & menſura reſiſtentiæ qua ſuperficies hæc impeditur a fluido. Quod autem hic de arcu DM, idem etiam ſit dictum de altera Curvæ parte DO.

Scho-

Act. Erud. An. 1699. M. Aug.

Scholium. Nunc quidem conſtat Curvæ mox inventæ (quæ hic eſt ABCD) latera duo minima quæcunque AB, BC, convenientia in puncto B rectæ KN, parallelæ ad axem LP, circa eundem rotata deſcribere ſuperficiem minori objectam reſiſtentiæ, quam ſi occurrerent ea ſibi in alio quovis iſtius rectæ puncto. At non id æque patet de ſuperficie orta ex ſimili rotatione trium quorumvis ejusdem Curvæ laterum AB, BC, CD, convenientium in punctis B, C, rectarum axi LP parallelarum NK, MH, fixis manentibus punctis extremis A & D; nimirum ſuperficiem hanc impediri minus a fluido quam ſi alibi hic in rectis eadem latera convenirent. Ne autem quis hac in re vel minimum hæreat, en hujus etiam demonſtrationem, quæ & ſuperficiei ex quotvis ejusdem Curvæ lateribus ſimili ratione genitæ conveniat.

Pag. 359.

TAB. III Fig. 3.

Iisdem igitur poſitis, quæ videntur in *fig.* 3, ſint conſtantes $AK=m$, $BH=n$, $DM=p$, $AB=f$, $BQ=g$, $CR=b$; & variabiles $BK=v$, $CH=t$, $CM=s$. Conſtat ex ſuperioribus, reſiſtentias quæ fiunt in latuſcula AB, BC, CD, exprimi per $\frac{cm^3 f}{mm+vv}$, $\frac{cn^3 g}{nn+tt}$, $\frac{cp^3 b}{pp+ss}$; adeo ut quantitas $\frac{cm^3 f}{mm+vv}+\frac{cn^3 g}{nn+tt}+\frac{cp^3 b}{pp+ss}$ debeat eſſe *minima*, ejusque differentia $\frac{2cm^3 fv\,dv}{\overline{mm+vv}^2}+\frac{2cn^3 gf t\,dt}{\overline{nn+tt}^2}+\frac{2cp^3 bs\,ds}{\overline{pp+ss}^2}=0$. At juxta Curvæ mox deſcriptæ affectionem ſuperius inventam, eſt $\frac{1}{4}a=\frac{m^3 fv}{\overline{mm+vv}^2}=\frac{n^3 gt}{\overline{nn+tt}^2}=\frac{p^3 bs}{\overline{pp+ss}^2}$. Ergo ſi harum ſingularum quantitatum loco ponatur conſtans valor earum $\frac{1}{4}a$, fiet $\frac{cdv}{2a}+\frac{cdt}{2a}+\frac{cds}{2a}=0$, requiſitum videlicet ut ſuperficies orta ex rotatione circa axem, trium ejusdem Curvæ laterum AB, BC, CD, minimam a fluido reſiſtentiam patiatur. Atqui hoc ita eſſe liquet ex eo quod NK $(v+t+s)$, ob fixa puncta A & D conſtans, differentias habeat $dv+dt+ds=0$, ſive $dv+dt=-ds$. Ergo &c.

Hæc utique demonſtratio pari ratione convenit quatuor, quinque, imo quot volueris lateribus Curvæ mox deſcriptæ; atque ita tandem hæc ipſamet eſt quæ quæritur, hisque Problema cumulate ſolvitur.

DE-

DESCRIPTIO QUINQUE PARIUM MUSCULORUM,

Act. Erud. An. 1699. M. Sept. Pag. 397.

Diverſis capitis motibus ſuper primam & ſecundam cervicis vertebram inſervientium, nec non duorum ligamentorum, vel caput cum prima vertebra, vel hanc cum ſecunda connectentium &c. a Dn. DUPRE' Chirurgo Xenodochii Pariſienſis, quod *Hotel Dieu* vocant, edita, & in *Transactis Philoſophicis Anglicanis N.* 251. id eſt *menſe Aprilis anni præſentis*, a GUILIELMO COWPERO cum Epicriſi recenſita.

Ex Anglico ſermone in Latinum translata.

TRactatum hunc parvum in Gallia nuper typis exſcriptum Auctor ad *Liſterum* miſit, qui mecum eum communicavit. Auctor ipſe magnifice de eodem videtur ſentire, dum obvia talia organa hactenus Anatomicos latuiſſe miratur, hisque inventis æmulationem in iis, qui arti ſuæ addicti ſunt, egregie incitatum iri ſperat, ceu quæ & palmaria ſibi fuerit ratio, cur Chirurgis Xenodochii *Hotel-Dieu* illum inſcripſerit.

Ad ipſam transverſi proceſſus primæ cervicis vertebræ radicem, muſculus (inquit) *utrinque oritur quatuor lineas (tertiam pollicis partem) latus, qui oblique ad interiora pergens in parvum ac levem quendam ſinum ovalem, proceſſui ſtyloidi anterius inſculptum, implantatur*, ac in *Figura prima* delineatus *Frænator* (*Rengorgeur*) capitis *obliquus* appellatur. Pag. 398.

Par hocce muſculorum in *Myotomia* mea *Reformata* An. 1694 divulgata pag. 126, ſub titulo *rectorum internorum minorum* deſcripſi, quod ad ſitum rectum vergant *rectis majoribus* ſubjecti, atque *rectorum minorum* poſteriorum antagoniſtæ exiſtant. Ab uſu *annuentes* poterunt dici, cum caput antrorſum recta nutent. Alter eorum in ſitu in *Tractatus* mei *citati Fig.* 3. *i.* meæque *Appendicis ad Anatomiam Corporis Humani Fig.* 8. *H.* & *Fig.* 25. *i.* exprimitur.

A transverſo proceſſu (inquit) *primæ cervicis vertebræ craſſus muſculus carneus emergit, digitum circiter latus, qui perpendiculariter aſcendens ſub proceſſu ſtyloide inter hunc & proceſſum maſtoideum inſeritur*, atque *Frænatoris* capitis *recti* nomine inſignitur.

Hoc non minus, ac antecedens muſculorum par, tredecim ab-

Act. Erud. An. 1699. M. Sept. hinc annis in corpore humano detexi, tuncque temporis Dn. *Brown*, Capitaneo *Wine* honoratiſſimo meo amico præſente, monſtravi; verum primarios Myographos evolvens mox deprehendi, ultimum iſtud par poſt *Galenum* ab *Oribaſio* ex parte commemoratum, & ſatis exacte a *Fallopio* ſubſequentibus deſcriptum fuiſſe verbis: *Ultimo in loco notandi ſunt Muſculi duo admodum parvi, qui a proceſſu transverſo primæ vertebræ orti valde graciles aſcendunt ad caput, & in illud inſeruntur prope mammillarem proceſſum.* Iidem in Tractatu ſuperius allegato *p.* 127. *Fig.* 3. *k.* deſcribuntur ac depinguntur.

Tertium muſculorum par *Frænatorum poſteriorum* titulo a Dn. *Dupré* indigitatum, neutiquam (juxta ipſius deſcriptionem) ab iis, de quibus Auctores communiter *obliquorum ſuperiorum* nomine agunt, videtur differre.

Quartum par, cujus meminit, *Rectorum minorum* videtur portio. Hi (inquit) *muſculorum obliquorum majorum & minorum exiſtunt auxiliarii;* id quod tamen erroneum cenſeo, cum muſculi hi in diverſis capitis motibus ſuper primam & ſecundam vertebram adhibeantur, ideoque unum muſculorum par utriusque adjutor eſſe nequeat. Recte obſervat, tertium hoc & quartum muſculorum par in omnibus ſubjectis haud reperiri, a *rectis* videlicet *minoribus*, ut conjicio, diſtinctum. Certe ſi muſculos multiplicare licet, prout in variis appareant ſubjectis, Myologia perfecta nunquam valebit obtineri, quia in corporibus nonnullis diſtincti haud raro reperiuntur muſculi, quibus tamen alia deſtituuntur, quemadmodum in *Rhomboide*, *Pſoas*, *Elevatore Scapulæ*, multisque aliis ſæpe annotatum fuit.

Pag. 399.

Ultimum muſculorum par, ab Auctore noſtro memoratum, a *medio proceſſuum transverſorum ſecundæ vertebræ proficiſcitur, tenue ac breve, in radices ſub transverſis proceſſibus vertebræ primæ deſinens.* Quos muſculos ab uſu *Flexores vertebræ primæ ſuper ſecundam* appellat.

Cum occaſio nuper daretur partes has in puero, quamvis multum emaciato indagandi, carneas detegere poteram fibras muſculos ejusmodi referentes, & quidem non ſolum inter proceſſus transverſos primæ & ſecundæ vertebræ, ſed & duarum vicinarum, quin ex mea conjectura ſimili quoque ratione proximarum; tempus tamen inveſtigationi ulterius inſiſtere haud permittebat.

Quomodocumque autem res ſe habeat, difficulter mihi perſuadere valeo, a muſculis iſtis primam vertebram ſuper ſecundam poſſe flecti. Motionis ejuſmodi in dictis vertebris difficultas prompte cuilibet patebit, qui modum, quo invicem articulan-

culantur, volet examinare. Conſtat namque, proceſſus duos planos harum vertebrarum horizontaliter inter ſe adaptari, adeoque aptos unice eſſe, qui in alterutrum latus, interveniente axe ſive proceſſu odontoide vertebræ ſecundæ, moveantur. Mihi potius iidem muſculi *obliquos inferiores* videntur juvare, ſed cum exiles admodum exiſtant, uſum tantum habent in capite demittendo ſeu leniter in alterutrum latus inclinando, in quantum alteruter ſe contrahens proceſſum transverſum vertebræ primæ perpendiculariter ad ſecundam adducit, v. g. quando caput demittendo mœrorem exprimimus. Muſculi transverſis proceſſibus reliquarum vertebrarum cervicis interjecti, ſuperiori pariter vertebræ lateraliter commovendæ inſerviunt. Act. Erud. An. 1699. M. Sept.

Capitis motus ſuper primam vertebram ex articulationis ejus modo adeo manifeſtus, ut ſummopere mirari ſubeat, cur plerique modernorum Anatomicorum (obſervante Dn. *Dupré*) caput tantummodo ſuper ſecundam moveri aſſerant.

Primum duorum ligamentorum a *D. Dupré* deſcriptum, *inter primam & ſecundam vertebram in medio & anterius locatur*. Hoc nulla ratione ab eo diſcrepare videtur, quod *Galenus*, *Veſalius*, & tantum non omnes deſcripſerunt, quale & anterius reliquas inter vertebras deprehenditur. Pag. 400.

Alterum ligamentum (inquit) *longitudine digitum & craſſitie calamum anſerinum adæquans, ſupra medium protenſi oſſis occipitis, & ſuperiorem, mediam atque anteriorem partem vertebræ primæ connectitur. Deficiente* (pergit) *hoc ligamento, Aponeuroſis occipitis os cum vertebra colligans, hic loci robuſtior ac craſſior obſervatur*. In quo pariter tantam diſcrepantiam a deſcriptione, quam plerique Scriptorum de ligamentis hujus partis exhibuere, non video, ut inventum novum mereatur dici; ſatis quippe evidenter anterior hujus ligamenti pars in medio omnem quamcunque reliquam ejus portionem multum craſſitie excedit.

Figura I. *Dn. Dupré, partem inferiorem oſſis occipitis, una cum tribus ſuperioribus vertebris cervicis, anterius luſtratam exhibet.* TAB. IV.

A. Proceſſus maſtoïdeus. 2. Protenſio oſſis occipitis. 3. Foramen oſſis occipitis, per quod medulla ſpinalis deſcendit.

4. Prima vertebra cervicis. 5. Secunda. 6. Tertia. 7. Muſculus, quem *Frænatorem* capitis *poſteriorem* vocat. Hunc pro parte reputo *Obliqui ſuperioris*, prout apparebit, ſi deſcriptio ipſius cum ea conferatur, quam in *Myotomia Reformata pag.* 120. *Fig.* 3. *b.* ſuppeditavi.

8. Muſculus, *Frænatoris* capitis *recti* nomine apud Dn. *Dupré*

veniens, quem a ſitu *rectum lateralem* appellavi. A *Fallopio* deſcribitur, ac in *Figura* ultimum *citata* ad *k* exprimitur.

9. Muſculus, quem *Frænatorem* capitis *obliquum* dicit, ego autem *annuentem* & *rectum internum minorem ibid. p.* 126. *Fig.* 3. *i.* vocavi. Hic æque ac præcedens muſculus in *Appendice* mea ad *Anatomiam Corporis Humani Fig.* 8. & *Fig.* 25. delineatur.

10. Muſculus, quem *Flexorem primæ vertebræ* ſuper ſecundam appellat.

11. Ligamentum, cujus pars ſuperior oſſis occipitis protenſioni, altera vero extremitas ſuperiori parti vertebræ primæ alligatur; hoc portio videtur ejus, quod *Veſalius l.* 2. *c.* 30. deſcripſit ac delineavit. Pag. 401.

12. Alterum ligamentum breve anterius inter omnes reliquas vertebras vulgo obſervatum.

Fig. 2. *Dn. Dupré partem oſſis occipitis, cum duabus prioribus vertebris cervicis, a tergo ſpectatam repræſentat.*

1. Pars interior oſſis occipitis. 1. 2. Muſculi *recti minores*. 3. 3. Quartum muſculorum par, a Dn. *Dupré* indigitatum & pro *auxiliariis obliquorum majorum & minorum* reputatum; qui *rectorum minorum* mihi videntur portio. 4. 5. Prima & ſecunda vertebra cervicis.

A. proceſſus mammillaris.

Quæ tamen Figuræ cum minus habeantur exactæ, commodum viſum fuit, duas eorundem oſſium in ſimili ſitu Figuras addere, ad vivum delineatas, non ſolum ut muſculi ſuperius recenſiti, ſed & nonnulli alii, a Dn. *Dupré* in partium harum diſſectione forſan detegendi ac pro novis itidem inventis venditandi, eo melius explanentur.

Fig. 3. *Partem ſuperficiei externæ in cranii baſi ſiſtit, cum partibus anterioribus cunctarum cervicis vertebrarum.* NB. *Lineæ, quæ punctis notantur, progreſſum muſculorum in oſſibus innuunt.*

AA &c. Pars baſis cranii. BB. Duo proceſſus mammillares.
CC. Proceſſus ſtyloidei.
D. Protenſio oſſis occipitis. E. Pars foraminis, per quod medulla ſpinalis deſcendit.
aa. Portiones duorum proceſſuum condyliformium oſſis occipitis, qui a vertebra prima recipiuntur.
1. 2. 3. Partes anteriores ſeptem vertebrarum cervicis.
bb. Proceſſus transverſi vertebræ primæ.

cc. Ea-

cc. Earum perforationes, quas trunci arteriarum & venarum vertebralium tranſeunt. Act. Erud. An. 1699. M. Sept.

dd. Proceſſus tranſverſi vertebræ ſecundæ, e. f. g. h. i. reliquarum vertebrarum cervicis proceſſus tranſverſi.

kk. Partes proceſſuum obliquorum aſcendentium & deſcendentium pone tranſverſos.

ll. &c. *Foramina* inter vertebras propter egreſſum nervorum a medulla ſpinali.

FF. . . Muſculi *annuentes* a Dn. Dupré *Frænatores obliqui* dicti. Pag. 402.

GG. . . *Recti laterales* ab eodem *Frænatores recti* vocati.

HH. . . Muſculi, quos *Flexores vertebræ primæ* ſuper ſecundam nominat, ego autem uſum potius in demittendo capite præbere exiſtimo, a proceſſibus tranſverſis vertebræ ſecundæ emergentes, ac oblique antrorſum ad primam aſcendentes.

J. . . *Obliquus ſuperior*, quem Dn. Dupré *Frænatorem poſteriorem* vocat.

Fig. 4. *Oſſium in præcedenti Figura exhibitorum partes poſteriores oſtendit cum lineis æque ac antea punctatis.*

A. Os occipitis. BB. Portio ſuturæ Lambdoideæ. CC. Ea oſſis occipitis portio, ubi *Splenius*, *Complexus* ac reliqui muſculi capitis terminantur. DD. Proceſſus maſtoidei.

EE. Portio proceſſuum ſtyliformium. 1. 2. 3. Partes poſteriores omnium vertebrarum cervicis.

FF. Muſculi *recti minores*. GG. . . Muſculi, quos Dn. *Dupré* auxiliarios obliquorum majorum & minorum aſſerit, ego autem pro portione modo nominatorum *rectorum minorum* habeo, in cunctis haud corporibus ut diſtincti occurrentes.

HH. . . . *Recti laterales* a *Fallopio* memorati.

JJ. . . Muſculi exiles inter proceſſus tranſverſos primæ & ſecundæ vertebræ cervicis locati.

i. . . Alius muſculus exilis priori ſimilis, inter ſecundam & tertiam vertebram ſitus.

KK &c. Quatuor muſculorum paria, quos *Interſpinales colli* appello in *Myotomia Reformata* deſcriptos &c.

JAC.

Act. Erud. An. 1699. M. Sept. Pag. 427.

JAC. BERNOULLII

Quadratura Zonarum Cycloidalium demonſtrata.

Vid. Tab. II. m. Jul. 1699.

OMnia, quæ circa quadraturas ſpatiorum cycloidalium inveniri poſſunt, una Cycloidis proprietate dudum detecta nituntur, & ex ea tam aperte fluunt, ut Viri celeberrimi Hugenius & Leibnitius, qui duo ejus ſegmenta quadrarunt, non potuiſſent non pari facilitate cætera omnia ſegmenta & ſectores quadrabiles reperire, ſi animum intendere voluiſſent.

Cum enim, ut vulgo notum, BL æquetur arcui circulari AL, & ſpatium externum ABN ſegmento circulari ALI, poterit proprietatis hujus ope ſpatium cycloidicum quodvis imaginabile eo reduci, ut nonniſi figuræ rectilineæ & ſegmenta quædam circularia habeantur; idcirco, ut ſpatium fiat quadrabile, illi tantum termini, qui ex ſegmentis circularibus conſtant, mutuo ſe deſtruere ſunt fingendi & nihilo æquales ponendi (quod fundamentum ſolutionis eſt) e qua deinde ſuppoſitione quantitates aſſumptæ facile determinantur. Quæritur exempli gratia quantæ ſint aſſumendæ rectæ HK, HI (fig. 2 & 4) ut Zona IKDB quadraturam admittat: Pono HA $= a$, HK $= x$, HI $= z$, KM $= p$, IL $= q$, AM vel DM $= s$, AL vel BL $= t$; erunt ſectores AHM $= \frac{1}{2} as$, & AHL $= \frac{1}{2} at$; adeoque ſegmenta AKM (ADO) $=$ AHM $-$ KHM $= \frac{1}{2} as - \frac{1}{2} px$, & AIL (ABN) $=$ AHL $-$ IHL $= \frac{1}{2} at - \frac{1}{2} qz$: Sed ſegmentum cycloidicum AKD $-$ KO $-$ ADO $=$ KO $-$ AKM $=$ AK in $\overline{\text{KM} + \text{MD}}$ $-$ AKM $=$ AK in $\overline{\text{KM} + \text{AM}}$ $-$ AKM $= \overline{a - x}$ in $\overline{p + s} = \frac{1}{2} as + \frac{1}{2} px$
Pag. 428. $= ap - \frac{1}{2} px + \frac{1}{2} as - xs$; & pariter ſegmentum alterum AIB $= aq - \frac{1}{2} qz + \frac{1}{2} at - zt$; ac proinde Zona IKDB $=$ AIB $-$ AKD $= aq - \frac{1}{2} qz - ap + \frac{1}{2} px + \frac{1}{2} at - zt - \frac{1}{2} as + xs$, ubi liquet, quatuor priora membra denotare figuras mere rectilineas, ſolasque quantitates reliquas, quas ingrediuntur t & $ſ$ impedire, quo minus Zona ſit quadrabilis: facio ergo has æquales nihilo, ut ſit $\frac{1}{2} at - zt - \frac{1}{2} as + xs = 0$, ubi ſi poſuero t habere ad s rationem quamcunque (numeri tamen ad numerum, ut uno arcu dato alter geometrice conſtrui poſſit) ſemper habebo æquationem, quæ, literis t & s eliminatis, relationem ipſius z ad x pateſaciet; nempe, ſi $t = 2ſ$ fiet $z = \frac{a + 2x}{4}$; ſi $t = 3ſ$, habetur $z = \frac{2a + 2x}{6}$;

ſi t

ſi $t = 4s$, erit $z = \frac{3a + 2x}{8}$, & ſic perpetuo in eadem progreſſione. Cumque etiam ex data recta HK, ſinu nempe complementi arcus AM, pervulgata analyſi reperiri poſſit ſinus complementi arcus dupli, tripli, quadrupli &c. poterit adhuc z in aliis terminis inveniri; nempe ſi $t = 2s$, erit $z = \frac{2xx, - aa}{a}$; ſi $t = 3s$, $z = \frac{4x^3 - 3aax}{aa}$; ſi $t = 4s$, $z = \frac{8x^4 - 8aaxx + a^4}{a^3}$ &c. qui valores cum ſuperioribus ſinguli cum ſingulis collati novas porro æquationes ſubminiſtrabunt, per quas ipſa quoque x ſeu HK determinabitur. Act. Erud. An. 1699. M. Sept.

Atque ad eundem modum infinita alia ſpatia quadrabilia detegi poſſunt. Sic reperiri poteſt exempli gratia ſector quadrabilis DAB rectis AB, AD comprehenſus, vel Zona BDML, arcu cycloidali BD & circulari LM intercepta, quæ quidem perpetuo ſectoris dupla eſt. Exiſtente namque HK ſeu $x = \frac{1}{8}a + \frac{1}{8}\sqrt{33}$, vel $x = a\sqrt{\frac{1}{6}}$, vel $32x^4 - 32aaxx - a^3x + 4a^4 = 0$, &c. & aſſumpto arcu AL vel duplo, vel triplo, vel quadruplo, &c. ipſius AM, erit ſubinde ſector BAD = triang. HAL — triang. HAM, & Zona differentiæ Triangulorum dupla.

Methodum vero tam facilem haud alia fini pandere volui, quam ut frater exemplo meo ad paria præſtanda incitatus, mei quoque Problematis Iſoperimetrici promiſſam analyſin tandem aliquando nobis impertiat.

EFFECTUS SINGULARES LENTIS OPTICÆ ad Teleſcopia,

M. Octob. Pag. 445.

per D. T.

QUemadmodum multo jam tempore ſatis ſuperque mihi perſpectæ fuerunt rationes, quibus ſcientia naturalis inſigniter promoveri poteſt: ita obtinendo huic fini, inter alia complura, vel maxime neceſſarium arbitratus ſum, Opticen ad longe altiorem perfectionis gradum, atque hactenus obtinuit, evehere.

Poſtquam vero animum operæ huic intentius applicavi, quantumvis magnis laboribus, quantiscunque etiam ſumtuum & temporis impendiis, parum effici poſſe, prima fronte mihi videbatur:

Act.Erud. An.1699. M.Octob. Pag. 446.

tur: difficultatibus hic obviis adeo implexis, ut pene pro inſuperabilibus cenſeri mererentur. Veruntamen dignitas utilitasque hujus negotii, nihil hic intentatum relinquere, impenſiſſime perſuadebat.

Hanc vero operis molem aggreſſuro, in limine ſtatim nova plane vitrorum fabrica opus erat: cum ejus magnitudinis & craſſitiei, quæ hic requirebantur, vitra, flatu, ſueto ſcilicet hactenus officinis vitrariis medio, parari neutiquam poſſint. Succeſſit tamen cœptum hoc, poſt plurium annorum indefeſſa ſtudia, adeo feliciter, ut opera noſtra ejuſmodi jam vitra conficiantur, quibus gemina neque Venetiæ, neque Lutetia, nec ullus alius terrarum locus hucuſque dedere: de quibus, quorum alia ad 100, 200 quin 300 libras pendent, jam antehac Actorum anno 1696. p.220. ſeq. ſub rubrica, *Singularis & nova artis vitriariæ Emendatio*, diſſeruimus. Ab illo tempore alia pro ſpeculis vitra, ſeptem pedes longa, quinque lata, & pollicem craſſa confecimus: inque promptu nobis eſt, adhuc longe majora, diverſaque alia inſignis momenti & uſus, de quibus aliquando pluribus, conſtruere. Horum omnium veritatem certitudinemque edoctus Potentiſſimus Rex Poloniarum, Dominus noſter Clementiſſimus, ſub auſpiciis Sereniſſimi Vicarii Electoralis, Principis Furſtenbergii, prope Dreſdam, Electoratus Saxonici metropolim, officinam vitriariam extrui curavit, quæ omnibus numeris abſoluta, quibuscunque & quantumcunque magnis vitris parandis examuſſim ſufficit.

Superata hac difficultate, reſtabat altera, priore illa non levior. Cum enim grandibus ejusmodi vitris ad uſus opticos præparandis, nullæ vires humanæ pares eſſent, excogitanda erat machina, cujus ope ea ad quamvis formam, planam, convexam, concavam componi poſſent; quæ pari facilitate vitra tereret, lævigaret, poliret, quas operationes diverſis alias rationibus abſolvi notum eſt; & quæ denique (cum conſtet, ſummæ accurationis figuram hic requiri) eadem ad leges exquiſitiſſimæ exactitudinis perficeret. Hujusmodi machinam, aquæ motu verſatilem, jam eouſque perfectionis adduxi, ut in hoc genere nihil ſimplicius conſummatiusque excogitari poſſe, omnino ſim perſuaſus. Atque ut fidem hujus rei peritis faciam, ſpeciminis loco, de perſpicillo certo quædam proferam, quale hucuſque non extitit, beneficioque hujus machinæ confectum eſt.

Vitri quidem ad idem deſtinati diameter ab initio duorum pedum erat; ſed poſtquam caſu quodam noxam paſſum eſt, magnitudine tamen adhuc pedem Rhenanum excedit. Ex eo lens convexo convexa elaborata eſt 32 pedum, exactiſſimæ perfectionis:

nec

Digitized by Google

nec difficiliori opera ex eodem vitro plano-convexum 64 pedum conſtrui potuiſſet. Act.Erud. An. 1699. M.Octob. Pag. 447.

Rerum opticarum gnaris, ſed quorſum tantæ magnitudinis lentes, incertis (cum notum ſit, objectivis tuboſpecillorum exiguam aperturam relinqui) præjudicium, quod magno Optices damno hactenus invaluit, brevibus tollendum eſt: uberiorem enim hujus argumenti tractationem alibi, ubi de cavendis corrigendisque magni ponderis præjudiciis opticis aliis dicendi locus erit, daturus ſum.

Et poſſem hic quidem indicare, aliis atque aliis lentibus ocularibus adhibitis, aperturas etiam objectivi majores majoresque, citra officias colorum iridis, uſurpari poſſe; verum majoris momenti res pandenda eſt. Tam grandium enim lentium beneficio 1. unica tantum lente, citra ullum oculare, nobis opus eſt: id quod inſignem facilitatem tam terreſtribus quam cœleſtibus obſervationibus conciliat; utcunque teleſcopia immenſæ ſint longitudinis (ut ut interim integrum ſit, ubi libuerit, ocularibus etiam uti.) 2. Tuborum adminiculo, at longe alia & nova ratione, atque Illuſtris *Hugenius* in *Aſtroſcopia* ſua oſtendit, liberamur. Non obſtantibus enim vel potentiſſimis radiis Solaribus, objectum inter & oculum tranſeuntibus, idem illud diſtincte & perſpicue conſpici poteſt; ſive cum, ſive (quod commodius faciliusque obtinetur) ſine oculari. 3. Objecta multo clarius, atque hactenus contigit, percipiuntur; multoque clarius trans objectivum, quam nudo oculo: adeo ut ea cœlo etiam maxime nubilo, & adulto veſpere, admodum lucida appareant. 4. Uno oculi obtutu, ſupra quam credi poteſt, ampliſſimus campus obtinetur. 5. Non neceſſe eſt oculum immotum figere, ſed eodem ultro citroque, invariata tamen diſtantia, ad intervallum notabile diſcurrere licet. 6. Vitri vitia interna, quæ poliendo tolli nequeunt, v. c. bullæ, undulæ, &c. nihil officiunt; magnitudine lentis eadem ita corrigente, ut inter id, aliaque, quæ defectibus ejusmodi non laborant, nihil diſcriminis compareat. Ut adeo eadem hac memorata lente, ex diſtantia ſesquimilliaris Germanici, citra ullum oculare aut tubum, integrum oppidum diſtinctiſſime cernere potuerim; Solis meridiani radiis, inter oculum objectumque trajectis, nihil quicquam impedientibus. Pari ratione nocte concubia Saturnum cum ſuo annulo, Jovem ſatellitibus ſtipatum, faciemque & maculas, etiam minutiſſimas, naſcentis Lunæ clariſſime obſervavi. Pag. 448.

Lens dicta ex intervallo 32 pedum intenſum calorem ſpargit, qui manibus ſufferri nequit: ut adeo, ſi primam magnitudinem duorum pedum retinuiſſet, neutiquam dubitem, ob tantam imaginis

 ginis Solaris multiplicationem, eximiam vim cauſticam habituram fuiſſe; ſed de his alibi. Hactenus vero relata attento lectori inſignes has Lentes, & machinam, cujus ope adornantur, etiam etiamque, opinor, commendabunt: cum manuum auxilio nihil horum effici, atque adeo Dioptrice ad tantam perfectionem hactenus perduci nequiverit: quæ quouſque, poſtquam jam vitra, quantacunque etiam hic deſiderentur, & lentes tanti radii, qui omnem fidem excedat, parari poſſunt, inpoſterum pomœria ſua prolatura ſit, ſagaciores haud difficulter conjectabunt.

M. Nov. Pag. 510.

NICOLAI FATII DUILLIERII R. S. S.

Lineæ breviſſimi deſcenſus Inveſtigatio Geometrica duplex, cui addita eſt Inveſtigatio Geometrica ſolidi rotundi, in quo minima fiat reſiſtentia.

Londini apud Joh. Taylor, 1699. 4°. plag. 24.

NArratur primum, quomodo a Dn. *Joh. Bernoullio* propoſitum fuerit problema *lineæ breviſſimi deſcenſus*, & Geometræ ad ejus ſolutionem invitati, nonnulli etiam ob ſolutionem deinde datam a Dn. *Leibnitio* laudati; qui cum honorificam etiam quorundam aliorum mentionem feciſſet, non dubitans, quin ſi animum ad problema appuliſſent, ſolvere potuiſſent, Dn. *Auctor* id ita accipit, quaſi alios omnes excluſerit; idque in ſuam injuriam interpretatur, querens ſe nec ſpecialibus literis invitatum, nec inter eos nominatum, qui problemati eſſent pares. *Nos vero*, inquit, *ſi qua invitatione, ſi digni viſi fuiſſemus literis, quamvis inter tot egregios candidatos innominati, nec adhuc in eorum numerum relati, quos SOLOS* (ita ſcilicet accipit Dn. Auctor) *tanto problemati pares* Cl. Leibnitius *pronunciat, utique noſtras dudum exhibuiſſemus ſolutiones. Neque enim cauſa erat, cur antiquum morem noſtrum Problemata omnia in vulgus jacta prætereundi mutaremus. Sed cum videamus, ſilentium noſtrum in noſmet ipſos verti, quid*
Pag. 511. *hac in re præſtiterit, exponemus. pag.* 4. Ait autem (ibid.) idem ſe ſcriptum edere, quod nuper (id eſt, ut in margine interpretatur, menſe Julio 1698) chartæ commiſerit, ante viſa *Acta Eruditorum Anni* 1697.

Methodus prior *Auctoris* in inveſtigatione *Curvæ breviſſimi deſcenſus* hæc eſt, ut quærat arcum circuli oſculantis, ſeu, ut ipſe vocat, radium arcus infinite parvi curvæ quæſitæ, nempe in qua

tem-

tempus deſcenſus inter duo puncta etiam infinite vicina ſit minimum. Reducitque rem ad problema tale: Invenire lineam cujus punctum ſemper ſit intra rectam datam (nempe hic horizontalem, a qua ſit initium deſcenſus) quantum centrum circuli oſculantis, ſeu centrum curvedinis quæ eſt in illo puncto, eſt ſuper eandem rectam. Et quanquam id problema per ſe videri poſſit ſolutu adhuc ſatis difficile, quia tamen *Hugenius* invenerat, hanc eſſe proprietatem cycloidis, hinc Dn. *Auctor* oſtendit, Cycloidem eſſe lineam quæſitam. Si quis tamen ideo ſolutionem imperfectam contenderet, quatenus ignorari poterat, hanc eſſe cycloidis proprietatem, ei reponit Dn. *Auctor* pag. 97, facilem ab ea regreſſum ſibi eſſe ad alias Cycloidis proprietates. Act.Erud. An. 1699. M. Nov.

Methodus poſterior in eo conſiſtit, ut pro arcu circulari minimo quærat duas rectas, tria arcus puncta connectentes, quarum ſumma temporis deſcenſus ſit minima, quod in elementaribus eodem redit; unde & idem prodit, quod paulo ante. Dicit etiam pag. 12, ſe ante annum unum alterumve eandem, quam Dn. *Joh. Bernoullius*, ideam habuiſſe, juxta doctrinam refractionum pro Curva breviſſimi deſcenſus. Calculum quidem ſe non inſtituiſſe, licet facillimum, ſed tamen ſtatim vidiſſe, Tangentem curvæ ubique dari, quod utique ſufficiat ad ſolutionem.

Sequitur alterum problema, quod huc redit: Invenire figuram ſolidi rotundi, cui a liquido, in quo movetur, minimum reſiſtatur. Id ſolviſſe Dn. *Newtonum*, ſed conſtructionem dediſſe, quæ ſolutionem quærenti lucem nullam præferat. Dn. *Hugenium* id problema A. 1690, 1691 fruſtra tentaſſe. Dn. *Auctor* rurſus ex conditione problematis quærit centrum arcus infinite parvi, ſeu radium circuli oſculantis, eadem fere methodo, ut ante, calculo tamen non paulo prolixiore, unde tandem pag. 16. ducere ſe ait conſtructionem, quam ad uſum mechanicorum vult eſſe aptiſſimam. Sit u radius circuli oſculantis, x ordinata, r conſtans, ratio inter p, s, t, ea quæ elementorum curvæ, abſciſsæ, ordinatæ; fore $u - \frac{3psx}{tt} - \frac{px}{s}$. Hac ſua ait (pag. 17) perplexiorem eſſe *Newtonianam*, eandem tamen utrique prodire curvam. Addit deinde, in modum poſtſcripti, ſe brevis otii ſpatium nactum inveniſſe curvæ puncta ex Logarithmis vel Hyperbolicæ areæ quadratura, quod ducitur ex proprietate *Newtoniana*. Subjicit pag. 22: *Quamvis iſta curva quibusdam erroribus in navium conſtructione vitandis inſervire poſſit, tamen aliam omnino figuram adhibere oportere mihi compertum eſt. Sed hæc ul-* Pag. 512.

 terius proſequi non eſt animus. Sufficiat dixiſſe, multa adhuc vulgo incognita remanere, quibus ſi in apertum prodirent, ipſa rei nauticæ facies plurimum mutaretur, magno regionum quarundam commodo, maximo periculo aliarum, quas tamen ſalvas precamur. Poſtremo refutat Dn. S, quem ait ſummæ laudis æmulum difficillimum problema præmature aggreſſum in *Philoſophic. Tranſact.* num. 246, infeliciſſimo eventu Curvam breviſſimi deſcenſus tractaſse.

Cæterum Dn. *Auctor* paſſim queritur de more problemata in publicum proponendi. *Ejusmodi* (inquit p. 5) *problemata, quamvis a me non ſemel ſoluta, verbi gratia circa* Catenariam, Velariam, *barumque linearum identitatem*, Curvam deſcenſus æquabilis &c. *magnopere ſemper averſatus ſum, neque ſolutiones meas publicis ſcriptis unquam dignatus ſum exponere. Quid enim aliud*, inquit, *proponendis ejusmodi problematis affectari videretur (niſi hic mos inter cordatos etiam invaluiſſet) præter exiſtimationis ſupremam dignitatem? Quam* modeſtioribus *facile præripiant, quicunque ſibi ipſis inventa difficiliora Theoremata ſub problematum forma Mathematicis proponant. Quaſi vero manus darent, quicunque in arenam e veſtigio deſcendere nolentes, intra præſtitutum tempus problema non ſolviſſent; Problema cui ſolvendo Auctor opportunum otium nactus fuerit, cui tractando multos annos forſan inſudaverit; Quod elegerit ipſe, quod amaverit, ac ardentiori ſtudio proſecutus fuerit, cui enodando facilem viam cognatis ſtudiis ſibi paraverit, quod denique ignotum pluribus eruditis per annos aut menſes integros in Actis quibusdam extraneis deliteſcat; aut ſi ad ipſos etiam perveniat, non ita paratos corripiat ad propria ſtudia deſerenda, ut quam ocyſſime ad ſublimes ac difficiles alienasque cogitationes deflectant. Quo etiam dato, etſi calculus, ut ſæpe fit, pro voto ſuccedat, certe non omnes eadem id in publicum promulgandi premun-* Pag. 513. *tur libidine &c. &c.* Hæc cum Dn. *Auctor* non dubitaverit dicere in quosdam egregios Viros, per quos problematum inſignium propoſitiones & ſolutiones Actis noſtris ſunt inſertæ, non accipiet in malam partem, ſi quæ defenſionis gratia Vir Celeberrimus Joh. Bernoulli repoſuit, & in Actis noſtris publicari voluit, ſubjecerimus.

EX-

Act. Erud. An. 1699. M. Nov.

EXCERPTA EX LITTERIS
DOM. JOH. BERNOULLII

Groningæ 7 Auguſti 1699 datis.

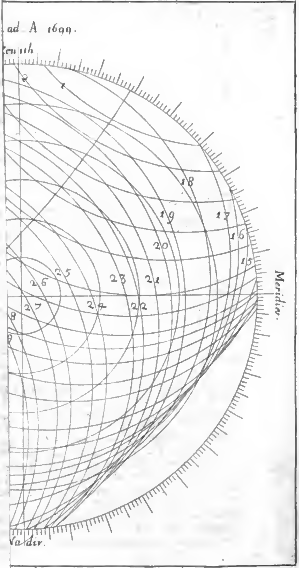
ACcepi duas plagulas priores libelli a D. *Fatio Duillerio* editi, & non potui ſatis mirari modum ſcribendi, quo eſt uſus. Queritur me non dignatum ipſi exemplar problematis tranſmittere, ſed facilis reſponſio eſt, me nec teneri mittere talia ad ſingulos, nec divinaſse ubi ille degat: & Dn. *Newtono* exemplaria miſiſse, non ut eum ad certamen provocarem, ut ipſe *Duillerius* rem interpretatur, ſed ut aliis quoque res innoteſceret. Dum me tanquam *minus modeſtum* accuſat, videtur ſub umbra modeſtiæ voluiſse efficere, ut credamus, *ſe quoque, ſi qua invitatione dignus viſus fuiſſet, literis ſuas dudum ſolutiones fuiſſe exhibiturum;* quaſi ſcilicet, ſi modo ſe applicare *dignatus* fuiſset, mox myſterium fuiſset detecturus. Interim nobis non dicit, quanto tempore fruſtra inſudaverit, quantum laborem hanc in rem impenderit. Nempe antequam de libello *Fatiano* aliquid reſcivisſem, didici a Viro fide digno, qui nuper venit ex Anglia, Dn. Duillerium cum amico etiam in Anglia extraneo, ante duos circiter annos magna contentione problemati huic, cujus notitia mature ad ipſum pervenerat, ſeſe accinxiſſe, & ambos certatim in eo laboraſse. *Amicum* illum primum deſtitiſse re infecta; & *Duillerium*, poſtquam diu ſatis fruſtra inſudaſset, etiam abjeciſse arma. Tandem tamen hunc multo poſt reſumpſiſse problema deſperatum, eique acriter & tenaciter inhæſiſse. An autem abſolviſset, relator ignorabat. Certe, ſi *modeſtia* impedit, quo minus quis ſua inventa publici juris faciat, nemo aliquid in publicam utilitatem edere poterit, niſi immodeſtus eſse velit. Quod ſi vero nomen exprimere jactantiæ eſse dicat, quidni & ipſe ſuas problematum difficiliorum *curvæ catenariæ*, *velariæ*, *iſochronæ &c.* enodationes &c. methodoſque, quas diu poſſidere ſe dicit, publico bono promulgat, ſuppreſso ſuo nomine? Quantum ad ipſas, quas edidit, ſolutiones, hujusmodi problemata noſtro more tractata nullum Pag. 514. aut perbrevem calculum requiſiverunt, aut ex ſola contemplatione infinite parvorum, adhibita quadam dexteritate, fluxerunt. Calculi vero quos inſtituit, admodum ſunt perplexi, quos

ut

 ut examinarem, a me impetrare non potui. Problema *Curvæ ſolidi minimæ reſiſtentiæ* vocat magis arduæ diſquiſitionis, quam problema *celerrimi deſcenſus*; ſed tale fuit *Duillerio* forte, qui genuinam ſolvendi methodum non habebat. Hoc enim problema tantæ facilitatis deprehendo, ut ad ejus ſolutionem nullo prorſus calculo fuerit mihi opus: nam charta & calamo deſtitutus, & in lecto decumbens, ſolius imaginationis ope plenarie id ſolvi.

TAB. V. Fig. 1. Eſto curva quæſita BFN (*Fig.* 1) quæ ex revolutione ſua circa BM deſcribat ſolidum in quod minima fiat reſiſtentia, ſi moveatur ſecundum plagam ipſius axis BM. Elementa applicatarum NM concipiantur diviſa in partes æquales NR, RP: ſint NL, LF duo elementa curvæ reſpondentia elementis NR, RP: producatur RL ad O, ita ut LO infinite parvum ſit reſpectu RL. Ductis NO, FO erit ex natura *minimi* reſiſtentia in zonam ex converſione elementi curvæ NLF (quod ut duas lineolas rectas NL, LF conſidero) factam æqualis reſiſtentiæ in zonam ex converſione lineolarum NO, OF, adeoque reſiſtentia zonæ NL — reſiſtentia zonæ NO = reſiſtentia zonæ FO — reſiſtentia zonæ FL. Jam vero aſſumpta hypotheſi communi, qua & Newtonus utitur pag. 325. & ſeqq. nimirum reſiſtentiam obliquam in NL eſſe ad reſiſtentiam directam in NR, ut NR^2 ad NL^2, exprimentur reſiſtentiæ elementorum curvæ, exempli gratia ipſius NL per $NR^3 : NL^2$ adeoque reſiſtentia zonæ NL per $MN. NR^3 : NL^2$. Hinc igitur $(MN. NR^3 : NL^2) - (MN. NR^3 : NO^2) = (MR. RP^3 : FO^2) - (MR. RP^3 : FL^2.)$ Sunt autem OT, LS differentiæ ipſarum NO, NL, & LF, OF, harum reſpectu incomparabiles, ideoque $(MN. NR^3 : NL^2) - (MN. NR^3 : NO^2)$ tantundem quod $2MN. NR^3. TO : NO^3$; & $(MR. RP^3 : FO^2) - (MR. RP^3 : FL^2)$ tantundem quod $2MR. RP^3. LS : FO^3$. Hoc igitur illi eſt æquale. Et diviſis per $2NR^3$ & $2RP^3$ (quæ per hyp. ſunt æqualia) provenit $MN. TO : NO^3 = MR. LS : FO^3$. Ut autem TO, LS, incomparabiles cum reliquis eliminemus, obſervo quod propter triangula ſimilia NO : RO :: LO : TO, adeoque TO = RO. LO : NO. Et ob eandem rationem LS = VF. LO : FO. Subſtitutis itaque hiſce valoribus loco TO & LS, & diviſis per communem LO, habebimus æquationem elementis conſtantem $MN. RO : NO^4 = MR. VF : FO^4$ affectam ſuis reſpective applicatis. Pag. 515. Unde concludo curvam quæſitam BFN ejus eſſe naturæ, ut ſuppoſitis elementis applicatarum æqualibus, applicata quævis multiplicata per reſpondens elementum abſciſſæ, & diviſa per

biqua-


ad A 1699.
Zenith
Meridies
Nadir
2
1
18
19
17
16
20
15
25
26
23
21
27
24
22
8
9

[illegible] by Google

biquadratum elementi reſpondentis curvæ, producat quantitatem conſtanti æqualem. Quæ ergo conſtans ſervata lege homogeneorum ſumatur ad lubitum. Hinc ſi BM vocetur x; MN, y, NR, RP, &c. dy; RO, dx; NO ($\surd$, $dx^2 + dy^2$) ds; fiet $ydx : ds^4 =$ huic aſſumptæ quantitati conſtanti & homogeneæ $a : dx^3$; quæ reducta dat hanc æquationem differentialem primi gradus $y\,dy^3\,dx = a\,ds^4$, quæ curvæ quæſitæ naturam exprimit. Ubi notandum, proprietatem hujus curvæ a Dn. *Newtono* ſine analyſi & ſine demonſtratione traditam pag. 327, ſi reſolvatur in æquationem, eandem omnino dare quam hic inveni. Miror profecto *Duillerium* ſuam ſimpliciorem, hanc vero perplexiorem dicentem; cum tamen hæc illam exhibeat facile, non vero vice verſa, niſi ſumma cum difficultate; quam ipſe ſane non facile ſuperabit, id eſt non facile a cognita proprietate radii oſculantis ad proprietatem tangentis aſcendet; cum tamen contra nullo labore ex proprietate tangentis proprietas radii oſculantis innoteſcat. Act. Erud. An. 1699. M. Nov.

Cum tamen maxima adhuc difficultas ſuperſit, ut conſtructio ex proprietate ſeu æquatione jam inventa eliciatur; ecce eam ſatis elegantem, quæ tantum ſupponit logarithmos: Nempe ad axem CE (*Fig.* 2) deſcribantur duæ curvæ, una algebraica DAH, altera tranſcendens IK, hac lege, ut poſita abſciſſa CE, m; applicata illius EH ſit $(m^3 : aa) + 2m + (aa : m)$ applicata vero hujus EK ſit $= (3m^4 : 4a^3) + (mm : a) - lm$ (poſito lm ſignificare log. ipſius m) erunt KE, EH, coordinatæ curvæ quæſitæ. Ad quam igitur conſtruendam aliud nihil opus eſt, quam ut ad CM, applicatis parallelam, tanquam ad axem ducatur & producatur perpendicularis KM in N, itaut MN ſit $=$ EH; puncta enim N erunt in curva quæſita BN, quæ nempe circa CM converſa producit ſolidum, in quod ſi moveatur ſecundum plagam axis CM, fluidum faciat reſiſtentiam minimam Q. E. F. Et curvæ æquatio tranſcendens exponentialis erit TAB. V. Fig. 2.

$$m^{4\,\overline{a^3 la}} = a^{3\,\overline{m^4 + 4aamm - 4a^3x}},$$ Pag. 516.

Ubi la ſignificat logarithmum ipſius a.

Ex P. S. ejusdem.

Dum poſteriores haſce lineas ſcribo, Tuas ſecundas literas cum adjunctis ſchedis accipio. Percurrens obiter ultimam plagulam ſcripti *Duillerii* reperio conſtructionem, quæ cum mea nonnihil affini-

Act. Erud. An. 1699. M. Nov.

affinitatis habere videtur. Sed eam examinare jam non licet; certus ſaltem ſum, quod eam non inveniſset ex ſua ſolutione, niſi *Newtoniana* proprietate adjutus; quod patuiſſet, ſi methodum, qua ad eam pervenit, adjeciſset. Cæterum vides quam brevi tempore, quam prompte hæc omnia expedierim. Triduum enim eſt, quod tuas priores cum chartis *Fatianis*, quæ hiſce meis anſam dederunt, accepi. Miror vero operam ingentem quam *Fatius* huic problemati impendit, non tantum deſcribendo in ampliori ut vocat charta, ſed & calculando integram Tabulam. Ut jam ipſi propria verba reddi poſſint. Nam e *veſtigio in arenam deſcendi*, etſi *problema* fuerit, *cui ſolvendo auctor opportunum otium nactus fuit, cui tractando diu inſudavit, quod amavit & ardentiori ſtudio proſecutus fuit, quod mihi hactenus ignotum in libro delituit. Id me interim paratum corripuit, quamvis ideo propria ſtudia non deſeruerim:* quod & ipſe potuiſset facere, ſi adeo, ut aſserit ipſe, methodos noſtras in poteſtate habuiſset.

M. Dec. Pag. 544.

ECLIPSIS SOLIS,

Anno 1699, die $\frac{13}{23}$ Septembris obſervata Norinbergæ, a JOANNE PHILIPPO WURZELBAUR.

Norinbergæ, typis Joh. Andr. Endteri filiorum, fol. plag. 2. formæ majoris, cum iconiſmo ½ plag.

EX diverſis, quæ ad manus noſtras pervenerunt, memorabilis hujus Eclipſeos obſervationibus, Clariſſimi *Wurzelbaueri* præcipue B. L. communicamus: quod eadem, cum typis extet publicis elegantiſſime deſcripta delineataque, tum commentariolo inſtructa ſit, ſeriem obſervationis, & momenta inde deducta continente; æquinoctia etiam labentis hujus anni quam diligentiſſime obſervata exhibeat. Quorum obſervationes ſtudioſe dextreque ab Aſtrorum conſultis inſtitui, publici nunc vel maxime intereſt, poſtquam abrogata, communi Statuum Imperii Proteſtantium conſenſu, forma Calendarii Juliana hactenus recepta, de mediis mature ſed conſulto diſpiciendum eſt, quibus annuæ temporum Tabulæ motibus Luminarium cœleſtium, in quo ardui hujus inſtituti cardo unice vertitur, deinceps examuſſim & perpetuo concilientur.

TAB. VI. Typo Eclipſeos ex *Auctoris* Schediaſmate, quod Regiæ Scientia-

ſiarum Academiæ Pariſinæ (quam in arctius ſecum commercium adſciviſſe *Auctorem* noſtrum, *eidem* oppido gratulamur) inſcripſit, huc translato, jungimus Tabulam, ordinem & quantitatem Phaſium, cum temporibus horologii oſcillatorii, ſingulis phaſibus correſpondentibus, & cum ſciaterico horizontali exacto, ſingula minuta referente, altitudinibusque Solis ſolicite captis, accurate conſpirantibus, exponentem; cui adeo tuto fidem habere poterit, qui Eclipſin hanc ſive ad ſuos ſive aliorum calculos examinare, e re ſua exiſtimabit. Act.Erud. An. 1699. M. Dec.

Pag. 545.

Ordo Phaſium.	Quantitas.		Tempora Horologii Oſcillatorii.		
Num.	Dig.	min.	H.	M.	S.
Initium.	—	—	VIII.	57.	14
1	0.	52	IX.	3.	26
2	1.	32		8.	23
3	2.	28		14.	14
4	3.	19		19.	40
5	4.	8		24.	57
6	5.	15		31.	57
7	5.	50		35.	2
8	6.	26		38.	43
9	6.	53		40.	36
10	7.	20		43.	47
11	7.	56		50.	39
12	8.	30		55.	9
13	9.	23	X.	1.	44
14	9.	53		5.	46
15	10.	24		10.	34
16	10.	38		14.	37
17	10.	45		17.	54
18	10.	45		22.	29
19	10.	12		27.	31
20	9.	49		30.	10

Act.Erud. An. 1699. M. Dec. Pag. 546.

Ordo Phaſium.	Quantitas.		Tempora Horologii Oſcillatorii.		
Num.	Dig.	min.	H.	M.	S.
21	9.	21	X.	33.	11
22	8.	52		35.	53
23	8.	30		38.	46
24	7.	38		42.	42
25	7.	14		46.	7
26	6.	33		49.	42
27	6.	6		53.	22
28	5.	27		56.	37
29	5.	9	XI.	0	0
30	4.	33		4.	24
31	3.	57		8.	16
32	3.	13		13.	3
33	2.	41		18.	3
34	2.	11		21.	37
35	1.	32		25.	38
36	1.	2		28.	27
Finis.	0.	0		33.	56

Notavit porro *Auctor*, a phaſi octava ad duodecimam uſque, opacam Lunæ peripheriam a parte meridionali aliquantillum aſperam, circa cornu autem ſeptentrionale ad quartam fere ſegmenti partem læviorem: dum autem cornua Eclipſeos Pag. 547. horizonti fere parallela exiſterent, ante & poſt phaſin decimam quintam, extremitatem peripheriæ Lunaris gibboſæ deorſum nonnihil illuminatam & croceo quaſi colore tinctam: ſtellas tamen, aura licet a nubilis libera conſpectas nullas; nec etiam Venerem ipſam, niſi præſtanti oculorum acie præditis, in aprico viſam.

Diſco Lunari ex plurimis magnitudinis diverſæ, ad quina ſecunda differentibus, & ex charta ſpiſſiuſcula exſectis diſculis, circa & poſt phaſin primam, nullum congruiſſe *Auctor* memorat, niſi qui (aſſumpto radio Solari 16′. 4″.) ad radium 15′. 30″ fictus erat; cumque ſucceſſive in tantum ampliatum fuiſſe,

ut

ut majores ſubinde fuerint applicandi; & circa phaſin trigeſimam ſextam peripheriæ Solaris ſegmentum diſculo non minori, quam ad radium 16'. 5" deſcripto, reſpondiſſe: ac proinde diametrum Lunæ, circa finem Eclipſeos, Solarem ſi non ſuperaſſe, certe æquaviſſe. Act. Erud. An. 1699. M. Dec.

Huic obſervationi non abs re erit ſubjunxiſſe, in phaſi *Auctoris* vigeſimaſeptima, quæ eſt dig. 6. 6', Lunam paulùlum ſupra duas tertias peripheriæ Solaris occupaſſe: quod argumento eſt, Semidiametrum illius eo tempore æqualem fuiſſe Solari. Nobis Lipſiæ ad momentum umbræ, centrum Solis, ante & poſt ſummam obſcurationem, ſtringentis attendentibus, ob interjecta impedimenta, tam felicibus eſſe non licuit, ut notatis exacte peripheriarum interſectionibus, Solaris interceptæ quantitatem captare, diametrique Lunaris cum Solari comparationem inſtituere, & utrum illa hac temporis intercapedine ſenſibilem mutationem paſſa fuerit, experiri potuerimus: utut oculorum judicio, aliis argumentis ſubnixo, eadem Solari minor ſit habita.

Æquinoctia hujus anni juxta *Auctoris* obſervationes contigere,

	D.	H.	'	"
Vernum, Martii	9.	20.	35.	27.
Autumnale, Septemb.	12.	10.	22.	42.

Sed juxta Tabulas Auctoris,

Illud	—	—	—	40.	30.
Hoc	—	—	—	32.	52.

Præter hanc obſervationem habemus & binas alias Clariſſimorum Virorum Dn. *M. Godofredi Teuberi*, Archidiaconi Cizenſis, & Dn. Cl. *M. Jacobi Honoldi*, Paſtoris in pago Hervelſingen, diœceſeos Ulmenſis; illam *Cizæ*, alteram *Hervelſingæ* prope *Ulmam* Suevorum habitas, nitidiſſimeque expreſſas: quas cum pagellarum anguſtia integras huc transferre vetet, earum ſumma tantum momenta indicaſſe ſufficiet. Cœpit autem illic Eclipſis die jam dicto hora 9. 0', deſiit hora 11. 35', excrevitque ad digitos 11: hic vero initium ſuum ſumpſit hora 8. 55', finiit hora 11. 31'; defectu maximo 10 digitorum. Pag. 548.

Nobis Lipſiæ Luna Solis diſcum inire deprehenſa eſt, tempore ex altitudinibus Solis correcto, hora 9. 11', exire hora 11. 38'. 30". maxima obſcuratio digitorum 11. 20, quaſi duravit ab

hora 10. 16′. 45″. per 6′. Obſcuratis 10 digitis, aura cæteroquin defecatiſſima, luridam faciem induere cœpit, triſtioremque, quam quæ cœlo ſereno ſolet eſſe, Sole jamjam ſub Horizontem condito. Galli etiam gallinacei, hactenus admodum canori, tanquam ſilentio impoſito, & veluti cubitum ituri, conticuere omnes; nec niſi redintegrata eouſque Solis luce ad priſtinum vigorem & cantum rediere: præter Venerem autem nullam ſtellam aliam iis, qui cœli faciem ſub dio tunc luſtrarunt, hic viſam accepimus.

EXCERPTA EX ACTIS ERUDITORUM LIPSIENSIBUS, ANNI 1700.

HISTORIA DE MAGNI TENDINIS SURAM

Inter & calcem transverſim diſſecti, ſutura interveniente, unitione ac curatione, additis annotationibus, coram Societate Regia recitata a GUILIELMO COWPERO, Societatis laudatæ Membro.

Ex Actorum Philoſophicorum Anglicorum Menſe Majo, A. 1699. ſive N. 252. Latine reddita.

AD *Thomam Wheatly*, fabrum lignarium, triginta annos agentem, ac in tibia ſiniſtra de gaſtrocnemiorum muſculorum magno tendine, tres digitos transverſos ſupra os calcis, integro diſſecto conquerentem accerſitus nuper, primo Februarii die, ſuperiorem tendinis partem duos ad minimum digitos ab inferiori ſejunctam deprehendebam. Acubus tamen ei operationi, quam in animo volvebam, ſatis proportionatis haud inſtructus, Act. Erud. An. 1700. M. Jan. Pag. 23.

Act.Erud. An. 1700. M. Jan. ſtructus, domum repetere easdemque inde afferre, habebam neceſſe; rediens vero Dominum *Gooddiar*, experientiſſimum Chirurgum, qui præſens eſſet, ac in operatione ſequenti mihi aſſiſteret, advocabam.

Pag. 24. Apparatu omni inſtructo, atque in duas vel tres magnas acus ſerico filo valido & probe incerato immiſſo, ante omnia integumenta externa *Fig. I. a, b*, incidenda mihi erant; quo diſſecti tendinis extrema *ABab* denudarem. Hinc acum primam C per tendinem A ad dimidium circiter digitum ſuper diſciſſam extremitatem, alteram vero acum D per eandem ſuperiorem tendinis partem paulo ſub priori trajiciebam, ne fila duo ſibi invicem occurrerent, ſeque in tendinis medio decuſſarent. Hinc utraque acu diſſecti tendinis pars inferior eo perforabatur modo, qui in *Figura* modo memorata CD indigitatur. Pede extenſo, duo tendinis extrema vinculorum CD conſtrictorum ope ita ſibi invicem adaptabantur, ut, pede in iſto ſitu perſiſtente, ſectæ partes ſervarentur conjunctæ. Verum quatuor vinculorum horum terminis reſciſſis, labia quoque vulneratæ cutis unico utrinque punctu paulo ſupra tendinis futuram adducenda ſibi invicem videbantur. Quo peracto, ſplenium linteum Terebinthinæ Balſamo intinctum vulneri imponebatur, impoſitumque alio lato ſplenio lineo & *linimento* e *Gummi Elemi* imbuto tegebatur. Conſuetis denique faſciis, pulvillis, &c. admotis, quo partes inflexæ detinerentur, omniſque motio punctus tendini injectos forſan perrumpens præcaveretur, ferula omnino craſſior, in modum arcus concinne efformata, pedi ac tibiæ anterius a me erat applicanda. De dolore exquiſito querebatur æger, cum acus per ſuperiorem tendinis ſecti partem traducerentur; quamvis in ipſo diſſectionis loco vix digitum meum perciperet. Nec dolebat, ubi acus per inferiorem partem tendinis adigebantur. Poſtquam ſanguis in brachio ad quatuordecim uncias evacuatus eſſet, diſcedebam ab eo in lecto recumbente. Sex horis elapſis (circa octavam circiter veſpertinam) pulſum ejus aliquanto majorem quam antea obſervabam. Unciam tunc unam Syrupi de Meconio aſſumebat. Proximo mane conditionem ipſius haud pejorem cognoſcebam. Nonnihil hac nocte ſe dormiviſſe, a lancinationibus ſolum in ſura tibiæ vulneratæ ſæpius expergefactum, commemorabat. Tertia ab operatione die, vulnus eadem ac antea ratione deligabam, fomenti tantummodo vice decoctum abſynthii, ſalviæ, roriſmarini, foliorum lauri &c. adhibendo. Die quarta ab operatione faſciatio circa vulnus multo humore ſeroſo, Synovia qui vulgo audit, madefacta occurrebat. Sexto die

Pag. 25. materies paulo craſſeſcebat, cute autem circa vulnus parum diſtenta,

TAB. I. ad A.

Fig.

c



Act
An.
M.

Pa

TA
F

Pag.

Digitized by Google

ſtenta, futuram ultimam cogebar reſcindere, quo puri, duobus inſequentibus diebus magis adhuc ſpiſſeſcenti, adeoque Synoviæ imminutæ, liberior pateret exitus. Act.Erud. An. 1700. M. Jan.

Hoc circiter tempore duo tendinis extrema non parum dilatabantur, & ſubſtantia quædam albicans, verſus ſuperiorem vulneris partem, in eo progerminabat; cui loco Balſami Terebinthinæ Tincturam Myrrhæ applicabam. Paucos dies poſt, ſubſtantia iſta augebatur, duoque tendinis extrema fungoſa cooperiebantur carne, certiorem me reddente, vaſcula ſanguifera & tubulos nutritios a duobus vinculis prioribus haud fuiſſe compreſſa. In uſum poſtea vocabam ſicciora, nunc ſplenia ſolum lintea, nunc vero pulverem terebinthinæ, admovendo. Decem circiter ab operatione diebus præteritis, alterutrum tendinis vinculum deprehendens relaxatum, diſcindebam & extrahebam; nec modo diverſo alterum vinculum removebam, cum poſt duos vel tres dies pariter laxum illud eſſet. Pars interea temporis ſemper ferulæ ſuperius indigitatæ adjumento ſervabatur inflexa.

Sæpius tenebar levia eſcharotica adhibere tendinisve fungum abſumere. Triginta nondum abierant dies, cum valde claudus obambularet; neque multi dies interjecti, cum totum S. Jacobi vivarium pedibus ſe peragraſſe affereret. Nulla tamen inſequebatur moleſtia, etiamſi ipſe aliquod opus artis ſuæ quotidie ſedens efficeret; pedis potius uſus magis magisque reſtaurabatur, in tantum, ut vigeſimoſexto die Martii (quo octava ab operatione ſeptimana complebatur,) Grenovicum expatiaretur, magnam ibi balænam in littore proſtratam viſurus, paucarumque horarum ſpatio inde reverteretur. Omnes pedis motiones nunc perfecte recuperavit, eundum inter vix claudicans, nec incommodi quicquam artem ſuam exercens percipit.

Quod ſi tot hiſtoriæ hujus circumſtantias particulares tædioſius recenſuiſſe videar, excuſabor quodammodo, quod tam in genere modus conſuendi tendines infrequens, quam exempli hujus raritas in ſpecie, neceſſitatem impoſuerint nullam omittendi circumſtantiam, cum multi eorum, qui operationes Chirurgicas accurate deſcripſere, ſuturam tendinum vel plene negligant, vel ſaltem improbent, alii autem ejus praxin multo ab ea differentem, quam hic tradidi, exhibeant. Pag. 16.

ANNOTATIONES.

Apud omnes Auctores, quos hac occaſione conſului, non niſi unicum caſum ſimilem reperire licuit, a Veſlingio, accuratiſſimo

ſui

 ſui ævi Anatomico, nude quidem, non tamen ſine admiratione inſigni, enarratum.

Communis fert opinio, diſſectorum tendinum ſuturam periculoſam, ſi non impoſſibilem, eſſe; neque Chirurgicos inter Scriptores deſuere, qui conjecturam talem approbarent. Equidem *Ambroſii Paræi Opera* magni facere convenit, (ſpeciatim, quod in artuum amputatione pro ſanguinis effluxu inhibendo arteriarum extrema ligari optime jubeantur, atque adverſus obſtinatum adverſarium, *Bartholomæum Perdulcem* ſtrenue defendantur; qualis praxis & nuper apud nos exoptato revixit,) laudatusque auctor de genere humano præclare meruit. Hic tamen neutiquam prætereunda, quæ *Lib.* 9. *cap.* 36. protulit: *Quidam Chirurgi*, inquiens, *aliquando auſi ſunt, cum tendines penitus ſecti eſſent, extremis admotis, conſuere ad unionem. Id tamen ego tentare nunquam ſum auſus, doloris, convulſionis, & ſimilium horrendorum ſymptomatum metu. Quod* (pergit) *ad craſſi illius tendinis, qui in cruris ſura ex trium muſculorum concurſu conflatur, adque calcem pertingit, vulnera, animadverti illum enſe reſectum, vulnera relinquere diuturnæ & difficilis conſolidationis, quin etiam cicatrice tandem obducta, cum primum e lecto reſurgens in viam ſe daret æger & incedere conaretur, recrudeſcere illa iterumque dehiſcere.*

Opportunitas aliquando dabatur idem in dicti tendinis vulnere obſervandi; eo ipſo nihilominus Chirurgos a conſuendo ipſo, ſi integer diſſectus fuerit, haud terreri debere, exemplum modo in medium allatum ſatis evincet.

Hippocrates lib. 1. *de Morbis VII*, 21. ejusmodi opinioni videtur favere, quod nervus ſive tendo præciſus ac diſſectus non coaleſcat; nec ullibi (quantum mihi conſtat,) ſuturæ ejus mentionem injecit.

Pag. 27. Etiamſi vero nec *Galenus* diſſectorum tendinum ſuturam ſuadeat; *Guido* tamen *Tract.* 8. *Doctr. I. Cap.* 4. e verbis, quibus *Galenus de Meth. Medend. lib.* 6. *c.* 3. *curationem nervi præciſi cum ea communem* aſſerit, *quæ aliorum eſt ulcerum*, nititur colligere, praxin talem tacite a *Galeno* ratam haberi, *quod alia ulcera ſuuntur, ut ſerventur partes adductæ.*

Avicenna Fen. 4. *T.* 4. *Cap.* 2. dicit: Si autem diſrumpatur in latitudine nervus, tunc neceſſarium eſt ſuere ipſum, & ſi non, non conglutinatur. Cum *Avicenna* conſentiunt *Gul. e Saliceto L.* 2. *C.* 9. *Rogerius L.* 3. *C.* 13. *Lanfrancus L.* 2. *C.* 9. *Doct.* 3. *C.* 3. *& in Chirurgia parva C.* 4. *Nicolaus Florentinus* de tendinum ſutura pariter loquitur, itemque *Brunus Lib. I. C.* 5.

Guido operationem hancce propugnans ad eorum objectiones re-

reſpondet, qui partes iſtas per primam intentionem haud denuo coaleſcere, ideoque ſubſtantia aliqua extranea, pororum continuitatem lædente ac vias ſpirituum obſtruente, reſarciendas eſſe contendunt, dum, *vidi*, ait, *& audivi in multis Nervos & Tendines inciſos, & eos ita reſtauratos Sutura, & aliis auxiliis, ut poſtea incredibile videretur ipſos fuiſſe inciſos.* Act.Erud. An.1700. M. Jan.

Marcus Aurelius Severinus itidem ſuturæ tendinum patrocinatur: fatendum tamen, ex *Ambroſio Paræo* falſo aliquem locum ab eo allegari. Edocet namque ibi *Paræus*, thecam ex ferro albo efformandam ſe curaſse, in quam pollicem indiderit, ejusque medio erectum detinuerit, poſtquam tendines eundem erigentes plane reſecti fuiſsent; neutiquam vero ejusmodi tendines denuo conglutinatos adſtruit, prout *Severinus* innuit. Cujus erroris *Petrus de Marchettis Obſervat. 63.* non ſolum *Severinum* arguit, ſed & perſtringit, quod ipſam tendinum ſuturam commendaverit.

Felix Wurtz cum propria, tum aliorum aſseverat experientia, tendines penitus diſsectos ſuturæ adminiculo coaleſcere.

Doctiſſimus atque ſolertiſſimus *Johannes Veslingius in Ep. 15. ad Fabricium Hildanum* perſcripta, (ubi Galenum de tendinum vulnere parum ſibi conſtare, e diverſis monſtrat locis) exemplum aliquod noſtro haud abſimile adducit, *vidi*, inquiens, in *parentis mei amanuenſe Othone Loſero tendinem a gaſterocnemiis & ſoleo muſculis conflatum, paulo ſupra calcis os diſſectum, ſuturis aliquot a Chirurgis conjunctum. In Arabe item*, (adjungit) *cui acinace tendo a tibiæ extenſoribus conſtitutus transverſim ſub patella genu vulneratus, ſimilem in modum a Tunitario Chirurgo adducebatur. Deteſtabar hominum audaciam: ſed felix ſucceſſus & vix notabile a peracta curatione detrimentum timoris vanitatem arguebant.* Pag. 28.

Dn. Bienaiſe tendinum diſsectorum ſuturam perhibetur in uſum revocaſse. *Miſcellanea Acad. Nat. Cur. Dec. 2. A. 3. Obſ. 121.* & *Dn. Verduc* rationem, qua eandem ille adminiſtraverit, diverſimode exponunt; methodus tamen prior in *Miſcellaneis* indigitata voto haud reſpondere videtur, nec altera, quam *Verduc* tradit, adeo certa eſt & evidens.

Dn. Vauguion in Operationibus Chirurgicis (Anglice nuper verſis) exhibendo modum *Dn. Bienaiſe*, veſtigiis *Dn. Verduc* inſiſtit; uterque videlicet in eo conſpirant, unam tendinis reſecti extremitatem ſuper alteram eſſe adducendam, quod tamen in præſenti caſu haud factum, nec aliis occaſionibus id neceſsarium reputo, neque proficua tot in ſutura tendinum ſplenia, de quibus verba faciunt in ipſis eorum ſcriptis legenda.

Digitized by Google

Act.Erud. An. 1700. M. Jan.

Equidem præter hos & alii habentur, qui operationes Chirurgicas Gallice deſcribentes rationem conſuendi tendines oſtendere præſumunt, in *Dn. Bienaiſe* methodo tamen videntur acquieſcere.

Nuck in Operationibus Chirurgicis inter alia ſequentibus eam exprimit verbis: *Parte læſa decenter locata duobus in locis unamquamque tendinis extremitatem perforamus, filumque ſericum cera obductum trajicimus; hinc interpoſita ſuberis aut corii particula extremitatum adductio filorumque adſtrictio certior redditur, neque etiam tendinis extremitates adeo facile, ac omni ſplenio omiſſo, lacerantur;* num vero alterutra tendinis extremitas ſuper alteram debeat adduci, ne verbo quidem innuit.

Aſt quamvis tot Scriptorum auctoritas ex parte apud me prævaluiſſet, ut de ſucceſſu ejusmodi operationis bene ſperarim, aliorum tamen non infimi ſubſellii contradictiones animum tenuiſſent ſuſpenſum, niſi aliquando in tendine tibiæ equinæ inſignia vaſa ſanguiſera videre licuiſset; tunc enim perſuadebar, tendines etiam plane diſsectos, æque ac oſsa & alias partes, poſse conglutinari, modo partes vicinæ illæſæ & duo tendinis extrema, ſolerter ſibi invicem ſine ulla vel ſaltem notabili vaſorum ſanguineorum compreſſione, adductæ eſsent. Diſtributionem vaſorum ſanguiferorum repræſentat adjecta *Figura* 2. in qua truncus AA cum ramis *aa* ad tendinis fibrillas BB protenſis exhibetur; num autem vena eſset, an arteria, in iſto quidem ſubjecto haud poteram diſcernere; probabiliter tamen in ejusmodi magno tendine utrumque vaſorum genus ſimili diſpenſatur ratione. Eo nihilominus inclinat ſententia, parilem vaſorum ſanguiferorum diſtributionem in præſentis exempli tendine diſsecto haud reperiri, ſed vaſa ejus ſanguiflua interne prope digitorum ac tarſi muſculos accedere & recedere. Id quod ab eo notandum, qui in ſimili caſu operationem aggreditur, ne pinguedinem & membranas prope dictos muſculos a tendine ſeparando communicationem hujus cum vaſis ſanguiferis una tollat.

Pag. 19. Tab. I. Fig. 2.

RE-

RELATIO DE MACHINA A THOMA SAVERY INVENTA, aquam ope ignis attollente.

Act.Erud. An. 1700. M. Jan.

Ex Actis Philoſophicis Anglicanis, menſe Junio 1699, ſive N. 253. pag. 228.

DN. SAVERY die 14. Junii 1699 exhibebat coram Regia Societate exemplar machinæ aquam ignis ope elevantis, & experimentum ejus rei faciebat, eo ſucceſsu, ut Societatis expectationi reſponderet, ab eaque approbaretur. Machinæ ſtructuram ex figura adjecta licebit cognoſcere. Ubi

Fig. 3. Frons eſt machinæ aquam adminiculo ignis attollentis. TAB. I. Fig. 3.

A. Fornax.
B. Ahenum.
C. Epiſtomia duo, quæ dum vertuntur, vapores transvehunt in vaſa D.
D. Vaſa aquam e fundo recipientia, eandemque deventia ad ſummum.
E. Valvulæ.
F. Epiſtomia aquam detinentia, dum valvulæ forte expurgantur.
G. Pellens tubulus.
H. Tubulus ſuctorius.
I. Aqua.

Fig. 4. Proſpectus lateralis ejusdem machinæ.

MEDITATIONES QUÆDAM ET EXPERIMENTA CIRCA VEGETATIONEM, a JOH. WOODWARD Illuſtri Societati Regiæ propoſita

M. Febr. Pag. 87.

& ex Tranſact. Philoſ. Anglicanis menſis Junii 1699. pag. 193. ſqq. excerpta.

VEterum pleroſque terræ potiores partes, uti in aliorum corporum, ita in vegetabilium quoque conſtitutione tribuiſse conſtat, quæ parentis & matris honorifico nomine propterea illis etiam appellata fuit. Ab iis longiſſime receſserunt ſummi noſtri ſe-

 ſeculi Phyſici, Verulamius maxime, Helmontius atque Boylius, qui vel ſolum, vel præcipuum vegetabilium principium aquam eſse exiſtimarunt. Experimentis, quibus inducti hanc ſententiam amplexi ſunt, doctiſſimus Woodwardus exiguam probandi vim ineſse exiſtimat. Ut taceamus enim, quod ex ejus ſententia, terra ita coqui non poſſit duabus vicibus, ut ad eundem præciſe ſiccitatis gradum reducatur, difficillimumque etiam ſit, & terræ, & plantæ ex hujusmodi terra, aqua affuſa, natæ pondus præciſe aſsequi: nondum probare potuere ſententiæ illius patroni, aquam, terræ illi affuſam, ex partibus prorſus homogeneis aqueis ſine ulla terrearum, quibus limpidiſſimas etiam aquas non carere Auctor oſtendit, admiſtione conſiſtere. Hoc ipſum vero docens, ſimul etiam corpuſculorum craſſiorum omni aquæ innatantium naturam examinat, duorumque generum illa eſse obſervat. Partim enim terreſtria ea & vegetabilia eſse dicit, hæcque cum diverſiſſima ſint, diverſis etiam vegetabilibus nutriendis inſervire: partim mineralis eſse naturæ, atque ea etiam corpuſcula non eandem omnes rationem habere, cum ſalina alia ſint, vitriolica alia, alia nitroſa, alterius denique naturæ alia. Hujus igitur naturæ non minus quam naturæ terreſtris corpuſcula in omnibus aquis eſse cenſet, cum eo diſcrimine tamen, ut major eorum copia in fontibus quam in fluminibus, & in pluviis aquis minor quam in fluviis reperiatur. De iſtis omnibus experientiam unumquemvis convicturam eſse confidit, ſi aquæ, in vaſe probo obturato aſservatæ, mutationes obſervet; vegetabiles enim terreſtresque particulas tempore aliquo elapſo in viridem maſſam concretas ſuperficiem occupare: fundum petere, utpote graviora, mineralis naturæ corpuſcula animadvertimus. Cum itaque aquas omnes multum terreæ materiæ admiſtum habere ex iſtis conſtet, difficile admodum eſt dictu, utrum aqueis an terreis particulis nutritionem ſuam & augmentationem vegetabilia debeant. Id tamen ut aſſequeretur Vir ſolertiſſimus, hanc viam ſibi ineundam
Pag. 88. eſſe putavit: Varia ſibi eaque omnia ejusdem, quantum fieri potuit, capacitatis vitra delegit, aquæ in eas infuſæ pondus diligenter exploravit, orificiumque ſingulorum membrana in medio perforata, ut plantam ſine nimia compreſſione, quæ vegetationi ejus obeſſe poſſet, admitteret, obduxit. Hoc ipſo id agebat, ne aqua alia via quam per caulem plantæ adſcendere atque evaporare poſſet. His vero ita cum cura diſpoſitis, varia mentæ aliarumque plantarum germina delegit, eaque, examinato pondere eorum, in modo commemoratis vitris per aliquantum temporis incrementa capere juſſit. Atque adeo exacto non integro trimeſtri ſpatio, plantis ex aqua amotis, denuo pondus

aquæ,

Digitized by Google

aquæ, plantarumque cum omnibus foliis, quæ marceſcentia de-
fluxerant, exploravit. Adeoque computum inſtituit, quantum aquæ in plantæ incrementa fuerit impenſum, quantum item materiæ plantæ hac vegetatione acceſſerit. Computum illum accurate deſcriptum ab eo habemus, qui docet luculente, longe majorem aquæ copiam ſemper inſumi in hac vegetatione, quam cui aliqua proportione pondus materiæ, quod plantæ acceſſit, reſpondeat: minima enim differentia materiæ ponderisque, quo planta aucta fuit, ad aquam conſumptam eſt 1 ad $46\frac{20}{94}$. Hinc vero merito concludit Vir Cl. maximam partem maſſæ fluidæ, quæ per plantam tanquam filtrum aliquod elevatur, non figere in ea ſedes, ſed per poros ejus avolare & in atmoſphæram exhalari, atque inde ſimul rationem reddit, cur vaporibus humidis adeo obſideantur loca, frequentibus arboribus conſita: inde & quid olfactum noſtrum ſuaviter adeo afficiat, explicat; eſſe nimirum id nihil aliud quam circumvolitantes illas particulas humidas, in itinere ſuo per plantarum caules ſubtiliores plantæ particulas avehentes: imo & originem gummi & mannæ aliarumque exſudationum vegetabilium deducit, quæ ſint a craſſioribus particulis plantæ, cum humidis avolare nitentibus, ſed ob gravitatem ſuam in ſuperficie florum, foliorum & aliarum partium plantæ conſidentibus. Quemadmodum vero, ut ad rem, quæ præcipue hic agitur, redeamus, aquæ particulæ, licet mox avolantes, in planta adſcendunt, ita terreas, aqua uti oſtenſum fuit Pag. 89.
innatantes, in plantam ſimili ratione adſcendere inde patet, quod longe major terreſtris materiæ copia, experimentis viri Cl. ad finem perductis, ſubſederit in aqua, quæ nullam aluerat plantam, quam in ea cui planta nutrienda concredita fuerat. Itemque ex eo, quod dilutæ in aqua terræ, qualem horti requirunt, magna pars in plantam abierit, quodque in plantis, quæ ad maris littora inveniuntur, mineralis materia manifeſte ſe prodat, ut alia hujusmodi argumenta taceamus. Aſcendere itaque terreſtres particulas in planta certum eſt, at id quoque eſt evidens, tanto magis augeri plantam, quo plus materiæ terreſtris aqua, in qua collocata fuerit, continuerit. Oſtendunt id omnia experimenta a Cl. viro inſtituta: menta enim, quam aqua fluvia alebat, majora incrementa capiebat, quam ea quæ pluvia aut fontana alebatur, maximaque illa, quæ aquam nacta fuerat, ſoluta in illa terra ex horto effoſſa impragnatam. Non autem quævis materia terreſtris apta eſt, ut in quacunque planta adſcendat eandemque alat, ſed aliam alia requirit, quod variis iterum experimentis oſtenditur. Inde vero concluſio deducitur, vegetabilia non ex aqua, ſed ex certa & peculiari materia terreſtri formari,

aquam

Act.Erud. An. 1700. M. Febr. aquam vero terreſtri materiæ vehiculi tantum loco inſervire, nec quicquam vegetabilibus addere: quod poſterius vel exinde evincitur, quod nihil incrementi capiat planta, ſi idonea materia terreſtris ad eam non deferatur, licet maxima aquæ vis per eam aſcendat. Hujus rei experimentum, ut ex quamplurimis unum adducamus, cataputia dedit, quæ licet longe majorem aquæ vim quam menta exhauſiſſet, longe minora tamen, imo pene nulla incrementa cepit. Nulla itaque ſine aqua procedit vegetatio, ut pote cujus particulæ ſphæricæ, motui ſuſcipiendo maxime idoneæ, atque in interſtitiis ſuis terreas particulas ſecum avehendi aptæ natæ, ignavam magis materiam terreſtrem in plantam evehere, atque ſurſum attollere valeant: ipſa tamen aqua non eſt, quæ ingreditur conſtitutionem plantæ, atque adeo ſubſtantiam ejus auget. Quid quod ne aqua quidem ſola iſtud quod diximus officium plantæ præſtare queat, utpote quæ debitam caloris quantitatem, qua ipſa commoveatur, requirat. Expertus hoc Auctor eſt in plantis, quas menſe Octobri, atque ſequentibus fri-
Pag. 90. gori magis obnoxiis, vitris ſuis aqua oppletis concredidit; tum enim longe minorem aquæ copiam quam calidioribus menſibus exhauſere. Imo docet hoc omnium vegetabilium in hortis & agris conditio, utpote quæ autumnali tempore calore facto remiſſiore flacceſcere incipiant, nova vita ipſis una cum calore ſub vernum tempus redeunte: ut taceam quæ climata magis minusque calida, imo & calor hypocauſtorum noſtrorum, ejusque in plantas vis, nobis argumenta ſuppeditant.

REGIÆ SCIENTIARUM ACADEMIÆ HISTORIA,

M. Martii. Pag. 108. In qua præter ipſius Academiæ originem, & progreſſus, variasque diſſertationes, & obſervationes per 30. annos factas, quam plurima experimenta & inventa cum Phyſica, tum Mathematica in certum ordinem digeruntur. AUCTORE JOANNE BAPTISTA DU HAMEL, ejusdem Academiæ Socio, & Exſecretario.

Pariſiis apud Stephanum Michallet, 1698. 4°.
Conſtat 2. Alph. 7. Plag.

QUatuor in libros egregium hoc opus, quod quidem paulo ſerius ad nos pervenit, diſtribuitur. In primo quæ acta ſunt in Illuſtriſſima Academia, ab exitu anni 1666 ad initium uſque anni 1675,

1675, continentur: ſecundus ad annum uſque 1684; tertius ad annum 1692 excurrit; poſtremus in anno 1696 deſinit. Act. Erud. An. 1700. M. Martii.

Primus hujus hiſtoriæ liber ſectiones undecim, quæ in varia capita penes rerum varietatem, & temporum ſeriem diſtribuuntur, continet. In ſectione prima Academiæ Scientiarum inſtitutio, quæque exeunte anno 1666 geſta ſunt, continentur; ubi quæ Regem Chriſtianiſſimum moverint rationes, ut hunc Eruditorum cœtum aggregaret, qui fuerint primi hujus Academiæ Socii, quæ prima illius exordia, docetur. In ſectione proxima de Phyſicis laboribus anno 1667 ſuſceptis agitur. Illud in primis Academiæ propoſitum fuit in rebus Phyſicis, ut quæ ad corporis humani cognitionem, plantarum, & animalium hiſtoriam, in iis quæ Chymicas analyſes ſpectant, potiſſimum elaboraret, ſic tamen ut, quæ Phyſicæ generali lucem aliquam afferre poſſunt, non omitteret. Nec ea tantum quæ rara ſunt & inſolita, ſed ea maxime quæ ſunt ante oculos poſita, ut calorem, frigus, motuum leges, corporum gravitatem &c. expenderet: Exemplum in hanc rem ſatis idoneum hujus anni 1667 hyems acrior ſuppeditavit, ut quanta eſſet vis frigoris in aqua dilatanda, innoteſceret. D. Hugenius die 8 Januarii, cum ſæviret frigus acerrimum, juſſit tubum ferreum ſclopeti in duas partes ſecari, atque unius extremum ferruminari, tubi aqua repleti extremum alterum cochleæ ope vi adactæ occludi, plumbum liquefactum ſuperfundi, ad feneſtram ſui cubiculi gelido aeri tubum noctu exponi, qui circa horam ſeptimam matutinam magno cum ſtrepitu crepuit. In parte altera tubi idem experimentum fuit iteratum, tum de cauſa hujus dilatationis fuſe diſputatum. Pag. 109.

Varia quoque experimenta facta ſunt circa ponderis augmentum in quibusdam mineralibus, ut in regulo antimonii in marmore triti, radiis Solaribus expoſito, & ope ſpeculi uſtorii incenſo. Tum qua ratione experimenta fieri, & ab aliis facta expendi debeant, agitatum eſt.

Hinc ad obſervationes Anatomicas tranſitu facto, de transfuſione ſanguinis tum temporis obſervata actum eſt. Aquarum mineralium natura & vires ex analyſi indagatæ. Hoc anno diſſertatio viri eruditi & experti de calcis præparatione & uſu diſcuſſa fuit.

Sectione tertia variæ obſervationes Aſtronomicæ, quæ cæteris inſtar fundamenti ſubſternuntur, anno 1666 & 67 factæ exhibentur. Epiſtola D. Auzout ſcripta eſt ad D. Oldemburg, Regiæ Societatis Anglicanæ Secretarium, de obſervandis planetarum diametris. Agitur porro de micrometri origine & uſu, de Solis eclipſi,

Act. Erud. An. 1700. M. Martii. pſi, quæ die 2 Julii anni 1666, item de eclipſi Lunæ horizontali, quæ die 16 Junii contigit. Tum linea meridiana in loco, qui Obſervatorio erat deſignatus, fuit accurate delineata; tumque temporis acus magnetica non amplius quam 15 minutis ad Occidentem viſa eſt declinare.

Multa quoque de rebus Geometricis, Algebraicis, Mechanicis ſunt agitata, quæ poſtea typis regiis magna ex parte ſunt excuſa, & ineunte anno 1668 propoſita; tum etiam vires motrices animalium examinatæ; quanta ſit vis hominis cum vi motrice equi comparata, experiri placuit; ac multa circa vecturas ſunt expoſita; ampliores rotæ curruum cum minoribus collatæ.

Eclipſis Lunaris, quæ die 26 Maii anno 1668 contigit, ma-
Pag. 110. gna cura fuit obſervata; illius diameter apparens definita. De longitudinum ſcientia tum actum fuit, arcani cujusdam propoſiti occaſione. Cumque hoc anno 1668 D. Caſſinus adhuc Bononiæ agens invitaſſet Aſtronomos ad obſervationes eclipſium Jovis ſatellitum faciendas, complures ſunt in Bibliotheca regia obſervatæ, tumque primum in Gallia magna ſpes affulſit, fore ut ope ephemeridum, quas in hanc rem texuerat D. Caſſinus, longitudinum differentiæ accuratiores, quam antea haberentur.

De Hydroſtaticis quoque anno eodem 1668, de motu & preſſione aquæ profluentis, agi cœptum eſt. Multa in hanc rem facta ſunt experimenta, Caſtelli & Torricelli enunciata variis experimentis ſubjecta; aliud quoque experimentum factum eſt & diſcuſſum de follibus, qui ex aquæ lapſu multum venti emittunt; de vi motrice aquæ & aeris diſputatum fuit; variæ machinæ a D. D. Hugenio, Mariotte, & Caſſini anno 1669 propoſitæ, & factæ, quibus vis motrix aeris exponitur. Quæ commoda & utilitates hinc colligi poſſint, expoſitum. Algebraica quoque & Geometrica problemata ſunt propoſita, & inter poſthuma Academicorum opuſcula paucis abhinc annis ſunt publicata.

Sectio quarta quædam anno 1669 acta complectitur, Aſtronomica inprimis. Tum D. Caſſinus, qui ex Italia in Galliam recens advenerat, Geometricam & directam Apogæa, Excentricitates & Anomalias inveniendi rationem, quod eſt præcipuum Aſtronomiæ fundamentum, propoſuit.

Sectione quinta de rebus Phyſicis per biennium agitatis fuſe diſſeritur. Primum varia in machina pneumatica facta ſunt experimenta, quæ primo hujusdem ſectionis capite recenſentur, inter quæ inſigne illud fuit de plantarum vegetatione. De aquæ mari-

marinæ ſalſugine exuenda, arcanum a viro erudito propoſitum, examini ſubjectum fuit. De analyſi plantarum univerſim diſceptatum; poſtea de ſucci nutritii in plantis circuitu copioſe fuit diſputatum. Utrinque rationes propoſitæ. Poſtea ventum eſt ad hiſtoriam animalium: Erinaceus diſſectus; Accipenſeris deſcriptio in Academia Cadomenſi facta, & ab Illuſtriſſimo Huetio miſſa, in commentarios relata fuit; circa quædam inſecta obſervationes ſuas propoſuit D. Frenicle. De ſtructura oculorum, & præcipuo viſionis organo inter Dn. Pecquet & Dn. Mariotte variis utrinque ſcriptis diſceptatum, quæ omnia in hac ſectione proferuntur. Act.Erud. An. 1700. M.Martii. Pag. 111.

In proxima, quæ ſequitur, ſectione quamplurima circa liquorum concretionem experimenta facta narrantur, & in cauſas coagulationis inquiſitum. Conſimili ratione de rerum gravium deſcenſu, & cauſis illius motus, inter D.D. Hugenium & Robervallium diſputatum; utriusque rationes, & experimenta in eam rem facta, expenduntur.

Sectio ſeptima quaſdam exercitationes Phyſicas circa naturalem hiſtoriam complectitur, de analyſi plantarum univerſim; unde aquarum, quæ pleriſque plantis eſt uberior, aciditas profluat; qua ratione pondus earum dignoſci poſſit; quibus indiciis partium tenuitas, aut ſubtilitas explorata habeatur. Varia circa vim frigoris facta experimenta proponuntur; ſimul congelationis cauſa & modus.

Proxima quæ ſequitur ſectione obſervationes Aſtronomicæ annis 1670, 71 & 72 peractæ, variæ itidem demonſtrationes mechanicæ perſtringuntur; ſed illud inprimis exponitur, qua ratione terræ accurata dimenſio facta fuerit.

Sic ſectione nona de Regii Obſervatorii ſtructura & uſu, de obſervationibus in Dania anno 1671 factis, de utriusque meridiani Pariſienſis & Uraniburgenſis differentia, de poli altitudine Uraniburgi ſumpta, & de aliis pluribus circa Martem factis obſervationibus; de illius parallaxi, de macula Solari reduce, de refractionibus, ac de obſervationibus in America factis copioſe differitur. Utriusque ſolſtitii locus, & tropicorum diſtantia ex obſervationibus Cayennæ peractis ſunt definita: Solis eclipſis die 22 Auguſti anno 1672 Lutetiæ & Cayennæ viſa fuit. Utrumque æquinoctium, autumnale nimirum anni 1672, & vernum 1673, Cayennæ a D. Richer fuit accurate obſervatum, atque hinc, quantum temporis in ſignis Auſtralibus Sol commoretur, concluſum fuit. Pendulorum, quæ intra minutum ſecundum excurſiones ſuas peragunt, longitudo in ea Americæ regione eſt brevior una linea cum quadrante, quam Lutetiæ: adeo ut

 horo-

Act.Erud. An. 1700. M.Martii. Pag. 112. horologium Pariſiis exquiſite elaboratum, & in Cayennam tranſlatum, ſingulis diebus tardius duobus minutis moveretur.

Anno 1671 menſe Octobri ſatelles Saturni, qui inventione ſecundus, ſed ordine quintus dici debet, a Dn. Caſſino ſuit detectus.

Sectione decima phyſicas exercitationes complectitur. Prodromus plantarum a D. Dodart tum ſuit elaboratus, in cujus præfatione de ſtirpium viribus, de earum analyſi ſummatim differitur.

Sectione undecima hiſtoria anatomica animalium, quæ annis potiſſimum 1672 & 73 diſſecta ſunt, continetur: eaque ſic ſuſcepta eſt, ut partes interiores non minus quam exteriores oculis & animo ſubjiciantur. Leonis, Leænæ, Chameleontis, Cameli, Urſi, Capræ Lybicæ, & aliorum animalium; Avium quoque, ut Corvi marini, Gallinæ Africanæ, trium Aquilarum, Avis tardæ, Struthionis, alterius Indicæ Struthioni conſimilis, Teſtudinis demum hiſtoria anatomica in hac ſectione ſatis dilucide explicatur. Atque hæc de libri primi ſummario.

Liber ſecundus in undecim quoque ſectiones dividitur. Prima res Anatomicas, & Chymicas anno 1675 diſcuſſas complectitur. Dn. Perrault diſſertationem de motu periſtaltico, quæ poſtea publicata eſt, tum temporis elaboravit. Monſtri cujuſdam fit mentio, quod Toloni in Provincia natum eſt die 21. Auguſti; id duplici capite, 4. brachiis, totidem cruribus, trunco unico, corde duplici, uno hepate, unico ventriculo inſtructum erat.

Inter experimenta Phyſica illud eſt memorabile a D. Bourdelin ſactum circa caput mortuum, quod ex oleo diverſarum ſtirpium ſexies & vigeſies extillato ſupererat, novæ ſemper aquæ communis additione; ex 10 olei unciis duæ tantum cum ſemiſſe olei purioris factæ ſunt reſiduæ; aqua toties deſtillata ſolutionem ſublimati præ ſale volatili præcipitem dedit. Non ſtirpium modo, ſed & terrarum analyſi facta, quæ erant fertiles liquorem præbuerunt ſulphureum, qui cum ſpiritu ſalis multum efferveſcebat. Multa quoque facta ſunt experimenta Phyſica ſpeculi uſtorii ope: lateres, teſtæ, ardeſiæ, cuprum, brevi temporis ſpatio in vitrum ſunt converſa, uti & lapis hæmatites, vena plumbi, creta Veſuntiana, terræ damnatæ in pulverem antea redactæ. Nonnulla demum experimenta circa liquorum miſtionem facta.

Sectione ſecunda obſervationes Aſtronomicæ iisdem annis 1675 & 76 peractæ recenſentur. D. Caſſinus hypotheſes ſuas circa motum librationis Lunæ propoſuit; Solis & Lunæ eclipſes, variæ Sa-
Pag. 113.

tellitum

Digitized by Google

tellitum configurationes explicatæ. Porro de luminis propagatione, de libellæ uſu & fabrica actum fuit; varia Geometriæ & Mechanices problemata propoſita ſunt & ſoluta; ac demum opus juſſu Regis de machinatrice ſcientia ſuſceptum, de quo fuſe cap. ſecundo hujus ſectionis; varia machinarum genera itidem propoſita, quæ cap. tertio perſtringuntur. Chymica & Phyſica experimenta, die 22. Martii anni 1677 coram Sereniſſimo Franciæ Delphino facta, ſectione tertia referuntur. Alia quamplurima eodem in loco habes explicata. Tractatus de auditus organo tum fuit a D. Du Verney elaboratus. Phyſicæ obſervationes circa pendulorum longitudinem, æſtum maris reciprocum, circa ventos, & aliæ complures a D. Richer Cayennæ factæ recenſentur. Act.Erud. An. 1700. M.Martii.

Obſervationes Aſtronomicæ de Cometa, qui anno 1677 menſe Aprili ſe videndum præbuit, cujus motum diligenter perſecutus eſt D. Caſſini, ſectione quarta continentur. De Mercurio itidem in Sole viſo die 5 Novembris anno 1677, actum. Refractionum fundamentum diſcuſſum. Mechanica item complura, ac projectionum doctrina explicata; machina parieti Obſervatorii aptata fuit, cujus ope Galilæi & Torricelli circa projectionum directiones theoria, coram Sereniſſimo Franciæ Delphino experientia ipſa fuit confirmata; multæ machinæ propoſitæ tum ab externis, tum ab Academicis; variæ librationes factæ, quo exploratum haberetur, an aqua e Ligeri Verſalias uſque deduci poſſet.

Experimenta Phyſica & Chymica, anno 1678 facta, ſectione quinta recenſentur. Hactenus 450 ſtirpium analyſes peractæ; obſervationes circa inſenſibilem perſpirationem a Dn. Dodart factæ memorantur; de mellis origine diſſertatio a D. Du Verney propoſita; multa ab eo circa ſenſuum organa ſunt animadverſa. Quæ D. Dodart in duobus pueris hydrocephalis obſervavit, ſunt annotata, in quibus ventriculi cerebri aqua limpida trium librarum pondere oppleti erant.

Mathematica ſectio ſexta complectitur. Inſignis fuit eclipſis Saturni, corporis Lunaris interpoſitu; Pleiadum configuratio a D. De la Hire delineata; maculæ in Sole viſæ & motus earum definitus; nonnulla quoque ſpeculatione digna circa ſatellitum Jovis eclipſes ſunt obſervata; maculæ in iis deprehenſæ, ex quibus ſatellites circa ſe verti concluſum. Nonnullæ & D.D. Caſſini & Rœmer machinæ ſunt excogitatæ; ille planiſphærium extruendum curavit, hic machinam, in qua Saturnus cum annulo ſuo & ſatellitibus, & aliam in qua Jovis ſatellitum configurationes variæ exhibentur. D. De la Hire viam expeditam invenit iis Pag. 114.

 delineandis, quæ in cœlo per teleſcopium contuemur, idque ope ſpeculi metallici, & plani; idem plurimas ſectionum conicarum affectiones demonſtravit. Multa de aquis fontium ſalientibus D. Mariotte expoſuit.

Sectio ſeptima, quæ de recenti invento phosphori ſicci & liquidi facta ſunt experimenta, quæque novi microſcopii ope ſunt deprehenſa, nonnullas plantarum rariorum analyſes, experimenta ſpeculi uſtorii ope facta, nonnulla quoque circa magnetem tentata, quorumdam animalium, ut pantheræ, tigridis, avis quæ platea dicitur, deſcriptionem delibat.

In ſectione octava fit mentio eclipſis Jovis, Lunæ interpoſitu, quæ die 5. Junii anni 1679 contigit. Variæ ſatellitum eclipſes a D. Caſſini obſervatæ cum iis quæ a D. D. Picard & De la Hire, qui tum in partibus Galliæ occidentalibus verſabantur, ſunt collatæ, e quibus locorum longitudines eruuntur longe accuratiores, quam eæ ipſæ, quæ in tabulis Geographicis deſignantur. Multa de utilitate earum obſervationum eo loco adnotantur, uti de maculis & zonis Jovis, de inſigni macula, quæ die 20. Maii anni 1680 viſa eſt: motus illius figura lineari exprimitur. Novi cycli tum Solares tum Lunares a Dn. Caſſini excogitati. Die 27 Auguſti D. Rœmer machinam ſuam planetariam exhibuit, quæ perpetuarum ephemeridum loco eſſe poſſit; eodem die alterius machinæ, quam dimetiendis Lunæ motibus animo conceperat, formam propoſuit, quæ brevi poſt tempore ab egregio artifice D. Thuret fuit abſoluta. Ante aliquod tempus D. De la Hire machinam excogitaverat ad eclipſes inveniendas. Multa is theoremata circa ſectiones conicas demonſtravit. D. Caſſini novam excogitavit numerorum progreſſionem, cujus ſunt inſignes quædam proprietates. Mittimus varia de Dioptrica, libellandi arte, de horologii portatilis perfectione propoſita & effecta anno 1681. Elephas Verſaliis diſſectus a D. Du Verney; ſingulæ partium figuræ a D. De la Hire ſunt delineatæ; quæ in hujus Pag. 115. belluæ diſſectione ſunt obſervata, in proboſcide inprimis, Sectione nona exponuntur.

Exeunte hoc anno parvus Crocodilus Verſaliis diſſectus fuit, cujus etiam partes Dom. De la Hire delineavit. De ſalſugine aquæ marinæ detrahenda actum fuit; machina Dom. Papin, emolliendis oſſibus & elixandis carnibus deſtinata, tum fuit propoſita.

Die 5. Decembris Ludovicus Magnus Academiam præſentia ſua cohoneſtavit; quæ tum acta fuerint, eo loco paucis enarrantur.

Anno 1680 exeunte, inſignis in cœlo viſus eſt Cometa, de quo tracta-

traƈtatum conſcripſit Dn. Caſſinus, qui obſervationes ſuas cum iis, quas accepit e tota pene Europa, contulit. Complures aliæ factæ ſunt obſervationes, circa Venerem in primis, quæ ineunte menſe Junio eundem cum Sole parallelum pertranſiit; utrumque æquinoctium, autumnale & vernum fuit definitum. Circa res Geographicas præcipuus labor incubuit, ac primum de charta Galliæ inſtauranda actum fuit.

Quæ geſta ſunt anno 1682, cum in Phyſicis, tum in Mathematicis, ſectio decima complectitur. Ciconia, avis vulgo dicta *Caſuel*, pſittacus *Arras* dictus, & aliæ aves Verſaliis allatæ diſſectæ ſunt. Illud experiri placuit, quantum ſalis volatilis ſit adhibendum, ut una cum ſpiritu ſalis tumultuetur. Tractatum ſuum de coloribus tum abſolvit D. Mariotte, & legit in conventu Academicorum, qui poſtea typis mandatus eſt. Occaſione Lunaris eclipſeos, quæ die 21. Februarii accidit, Dn. Caſſinus diſſertationem de Lunæ deſectione conſcripſit, in qua præter cætera cauſas affert, cur umbra Telluris tum radiis Solaribus nonnihil illuſtretur, idque ex radiis in Telluris atmoſphæra proficiſci demonſtrat. Die 21 Maii Ludovicus Magnus Obſervatorium inviſit, inſtrumenta Aſtronomica, & univerſæ terræ planiſphærium, cujus diameter eſt 27 pedum, in tabulato turris occidentalis ſumma cura delineatum, icones Lunæ a Dn. Caſſini opera quam diligentiſſime delineatas, uti & piſcium figuras a D. De la Hire expreſſas eſt contemplatus. Tum temporis D. Du Glos in inſulam S. Thomæ ſub linea æquinoctiali profectus eſt. Exeunte Auguſto Cometa apparuit ſub Urſæ coſtellatione: obſervationes factæ in Goræa inſula a D. D. Du Glos, Deshayes & Varin miſſæ ſunt ad Academiam.

Ex obſervationibus a D. D. Picard & De la Hire factis circa utriusque maris littora, locorum inſignium, quæ ad Oceanum ſita ſunt, tum latitudines, tum longitudines ſunt conſtitutæ. D. De la Hire in Provinciam profectus, maris Mediterranei præcipuas urbes inviſit, & earum poſitiones perſpectas habuit, ex quibus & aliis, quæ anno inſequenti ſumma diligentia ſunt peractæ, charta Galliæ multo accuratior, quam quæ hactenus prodierunt, concinnari poteſt. Pag. 116.

Illud ex longa obſervationum ſerie concluſum fuit, locorum longitudines multo iis arctiores eſſe, quæ in tabulis Geographicis ſunt deſignatæ. Unde ſi eadem ratione, quæ in Gallia fuit uſurpata, aliarum regionum longitudines, ſeu differentiæ Meridianorum contrahantur, non multum a vero aberrabimus; cujus rei periculum factum eſt in magno Obſervatorii planiſphærio.

Tra-

Act. Erud. An. 1700. M. Martii. Tractatum de Gnomonica hoc vertente anno legit D. De la Hire, quem brevi poſt tempore in lucem emiſit; circa Hydroſtaticam Dn. Mariotte quædam fecit experimenta, quæ hoc in loco perſtringuntur.

Obſervationes Aſtronomicæ anno 1683 factæ poſtrema ſectione memorantur. Cum D. Facio de Duilliers quædam in globo Saturni obſervaſſet, quæ a Dn. Caſſino ante aliquot annos viſa fuerant, de his inter ſe contulerunt, atque ex iis, Saturnum circa ſuum axem verti, concluſum fuit; novum quoque phænomeni genus in cœlo deprehendit D. Caſſinus die 18 Martii, lumen videlicet quoddam oblique ſecundum Zodiacum porrectum. D. De la Hire ſtellæ majoris canis meridianam altitudinem qualibet hora diei & noctis, etiam in ipſa meridie cepit, quod ante factum non fuerat, idque permagni uſus eſſe poteſt. Die 3 Aprilis D. Caſſini propoſuit methodum inveniendi Meridianorum differentias in obſervationibus ſatellitum Jovis, etiamſi eadem obſervatio in altero locorum facta non fuerit. Exemplum hujus methodi cap. V. hujus ſectionis allatum reperies.

Qua ratione linea Meridiana ab Oceano ad mare uſque Mediterraneum produci poſſit, D. Caſſinus peculiari diſſertatione expoſuit. In duas partes diviſi ſunt qui huic operi perficiendo fuerunt deſtinati. D. Caſſinus lineam Meridianam ad S. Salvatoris, in Borbonio tractu promovit, hoc eſt, ad 140000 hexa-
Pag. 117. pedas. D. De la Hire ab oppidis Mondiderio, & Surdonio uſque ad Caſſellum montem progreſſus eſt. Sed mors inopina Illuſtriſs. Colberti hoc opus magna ex parte provectum abrupit.

Libri tertii ſectio prima ab experimentis Phyſicis & Chymicis anno 1684 ſuſceptis initium ducit. De ſalſugine aquæ marinæ actum fuit; variæ ſunt ſtirpium factæ analyſes, præmiſſa earum maceratione; experimenta quoque nova circa liquorum coagulationem, & efferveſcentiam, a Dn. Borel tentata fuerunt; liquor ex hydropico per paracenteſim eductus, a peritiſſimo Chirurgo fratre Dn. Du Verney ſale volatili fœtus inventus eſt; ſanguinis humani analyſis facta; nonnulla circa glaciem iterata ſunt experimenta.

Nonnulla animalia Verſaliis aſportata diſſecta ſunt, & deſcripta, ut felis odorata, vulgo *civette*, ſimia, hyſtrix, leæna; pellis ranæ ſtructura ſingularis a D. Mery expoſita. Hoc anno duo ſatellites Saturni, qui ordine ſunt primi, a D. Caſſini ſunt deprehenſi, & eorum motus ab eo definiti. Syſtema Saturni & ſatellitum ejus abſolutum Regi invictiſſimo obtulit; de parallaxi Martis, & de macula tum in Sole viſa diſſertationem conſcripſit. Intra 15. dies duæ eclipſes, una Solis, Lunæ altera ſunt

ſunt obſervatæ, atque occaſione Solaris eclipſis Dn. Caſſini de prædictione earum eclipſeon diſſertationem elucubravit. Ineunte hoc anno D. D. Sedileau & Chazelle obſervationes cum D. Caſſino factas, & calculos a ſe initos in producenda linea Meridiana ab Obſervatorio verſus Auſtrum, in ordinem digeſſerunt. Dom. De la Hire inchoatam Galliæ tabulam exhibuit, in qua præcipui portus ſic notantur, ut differentiæ inter eorum ſitus, ac eos qui a Geographis in tabulis deſignantur, ſtatim conſpiciantur. Act. Erud. An. 1700. M. Martii.

Anno 1685. P. Fontenay cum tribus aliis Societatis ſuæ Patribus in orientales plagas profecturi, in Academiam venit: de iis quæ ad Aſtronomiæ & Phyſices amplificationem faciunt, cum Academicis collocuti ſunt; de mutua cum Academia ineunda ratione & ſocietate jam ante convenerant.

Sectione 2 inter multa experimenta Phyſica, multa de rebus Dioptricis, illud præter cætera inſigne eſt, quo vitra teleſcopii in res objectas, ſeu in cœlo, ſeu in terra poſitas diriguntur, idque citra tuborum, aut machinarum apparatum. Ea ratione Pag. 118. D. Caſſini duos ſatellites Saturno proximos deprehenderat, uſus vitro objectivo 100. pedum, quod nullo erat tubo inſtructum. Medium eclipſis Lunaris, quæ die 21. Januarii anni 1684. Lutetiæ fuit obſervata hora 10, 57′, eodem die Goæ viſum eſt hora 15, 43 min. 30 ſec. Cum futura eſſet eclipſis Lunæ die 10. Decembris anno 1685, ac magni intereſſet, ſi per tempus liceret, eam diligenter obſervari, quod tum Apogæo Luna futura eſſet proxima, ubi nulla pene eſt æquatio, hujus rei Aſtronomos admonuit Dn. Caſſini. Machinæ complures ſunt propoſitæ.

Sectione tertia multa, quæ ad hiſtoriam naturæ ſpectant, anno 1686. ſunt propoſita, illud inprimis, quod quinta aut ſexta ab urbe Veſuntione leuca naturalis quædam eſt velut glaciei repoſitæ officina, de qua capite 1 hujus ſectionis paulo uberius; multæ quoque factæ ſunt ſtirpium & fructuum analyſes, qualis fuit fabæ illius nunc pervagatæ, quæ *Café* vulgo dicitur. Quædam circa ventos obſervavit D. De la Hire ſpeculatione digna. In diſſecandis animalibus nonnulla ſunt obſervata a D. du Verney, quæ breviter attinguntur. In grue Africana trachæam animadvertit in tres diductam anfractus, & fere inſtar tubæ bellicæ convolutam. D. Thevenot lacertum viridem exhibuit, cujus cauda reſecta, quaſi renaſci viſa eſt; lupum cervarium aſportandum curavit D. Mery; liquor injectus in inteſtina portæ ramos pervaſit. Diſſertationem de quinque ſatellitibus Saturni D. Caſſinus hoc anno 1686 publici juris fecit. Inſignis inter alias

ea

Act.Erud. An. 1700. M. Martii. ea fuit obſervatio, qua Jovis & ſatellitum ejus Lunæ interjectu viſa eſt defectio. Exeunte Februario conjunctio Martis & Jovis a Patre le Comte, qui tum in Siamenſi regno degebat, ut & ab aliis ſuæ Societatis viris fuit obſervata. Maculæ in Sole viſæ die 4 Maii motum Dn. Caſſinus cum aliis maculis a ſe & Scheinero viſis contulit.

Hic annus novarum machinarum proventu ferax fuit, quas partim Academici, partim exteri excogitarunt, atque earum typi magna ex parte in Obſervatorio ſunt repoſiti.

Sectione quarta anni 1687 acta perſtringuntur, primum ſtirpium quarundam analyſes, ut crudi Cacao; nova lapides Bononienſes calcinandi ratio; varia in machina pneumatica facta experimenta; nonnullæ quoque Aſtronomicæ & Phyſicæ obſervationes a P. Fontenay ad Academiam Siamo miſſæ. Pag. 119.

Acta anno 1688 quinta ſectio complectitur; primum analyſes rerum ex quibus materia medica magna ex parte conſtat, gummi, reſinarum, bituminum; nonnulla circa ſalium acidorum & Alkali miſtionem, ut de urinæ analyſi taceam. Varia quoque animalia ſunt diſſecta; in ſingulis, quæ ſpectanda magis erant, non omiſſa, ut in ave tarda, cercopitheco, grypho, ſultana, camelo. Fontes nonnulli in Gallia ſpectabiles, terræ motus, qui eo anno Smirnam concuſſit, hiſtoria, & alia non contemnenda curſim referuntur.

De die Paſchatis diſſertationem legit Dn. Caſſini, qui induciarum tempore profectus in partes Galliæ Boreales, ibi urbium aliquot poſitiones obſervavit.

Sectiones ſexta & ſeptima acta annorum 1689 & 1690 complectuntur. Obſervationes circa nivem & glaciem, necnon circa ferri congelati contractionem factæ; novum & rarum in aere phænomenon, quod Heilbronæ ad Necrum viſum eſt, alia itidem Phyſica phænomena referuntur. Multa animalium cadavera ſunt diſſecta; nonnulla circa dentium formationem animadverſa; a D. Du Verney muſculi avium reſpirationi deſtinati ſunt expoſiti; veſicæ ſtructura diligentius fuit examinata. In publica domo cadaver militis annos 72 nati aperuit D. Mery, in quo partes omnes thorace & abdomine contentæ, locis ſuis emotæ viſæ ſunt, adeo ut quæ in dextro latere extare debuerant, in ſiniſtro invenirentur.

Anno 1690 D. Varignon ſyſtema ſuum de gravitate & deſcenſu corporum gravium expoſuit, quod poſtea publici juris fecit. Circa plantarum nutritionem nonnulla fecit experimenta D. De la Hire; Dn. Mery cyſtim felleam leonis exſiccatam protulit, in qua ſeptem erant veluti ſepimenta, ſuo quæque foramine pertuſa.

Die

Digitized by Google

Die 23 Auguſti anni 1690 Rex Magnæ Britanniæ, principibus Angliæ viris comitatus, in Obſervatorium venit. Quæ in eo continentur inſtrumenta & machinas eſt contemplatus; quæ tum acta fuerint, fuſe in ſeptima ſectione habes explicata. Act.Erud. An. 1700. M.Martii.

Phyſicæ obſervationes a P. P. Societatis in Indiis Orientalibus factæ octava ſectione perſtringuntur. Quantum aquæ Lutetiæ quotannis decidat, indagatum. Hinc de fontium origine & fluminum lapſu variæ conjecturæ.

Anno 1691 fruſta rubiginis ferreæ Carnuti in cujuſdam turris ruina reperta, & in magnetem verſa, ad Academiam miſſa ſunt. Pag. 120. Res Anatomicæ eodem anno complures diſcuſſæ; ſtructuram oculi in ſtruthione, trochleæ & funiculi, quæ velo ſubducendo ante corneam inſerviunt, artificium expendit D. Du Verney; multa D. Mery circa tres ventriculos cordis teſtudinis maximæ animadvertit.

Variæ mutationes in Jove hoc anno & ſuperiori contigerunt, novæ maculæ & faſciæ. Ante annum 1690 novæ maculæ in Jove non viſæ fuerant. Obſervationes Aſtronomicæ in plagis Orientalibus factæ a P. P. Societatis miſſæ ad Academiam, multa complectuntur ad Geographiæ juſtam rationem & navigationem utilia. Circa æram Siamenſium & eorum calendarium quædam ſunt a D. Caſſino explicata. Nonnulla circa Veneris conjunctionem cum Sole D. De la Hire, & D. Caſſinus circa Jovis cum Sole copulam obſervarunt. Dn. Varignon quædam problemata mechanica & hydroſtatica propoſuit & ſolvit, quæ eo loco enunciantur.

Poſtremus hujus Hiſtoriæ liber ab anno 1692. ad annum uſque 1697 excurrit. Sectione prima Anatomicæ obſervationes in hyſtrice, in ſtructura pelicani, ac præſertim in illius pelle, in plumarum radicibus, multa circa viperarum anatomen obſervata. Complura circa viperarum morſus facta ſunt experimenta, ſi forte hinc liqueret, in quo poſitum ſit viperæ venenum. Circa phoſphorum quædam experimenta fecit, ac illius præparationem dilucide expoſuit D. Homberg & varia illius phænomena. Idem circa plantarum analyſes multa animadvertit non contemnenda.

Acta publica hujus anni, quæ in cœlo ſint phænomena, exponunt. Unius e ſatellitibus Saturni cum ſtella fixa conjunctio fuit a D. Caſſino obſervata. Perraro planetarum cum fixis conjunctiones contingunt, adeo ut vix quatuor aut quinque ab Aſtronomiæ exordio ad hujus ſæculi initium numerentur. Die 12. Martii Dom. De la Hire tranſitum Lunæ per aliquot Pleiadum ſtellas obſervavit. Sic 19 Maii Veneris eclipſis hora ter-

Act. Erud. An. 1700. M. Martii. tia a meridie a Domino Caſſino conſpecta. Tranſitus Martis per nebuloſam Cancri die 23 Maii viſus eſt. Novæ Algebræ regulæ a Domino Rolle ſunt propoſitæ, quæ menſis Januarii Actis continentur, ut & varia problemata Geometrica a Domino Varignon propoſita. Motuum regulæ, quæ a Galilæo, & aliis fuerunt explicatæ, nova methodo & univerſaliſſima ſunt demonſtratæ.

Pag. 121.

Quæ geſta ſunt in Academia anno 1693. majori ex parte collata ſunt in Acta publica illius anni. Occurrit primo inſigne parhelium 18 Januarii a D. Caſſino obſervatum, cujus rationem ipſe indagavit; ejus occaſione phænomenon experiri voluit D. De la Hire, an aquæ, quam glaciei major ſit refractio, & rem ita eſſe comperit. Quæſita quoque eſt ratio, cur ſola aqua præ frigore dilatetur; in quam rem quædam a D. Homberg in ſua machina pneumatica facta ſunt experimenta. De origine fontium iterum actum fuit, nec non de vegetatione plantarum, ac quædam de portentoſa mutatione Fraxinellæ a Domino Marchand annotata & deſcripta; nonnulla de aſcenſu ſucci nutritii in plantis a Dom. De la Hire propoſita ſunt, & variis experimentis munita; quædam de ſtirpium vegetatione in vacuo, pauca de viribus quarumdam plantarum ſubdita; de remediis itidem adverſus viperarum, & venenatorum animalium morſum, de reſpiratione in fœtu, & teſtudine diſceptatum eſt; muſculorum ſtructura in pede leonis & urſi accuratiori examini ſubjecta fuit.

Multæ demum obſervationes Aſtronomicæ circa Jovis & Saturni oppoſitiones factæ: quæ a P.P. Societatis miſſæ fuerant, eas P. Gouie publici juris fecit, e quibus Dn. Caſſini locorum longitudines, Mercurii ab Ecliptica diſtantiam, & alia eruit, quæ in Acta Academiæ menſis Maii collata ſunt. P. le Comte, qui recens ex Sinenſi regno advenerat, in Academiam ſe contulit die 21 Novembris, ac multa ſcitu digna ex iis regionibus protulit; ut obſervationes a P. P. Societatis in eo regno & in ea regione, quæ Pontichery dicitur, peractas, chartam Tartariæ, ſtirpes raras optime delineatas. D. Varignon vires cunei nova eaque univerſali ratione demonſtravit.

Sectione tertia res Mathematicæ, quæ anno 1694 ſunt pertractatæ, Aſtronomicæ inprimis continentur. D. Chazelles Hydrographiæ Profeſſor Regius, nunc Academiæ Socius, cum Regis juſſu mare Mediterraneum perluſtraret, ac longitudines & latitudines locorum captaret, illud mare ab inſula Melitenſi ad Ægyptum uſque longe majus, quam revera ſit, in chartis delineari comperit. Eclipſes Solis & Lunæ ſunt obſervatæ: inſignis macula

Pag. 122.

cula

cula in tertio Jovis ſatellite a D. Caſſini deprehenſa. Filius ejus chartam exhibuit, in qua longitudines & latitudines urbium, juxta recentiorum obſervationes, ſunt delineatæ. D. D. De la Hire, Varignon, & Rolle multa problemata Geometrica & Algebraica propoſuerunt. D. Varignon calculum iniit aeris, qui in machina pneumatica reſiduus eſt, poſtquam majori ex parte fuit exantlatus; complures aliæ Mechanicæ, & Hydroſtaticæ demonſtrationes ſunt diſcuſſæ. Act. Erud. An. 1700. M. Martii.

Quæ ſunt Phyſicæ contemplationis, ſectio quarta complectitur. Diſſertationem de ſono D. De la Hire hoc anno legit, & publici juris fecit. D. Morin, nunc Academiæ Socius, Diſſertationes legit de porcellana & cineribus quibusdam cœruleis; de Thermarum calore D. Charas, Academiæ itidem Socius; de cochenilla Dom. Homberg: ut alia omittam plurima de rebus anatomicis, de opii uſu, & quibusdam aliis remediis.

Hoc ipſo vertente anno, D. De la Hire diſſertationem Phyſico-Mathematicam de oculorum ſtructura, & de viſus affectionibus, multis in congreſſibus legit, cujus analyſis capite tertio & quarto hujus ſectionis proponitur.

Sic Elementa Botanica tribus voluminibus comprehendit D. Tournefort Academiæ Socius, ea legit & publicavit, ac propter rerum connexionem alterius itidem operis de hiſtoria plantarum, quæ in agro Pariſienſi & in circumjectis locis occurrunt, idea & argumentum paulo uberiori ſtylo proponuntur. De Actis Academiæ anno 1695 ſectione ſexta, ac de Phyſicis primum diſſeritur. Menſe Januario & Februario, cum frigus eſſet acerrimum, quædam experimenta circa liquorum quorumdam congelationem facta ſunt; de venenatis morſibus canis rabidi, viperarum, &c. & de remediis adverſus eos propoſitis, de ſolutione auri in liquore frigido inſipido, de quodam atramenti genere, de effigie facile exprimenda actum fuit: de analyſi plantarum, ac de olei præſertim extractione, atque de illius natura diſſertationem e ſcripto legit Do. Homberg. Inter alia artis infectoriæ arcana illud propoſuit, de colore illo florido, quem carminum vocant, præparando; de ſpiritu acido diſſertationem ſcripſit multis experimentis factam. Alteram de ſalium natura legit e ſcripto D. Charas: nonnulla circa ſulphur antimonii experimenta fecit. Idem æris vulgaris conficiendi artem, citra Zinkum aut lapidem calaminarem tradidit. D. Varignon conjecturas ſuas de uſu aeris in digeſtione alimentorum, D. Mery obſervationes ſuas circa varios linguæ pici motus, & organorum ſtructuram propoſuit, quæ cap. 5 uberius explicantur, de uſu ovali foraminis in Pag. 123.

Act.Erud. An. 1700. M.Martii. fœtu diſſertationem edidit, quæ cap. 6 itidem continetur. De variis actum eſt remediis.

Multa Geometriæ & Mechanices problemata eo anno ſunt propoſita. Vir Nobiliſſimus D. Marchio Hoſpitalius tractatum edidit de analyſi quantitatum, quæ infinite parvæ concipiuntur: novum quoque problema demonſtravit circa quadraturam Cycloidum. D. Rolle methodum tradidit, qua fractionum exponentes in Algebra evaneſcant; Dn. Varignon evolutiones omnium ſpiralium cujusque generis demonſtravit. D. De la Hire in opere ſuo de Mechanicis hoc vertente anno potiſſimum verſatus eſt, idque publici juris fecit. D. Varignon velocitatem aquarum in ſublime ſalientium eſſe ut radices altitudinum demonſtravit.

Exeunte anno ſuperiori, D. Maraldi diſſertationem legit de fixarum apparenti magnitudine, quæ diverſis temporibus mutari viſa eſt: cujus diſſertationis ſummarium in cap. 8. includitur. D. Caſſini die 26 Januarii Bononiæ ſcripſit epiſtolam de linea Meridiana, quam in Eccleſia S. Petronii ante 40 annos delineaverat. De origine & uſu teleſcopii duobus vitris convexis inſtructi legit diſſertationem D. De la Hire, qui etiam problema in Architectura inprimis utile propoſuit.

Sectio ſeptima Phyſicis exercitationibus anni *1696* exponendis tribuitur. In ea primum de pondere aeris & elaterio D. De la Hire & D. Varignon diſſertationes referuntur. Hic quoque ſuas conjecturas de flammæ natura, ex occaſione experimenti cujusdam a viris claris D. D. Bernoulli facti, e ſcripto recitavit. Quædam circa flammæ colorem D. Homberg attexuit. Idem de gemmis factitiis occaſione data ſcriptum legit, uti & de inauratione ferri: de vino & tartaro ſcriptum quoque legit Dom. Charas, nec non de ſalis Ammoniaci natura, uſu & analyſi. D. Homberg de quorumdam vitrorum ſolutione in aquoſis liquoribus, de vitro antimonii, & qua ratione vim ſuam emeticam
Pag. 124. amittat, diſſeruit: de variis remediis occaſione nata actum fuit: de ſtructura & motu muſculorum conjecturas ſuas expoſuit D. Mery.

Octava & poſtrema ſectio rebus ad Matheſin ſpectantibus eſt deſtinata. D. Caſſinus redux ex Italia animadverſiones ſuas in canonem Paſchalem S. Hyppoliti Portuenſis Epiſcopi e ſcripto recitavit, uti & obſervationes ſuas circa hyemale ſolſtitium peractas; tumque omnes fere planetæ ſigna Tropico proxima poſt Solem tenuerunt, non ſimul, ſed alii aliis ſuccedentes; D. Chazelles obſervationes a ſe factas in variis locis Mediterranei maris

cum

cum Academia communicavit; Pyramides Ægypti inviſit, earum ſitus & magnitudinem expoſuit. Innumera pene hoc anno theoremata & problemata Geometrica, Arithmetica & Algebraica, quæ ſunt puræ Matheſeos; alia Mechanica, & Hydroſtatica D. D. De la Hire, Varignon, Rolle, Sauveur, de Lagny, hi ambo nunc Academiæ Socii, propoſuerunt, quorum elenchus poſtreſtremo hujus ſectionis capite continetur. Act.Erud. An. 1700. M.Martii.

Habes, Lector Benevole, utiliſſimi Operis ſummarium, ab ipſo ejus Auctore celeberrimo benevole nobiscum communicatum. Ex ejus autem, & multo magis ipſius libri, lectione nemo non Potentiſſimi Galliarum Regis in bonas artes ac ſcientias, quas inſtituta & munificentiſſime dotata Illuſtriſſima illa Academia tam inſigniter promovit, merita ſumma venerabitur, & vel ob hæc Magni *ipſi cognomen decernet.*

LITERÆ DN. DE MORALEC,

COMMISSARII REI TORMENTARIÆ,

ad Auctorem Novellorum Reipublicæ Literariæ Amſtelodamenſium, D. JACOBUM BERNARDUM, continentes deſcriptionem novæ machinæ pro attollendis aquis. Pag. 139.

Tranſlatæ ex dictis Novellis menſe Novemb. 1699. pag. 514. ſqq.

EX ingenti numero differentium machinarum, quæ aquis in altum tollendis ad hoc uſque tempus in uſum traductæ ſunt, ingenioſiſſime inventæ reperiuntur, quæque admirandi uſus eſſe poſſent: verum quia caveri non potuit, quominus in conſtructione earum complures partes adhiberentur, ex. c. ſuculæ, trochleæ, rotæ dentatæ diverſorum generum, cochleæ infinitæ, emboli, aliaque organa, quæ frictioni neceſſario obnoxia ſunt, potentiæ machinarum motrici plurimum reſiſtunt, bonam partem virium inutiliter abſumunt, inſuperque continua reparatione indigent: difficultas & pretium harum machinarum plurimis, easdem, ſive proprios in uſus, ſive exornandis locis, quibus capiebantur, tractaturis, faſtidium movere. Præſens vero hæc, cujus deſcriptionem & figuram Tibi mitto, hoc omne feliciter ſupplet; eſt enim ſimpliciſſima, & conſequenter promptiſſi- TAB.II.

 ptiſſimæ executionis. Frictio, quæ hic contingit, adeo parvi momenti eſt, ut pro nulla fere haberi poſſit. Machina iſthæc proprie loquendo Sipho eſt, qui, contra naturam communium ſiphonum, aquam ad triginta pedes aut circiter, ſupra horizontem attollere poteſt, unde ea deduci poteſt, quorſum volueris. Quod ſi eam dignam judicaveris, quæ Curioſis Eruditorum communicetur, rogo Te, ut eandem ne graveris Diario tuo inſerere. In ea eſt

AB, ciſta, quæ aquam e fonte aut rivulo C recipit.

D, tubus, emiſſarii vicem præſtans.

EF, tubus longitudinis 33 pedum aut plus; diametri 3 aut 4 digitorum. Inferius foramen ejus ſurſum verſus incurvari poteſt, impediendo aeri, ne aqua effluente tubum ſubintret.

Pag. 140. GH, duo epiſtomia, quæ per extremitates binas tubi EF trajecta ſunt.

I, ſitula, quæ continet medium diabeten.

K, ſacoma, quod deſcendit, quando ſitula eſt vacua; aſcendit vero, eadem aqua repleta.

LM, vas clauſum, quod ad 30 pedes ſuper ciſtam AB elevatum eſt.

NO, emiſſarium, cujus orificium ſurſum verſus incurvatum, & operculo tectum eſt.

PQ, tubus unius circiter digiti in diametro, qui fundo vaſis LM conferruminatus eſt, intra quod orificium ſuum habet, valvula tectum, impediendæ aquæ aſcendenti, ne refluat, cum ceſſat aſcendere. Deſcendit hic tubus ad duos digitos prope fundum ciſtæ AB.

ST, tubus quinque vel ſex linearum in diametro, conferruminatus fundo vaſis LM, ciſtæ AB, & grandi tubo EF. Intra vas LM aſcendit ad duos aut circiter digitos ab operculo.

Aqua quæ ex rivulo C decurrit in ciſtam AB, ſimulac altitudinem emiſſarii D contigit, in ſitulam I ſe exonerat, quæ cum ſemiplena eſt deſcendit, & duo epiſtomia G, H (quorum quodlibet circa duos cardines ferreos rotatur, ut frictio hic tanto inſenſibilior evadat) quarta circuitus ſui parte circumagit. Tunc epiſtomio G ſe aperiente, & altero H ſe claudente, aqua ex ciſta AB labitur in tubum EF, eundemque implet. Interim aqua, quæ aliquo tempore deſierat ſitulæ illabi, repetendo priorem deſcenſum, ſitulam eouſque implet, ut ſuperata altitudine medii diabetes, eadem ſe per tubum R prompte depleat; leviorque facta, ſacoma K faciat epiſtomia quarta circumvolutionis ſuæ

parte

parte revolvi, uno eorum, nempe G clauſo, altero aperto. Tunc aqua intra tubum EF ſtatim effluente, aer in vaſe LM contentus, per parvum tubum ST deſcendit, ut in majori tubo EF ſpatium occupet ab aqua vacuefactum; & aqua in ciſta AB ab externi aeris pondere preſſa, aſcendit per tubum PQ in vas LM, ubi effluit per omiſſarium NO, ſtatim atque aer externus eo illabi poteſt per tubum EF. Act.Erud. An. 1700. M.Martii.

Interea dum hæc fiunt, ciſta denuo repletur, & aqua ad altitudinem tubi D provecta, decidit in ſitulam I, quæ deſcendendo, uti prius, bina epiſtomia ad quartam partem circumvolvi facit, & ſic porro. Pag. 141.

Notandum, ſitulam non deſcendere ultra quam ſatis eſt, ad quartam partem revolutionis epiſtomiorum. Situla enim offendens in fulturas ſiſtitur, & continue recipiens aquam illabentem, repletur ſupra medium diabeten, eaque propter ſe confeſtim exonerans, levis redditur. Ob quam cauſam ſacoma K deſcendens ad uſque fulturam, quarta parte ſui ambitus epiſtomia revolvi facit.

Ciſtam AB & quicquid infra ipſam eſt, puteo occulto oportet immitti, & capacitatem vaſis LM proportionatam eſſe capacitati tubi EF, ne ibidem nimium aeris ſit ad rarefactionem.

G.G.L. RESPONSIO AD DN. NIC. FATII DUILLIERII IMPUTATIONES.

M. Maii. Pag. 198.

Acceſſit nova Artis Analyticæ promotio ſpecimine indicata; dum Deſignatione per Numeros aſſumptitios loco literarum, Algebra ex Combinatoria Arte lucem capit.

CUM ad me perveniſſet tractatio Domini Nicolai Fatii Duillierii de Curva breviſſimi deſcenſus, Solidoque minimam (in medio) reſiſtentiam habente, nuper Londini edita; miratus ſum non mediocriter, Virum a me nunquam læſum animi tam male erga me affecti indicia dare. Dubitavi an quicquam reponerem, cum ſemper fuerim a litibus literariis alieniſſimus, putarimque unum eſſe honeſtum certamen inter eruditos, imo inter probos, ſi contendant non verbis, ſed rerum argumentis, uter melius poſſit mereri de re publica. Veritus tamen ſum, ne ſilentium meum in contemptum ſui traheret Vir certe minime con-

 contemnendus: deinde publice intereſſe judicavi, moderationis potius quam animi exarcerbati ſpecimen dari. Occaſione etiam oblata admonendos putavi viros doctos, ut pravus ille mos ſeſe invicem impetendi dictis mordacibus, qui literas literarumque cultores infamat, paulatim antiquetur. Idque conſilium meum Inclytæ Societati Regiæ Anglicanæ, cujus ſe membrum in ipſo libri titulo profitetur D. Duillierius, & in qua idem honor mihi tanto ante fuit delatus, placiturum credidi: nulla enim bene conſtituta Societas probat Socium, præſertim inter ſeniores numeratum, nec ſuo loco habitum indignum, ab alio Socio indigne haberi. Itaque quando factum fieri infectum nequit, ſperavi impoſterum auctoritatem Societatis laudatiſſimæ, ſaltem inter ſuos, huic malo obicem ponere poſſe, & laudabile exemplum deinde etiam apud alios pro efficaci ad æquanimitatem exhortatione futurum. Neque eam ſpem irritam eſſe, ex literis Domini Secretarii Societatis ad amicum ſcriptis intellexi.

Fortaſſe erunt qui ſuſpicabuntur, factum a me aliquid, quo jure irritaretur Dominus Duillierius. Equidem ſi quid tale per
Pag. 199. incogitantiam excidiſſet, tantum admonitione opus erat: eo enim animo ſum, ut fuerim emendaturus ultro. Sed ipſa Viri verba oſtendunt, nihil aliud habere, quo ſe læſum putet, quam quod non fuit nominatus inter eos, a quibus ſolutio problematis de linea breviſſimi deſcenſus a D. Johanne Bernoullio propoſiti data fuit; aut qui ſimilis argumenti ſpeciminibus effecerant, ut judicari poſſet, facile daturos fuiſſe, ſi animum illuc adjeciſſent. Sed qui potuit nominari, cum ipſe ſcribere ſuſtineat, ſe non fuiſſe *dignatum* edere aliquid eorum, quæ in hoc inquiſitionis genere habebat. Ita enim loquitur pag. 5: *Ejusmodi problemata, quamvis a me non ſemel ſoluta, verbi gratia circa catenariam, velariam, barumque linearum identitatem, curvam deſcenſus æquabilis &c. magnopere ſemper averſatus ſum, neque ſolutiones meas publicis ſcriptis unquam dignatus ſum exponere.* Nobis ergo ignoſcenda fuit noſtra de progreſſibus ejus ignorantia.

Videtur deinde publicam cauſam agere velle, accuſatque (dicta pag. 5) nos affectati Principatus in Mathematicis, & tantum non Oſtracismum nobis minatur. Sed hic profecto poſſem Apologia ſuperſedere, & judicium lectoribus committere, cum non unus ex viris præclaris, nuperque doctiſſimus D. Johannes Chriſtophorus Sturmius, publice modeſtiam meam commendarit: tantum intereſt, quo res animo ſpectentur, tranquillo, an fluctibus quibusdam agitato. Sed argumenta tamen videamus, quibus reus peragor. Duo affert: primum proponendorum problematum quam vocat luxuriem; deinde exiſtimationis atque ordinis, velut

ex

ex folio Mathematico, ſingulis Geometris factam diſtributionem. Act. Erud.
Utrique ſatisfaciam, non tam mea cauſa, quam utilitatis publicæ, An. 1700.
ne mos problemata pulchra vel utilia proponendi, & eos, qui la- M. Maii.
bores ſuos præclaros impertiti ſunt, publice laudandi, ſub odioſis
nominibus traducatur.

Itaque quod primum attinet, conſtat iis, quibus nota eſt Hiſtoria noſtri temporis literaria, magnam incrementorum ſcientiæ partem problematum propoſitioni deberi: idemque in futurum licet augurari, ſi ſcilicet problemata nondum ſint in poteſtate receptæ analyſeos. Ita enim diſcitur, quæ *deſiderata* ad perfectionem artis ſuperſint, ſimulque ingenia ad *augmenta ſcientiarum* animantur. Certe ut olim Cycloidem, ita nuper Catenariam Pag. 200. plurimum profuiſſe conſtat. Neque ego Catenariam ipſe delegi, ſed ab alio mihi propoſitam & confeſtim ſolvi, & propoſui aliis porro. Nec D. Johannes Bernoullius in ſuo problemate lineæ breviſſimi deſcenſus diu laboravit: nempe non caſui, ſed methodo ſucceſſum debuimus.

Alterum accuſationis caput non aliud habet fundamentum, quam quod ſolitus ſum ſtudioſe commemorare merita inſignium virorum in eo argumento quod tracto. Hoc Dominus Duillierius vocat ex folio mathematico exiſtimationis atque ordinis diſtributionem: ſed qui amant Hiſtoriam literariam, non aſpernabuntur meam diligentiam ſuum cuique tribuentis: & qui laude digna facere ſtudent, probabunt meritis laudes rependi. Cæterum cum notavi, non niſi ab iis datam ſolutionem curvæ breviſſimi deſcenſus, qui noſtrum calculum aut ei ſimilem tractare norunt, an quicquam dixi falſum? Intereſt ſcilicet eorum, qui ad ſcientiam non vulgarem aſpirant, ut ſciant, qua quidque via pateat. Cumque addidi, quosdam egregios viros idem præſtituros fuiſſe, ſi huc animum adhibuiſſent, nunquam credidiſſem, mente mea in contrarium verſa, quod æquitatis erat, ſuperbiæ adſcriptum iri. Nec tamen omnes (fateor) nominavi, a quibus talia (præſertim poſt noſtra tunc jam edita) exſpectare licuiſſet. Poteram exempli cauſa inſignis rerum difficillimarum enodatoris Walliſii, ut alias, mentionem facere, cui multum omnes debemus. Poteram & ab Hookio & Halæo (poſt viſam unius Theoriam Elaſticam, alterius Ratiocinationem de atmosphæræ expanſione) ſed & a Dn. Craigio in his non parum progreſſo aliquid pulchrum ſperare. Sed ſi quis hic ſe jure poſſet queri præteritum, profecto eſſet non Duillierius, ſed Romerus, Danicæ in re Mathematica laudis conſervator, cujus pulchra interioris Geometriæ ſpecimina tunc, cum ambo Pariſiis verſaremur, pene ſupra illius temporis captum erant, & quem ab eo tempore multa inveniſſe digniſſima, cre-

Act.Erud. An. 1700. M. Maii. di par eſt. Hunc quis dubitet egregium aliquid fuiſſe præſtiturum, ſi ad problemata noſtra animum appuliſſet? Ut de Nobiliſſimo Domino de Tſchirnhaus nunc nihil dicam, a quo maxima quæque expectanda ſæpe ſum profeſſus, nec de Domino la
Pag. 201. Hire, qui utiliter id inter alia agit, ut ſua alienaque per vias novas inventa ad morem veterum demonſtret, nec de Domino Varignonio, qui & ipſe in his non vulgaria præſtitit. Sed nec omnes contemnuntur, a quibus iſta non expectantur: cum ſint qui omnia alia agunt, non minus ingenioſa & egregia, alia tamen. Cæterum nuſpiam dixi, ſolos potuiſſe problema ſolvere, quorum mentionem nominatim feci; ſed tantum ſolos, quibus noſtri calculi myſteria patuerint (quibus ſe computat Dn. Duillierius) ex quibus quosdam præ cæteris honoris cauſa & meritorum hujus generis extantiorum nominavi.

Interea vel nunc apparet, quam utile ſit laudare bene meritos, ut alii quoque ad bene merendum invitentur: & Dn. Duillierius medias inter querelas, Apologiam ipſe meam non animadvertens ſcribit, dum ſcilicet præteritus hoc ipſo ſe ſtimulo excitatum tandem fatetur: *cum videamus* (inquit pag. 4) *ſilentium noſtrum in nos verti* (id eſt, ſua publico impertiri nolentem ob ignota merita non laudari) *quod hac in re præſtitimus*, *exponemus*. Recte atque ordine. Si qua igitur in hoc genere præclara producet, hanc ex aliqua parte mihi (qui ſilendo ne ſileret admonui) debebit ipſe gloriam, Reſpublica fructum. Vellem tamen verſari jam tum maluiſſet in re non præoccupata, & perpendiſſet attentius edita circa problemata breviſſimi deſcenſus. Ita enim non habuiſſet, cur quereretur, ex Newtoniana conſtructione ſolidi minimum medio reſiſtentis nullam ſibi lucem affulgere, ſed viam vidiſſet eodem perveniendi, quemadmodum Dominus Marchio Hoſpitalius & Dn. Joh. Bernoullius præclare oſtenderunt, qui etiam optime animadverterunt, quod ipſe Dominus Duillierius credit, proprietatem Newtonianam eſſe perplexiorem, ſuam vero ex conſideratione oſculi vel radii curvitatis ſimpliciorem, id contra eſſe; cum illa conſtructionem per quadraturam hyperbolæ vel logarithmos facile præbeat, hæc vero a differentio-differentialibus pendeat, quæ ſunt, ut nos loquimur, tranſcendentia ſecundi gradus: quod perinde eſt, ac ſi quis problema planum ad ſectiones Conicas, immo altiores referat. Quod ſi det impoſterum D. Duillierius, quæ novam lucem præbeant, habebit nos candidos laudum ſuarum deprædicatores. Interim mei mentionem faciens aliis, inquit, diſcipulis glorie-
Pag. 202. tur, me certe non poteſt. (pag. 18.) Ex his, qui me non aliunde noverit, hominem valde glorioſum, & valde quidem inepte

glo-

Digitized by Google

gloriosum putabit. Ego vero contrario ambitionis genere libenter ipſius me Domini Duillierii diſcipulum gloriarer, ideſt, valde vellem aliquid præclari ab eo doceri; quamvis ille ſe nihil a me didiciſſe prædicet: quod vereor ne in nonnullis paulo ſit verius, quam ipſius interfuiſſet, uti vel hic ipſe libellus ejus oſtendit. Nam niſi noſtra quædam ſpreta prætervidiſſet, animadverſioni prædictæ non fuiſſet locus. Act. Erud. An. 1700. M. Maii.

Ait jam anno 1687 proprio ſe Marte inveniſſe fundamenta univerſa & pleraſque regulas calculi quem nos differentialem vocamus. Credamus ita eſſe, (ſaltem pro parte, nam ne nunc quidem omnia hujus calculi fundamenta ipſi ſatis nota putem; etſi ea fiducia, tanquam cuncta jam effuderimus, promptior ad provocandum factus fuiſse videatur) jam manifeſtariam tenemus cauſam animi a me alienioris, quam fortaſse ipſe non ſatis animadvertit: uti in verſu eſt, non amo te, nec poſsum dicere quare. Neque enim mirum eſt odiſse pronam, quam vocat (p. 18) ſedulitatem meam, qua mea ejusdem calculi elementa triennio ante, quam ipſi ſuccurrerent, edens, quas ſe meruiſse putavit laudes, innocenter præoccupavi; quemadmodum quidam Veterum dicebat: pereant qui ante nos noſtra dixere. Ego nihil malignum ipſi imputo, ſed ea tamen eſt naturæ humanæ infirmitas, ut mirandum potius cenſerem, ſi juvenis tunc quidem, & ad præclara tendens, gloriæque cupidus, his ſtimulis non ceſſiſſet. Pauci ad tantam virtutem perveniunt, ut noxiam ſibi virtutem alterius amare poſſint; quanto minus, ſi (ut ipſe de me) ſuſpiciones ſibi fingant (uti certe ſuſpicax eſt averſus animus) non recta via ſed obliquis artibus alium ad laudem eſse graſsatum. Libenter enim affectum, quo nudo nobis ipſi diſpliceremus, juſtitiæ zelo velamus. Ego vero, quanto magis intelligo hos animorum receſsus, eo minus aliquid humani paſso iraſcor. Interim minus (credo) feſtinationem meam culpabit, ubi intelliget, ex Horatii præcepto nonum in annum & amplius me meditata preſſiſse, nec cum aliqua edidi anno 1684, vel gloriam vel invidiam expectaſse, id fere tunc agentem, ut amicis meis Actorum Lipſienſium curatoribus ſatisfacerem, qui aliquid a me ſubinde poſtulabant: rei famam caſus deinde potius dedit, quam ratio aut ſtudium meum.

Hactenus Dominus Duillierius vel ſuam vel publicam, ut putabat, rem egit: nunc vero cum eminentis Geometræ Iſaaci Newtoni aliorumque etiam cauſam, tanquam contra me ſuſcipit; ignoſcet mihi, ſi non ad omnia reſpondeo, donec mandatum procuratorium tum a cæteris tum maxime a Domino Newtono oſtendat, cum quo nulla mihi ſimultas fuit. Certe Vir egregius Pag. 203.

 aliquoties locutus amicis meis ſemper bene de me ſentire viſus eſt, neque unquam, quod ſciam, querelas jecit: publice autem ita mecum egit, ut iniquus ſim, ſi querar. Ego vero libenter ejus ingentia merita oblatis occaſionibus prædicavi, & ipſe ſcit unus omnium optime, ſatisque indicavit publice, cum ſua Mathematica Naturæ Principia publicaret anno 1687, nova quædam inventa Geometrica, quæ ipſi communia mecum fuere, neutrum luci ab altero acceptæ, ſed meditationibus quemque ſuis debere, & a me jam decennio ante expoſita fuiſse. Certe cum Elementa calculi mea edidi anno 1684, ne conſtabat quidem mihi aliud de inventis ejus in hoc genere, quam quod ipſe olim ſignificaverat in literis, poſse ſe tangentes invenire non ſublatis irrationalibus, quod Hugenius quoque ſe poſse mihi ſignificavit poſtea, etſi cæterorum iſtius calculi adhuc expers: ſed majora multo conſecutum Newtonum, viſo demum libro Principiorum ejus ſatis intellexi. Calculum tamen differentiali tam ſimilem ab eo exerceri, non ante didicimus, quam cum non ita pridem magni Geometræ Johannis Walliſii operum volumina primum & ſecundum prodiere, Hugeniusque curioſitati meæ favens locum inde deſcriptum ad Newtonum pertinentem mihi mature tranſmiſit. Cæterum etſi poſt tanta jam beneficia in publicum collata, iniquum ſit aliquid a Domino Newtono exigere, quod novum quærendi laborem poſtulet, non poſsum tamen mihi temperare, quin hac oblata occaſione maximi ingenii Mathematicum publice rogem, ut memor humanorum caſuum, & communis utilitatis, diutius ne premat præclaras reliquas ac jam paratas meditationes ſuas, quibus cum ſcientias mathematicas, tum præſertim naturæ arcana porro illuſtrare poteſt. Quod ſi nulla movet tantarum gloria rerum (quanquam vix quicquam ei, quam nactus eſt, addi poſſit) illud ſaltem cogitet, generoſum animum nihil magis ad ſe pertinere putare, quam ut optime de humano genere mereatur.

Pag. 204. Unum tantum ſupereſt, in quo video Apologia aliqua mihi eſſe opus. Cum Dominus Johannes Bernoullius programma, quo invitabantur Geometræ ad quærendam lineam breviſſimi deſcenſus, ſpeciatim ad Dominum Newtonum miſiſset, ſparſæ ſunt voces in Anglia, Newtonum a me fuiſse provocatum: eaque ſententia etiam Domini Duillierii eſse videtur, tanquam ego ſuaſor mittendi atque impulſor fuerim. Sed inſcio plane me factum, ipſe Dominus Bernoullius teſtabitur. Quod ſi Domino Duillierio credimus, ægre illud tuliſse Newtonum, (uti certe fatendum, immunitatem ei ab hoc laboris genere pleniſſimam deberi) ſaltem, ut ſpero, me non ægre nunc abſolvet. Itaque nec

ad

ad me pertinet, quod queri videtur Dominus Duillierius, invitationem nullam ad ſe perveniſse, cum ait pag. 4. ſe quoque ſi qua invitatione ſi dignus viſus fuiſset literis, ſuas dudum ſolutiones fuiſse exhibiturum. Sed habet nunc quoque campum in quo ſe exerceat, & vero ſi propriis meditationibus tantum ſe profeciſse perſuaſum cupit omnibus, problemata aggredi poteſt Domini Johannis Bernoullii, de quibus poſt editas jam ſolutiones curvæ breviſſimi deſcenſus in Actis Eruditorum Diarioque Gallico (vid. *Journal des Scavans*, A. 1697, pag. 395. edit. Pariſ.) facta mentio eſt, ſed ita, quemadmodum nondum extant ſolutiones: ut ſcilicet pro Parabolis vel pro Ellipſibus ordinatim datis, quarum mentio fit in Diario Gallico loco dicto, intelligantur curvæ quæcunque ordinatim datæ, etiam quæ non ſint ſimiles inter ſe, & ſolutio detur ſaltem ex ſuppoſitis quadraturis: cum in iſta inquiſitione ſit adhuc aliquid, quod noſtra etiam edita tenentem morari poſſit. Quale etiam eſt problema a Domino Joh. Bernoullio propoſitum in Actis Erud. Lipſ. Maii 1697. pag. 307, invenire curvam aut ſaltem proprietatem tangentium curvæ, quæ curvas etiam tranſcendentes ordinatim datas ſecet ad angulos rectos. Nam ſi ea tantum producit quorum jam datæ ſunt a nobis methodi, ſatis intelligit, quantum proprio Marte conſequi potuerit, hinc non probari. Si quid in Phyſicis Theoriæ Gravitatis Newtonianæ adjecit, uti quidem pag. 18 inſinuat, pariet hoc ipſi alterius generis laudem. Act. Erud. An. 1700. M. Maii.

Quod alios quosdam attinet, de quibus me pariter ac de ſe non bene meritum ait D. Duillierius pag. 19, nihil adderem (cum neminem de me querentem norim) niſi ſpeciatim de Theorematibus quibusdam Domini Moyvræi circa ſeries infinitas mentionem injeciſset. Equidem talia hunc edidiſse Theoremata ignorabam, donec nuper amicus ex Anglia redux ſecum attulit volumen poſtremum Tranſactorum Philoſophicorum. Memini cum alios, tum Dominum Newtonum & me quoque, in iſtis ſeriebus ante multos annos verſari, ut in iis hoſpes D. Duillierio videri non debeam. Interim D. Moyvræo gratias agendas, quod hunc laborem perutilem & valde ingenioſum velut pro derelicto habitum in ſe ſuſcepit, rogandumque etiam cenſeo, ut in eo genere pergat, ubi multa adhuc reſtant. Diu enim eſt, quod complura Theoremata ampla ſatis ipſe, tam pro *finitis* ſed *indefinitis*, quam pro *infinitis* formulis fabricans conſideravi, ſi proſequerentur hoc ſtudium, qui poſſunt & intelligunt, habituros nos quasdam *Canonum* utiliſſimorum velut *tabulas*, præſtituras *in analyticis* aliquid illis uſibus ſimile, quos in Geometria practica tabulæ ſinuum aliorumve numerorum præbent: ſcilicet ut calculos Pag. 205.

ſemel

Digitized by Google

Act.Erud. An. 1700. M. Maii. ſemel factos non ſemper repetere neceſſe ſit, uti defectu Canonum quotidie facimus. Sic optarem haberi generales Canones pro ſublatione irrationalium, itemque pro inventione maximi communis diviſoris ac ſublatione literarum, reductioneque æquationum plurium plures incognitas habentium ad pauciores incognitarum pauciorum, ac denique ad unam unius.

Sed hæc nihil habent commune aut ſimile cum illis Methodis noſtris, quibus problemata catenariæ, aut lineæ breviſſimi deſcenſus, aliaque id genus interioris Geometriæ ſolvimus; ut adeo non poſſim in animum inducere meum, ipſi D. Moyvræo videri injurioſum, quod nulla ipſius mentio facta eſt, cum de hujuſmodi problematibus ageretur, quod tamen D. Duillierius inſinuat; qui cum me ignarum in illo ſolio Mathematico collocaſſet, unde, ſi Diis placet, exiſtimationem ſingulis Geometris diſtribuo, hæc pag. 19. ſubjicit: *ſed ignoſcendum viro, ſi minus de me aliisque, ſaltem de Mathematicis rebus optime merito: aliis dico, qua enim æquitate, ut cæteros taceam, lineæ breviſſimi deſcenſus inventio, ſubtilis quidem illa & egregia, opponetur eximiis illis Theorematis uſus prorſus infiniti, quæ Dominus de Moyvre in Transactionibus Philoſophicis communicavit?* Equidem credo nemini præter Dominum Duillierium in mentem veniſſe, ut opponat inter ſe res toto adeo cœlo diverſas. Interim conſiderandum relinquo, qua ipſe æquitate diſſimulet, aut qua animi præventione obliviſcatur, non hic de problemate aliquo particulari lineæ breviſſimi deſcenſus, ſed de Methodo ſummi momenti valdeque diffuſa circa maxima & minima fuiſſe actum: quam ante D. Newtonum & me nullus, quod ſciam, Geometra habuit; uti ante hunc maximi nominis Geometram nemo ſpecimine publice dato ſe habere probavit; ante D. Bernoullios & me nullus communicavit: cum tamen conſtet, eſſe Methodi de maximis & minimis partem ſublimiorem, & in applicatione Geometriæ ad Mechanicen naturamque ſumme utilem, cum ex omnibus figuris poſſibilibus eligitur ad aliquid præſtandum aptiſſima. Magnum ſane Geometram Huddenium de his jam cogitaſſe apparet; ſed quid conſecutus ſit, non conſtat. Hugenius certe (quamvis & ipſe in Geometria ante detectum a me Calculum recepta ſummus) tamen narrante Domino Duillierio, tale quid fruſtra tentavit: haud dubie quod nondum tunc ſatis uſum noſtrarum artium perſpexiſſet, quem ubi tandem agnovit, mire illis & Methodis, & (quæ D. Duillierius adeo averſatur) problematis, eſt delectatus, candideque faſſus, publice ac privatim, jam apertum ad illa aditum, quæ alia ratione vix ſperari poſſe videbantur.

Pag. 206.

Poſtremo ne vacua ſit hæc Apologia, occaſione Theorematis Moy-

Moyvræani noſtrum infinities generalius ſubjicere placet; adhibendo *novum deſignationis genus*, cujus magnum in re analytica & combinatoria uſum reperimus, dequo alias fuſius. Nempe modum damus extrahendi radicem ſeu valorem quantitatis cujuscunque ut Z, ex æquatione generaliſſime determinante ipſam Z, per aliam quamcunque, Y. Nempe æquatio data generaliſſima relationis Z ad Y ſic exprimetur, $0 = (01\,Y + 02\,Y^2 + 03\,Y^3$ &c.$) + (-10 + 11\,Y + 12\,Y^2 + 13\,Y^3$ &c.$)\,Z^1 + (20 + 21\,Y + 22\,Y^2 + 23\,Y^3$ &c.$)\,Z^2 +$ &c. Ubi ob Calculi commoditatem, ut valores quæſitorum fiant affirmativi, ideo ipſi 10 præfiximus ſignum —. Quæritur jam valor ipſius Z, ſeu quæritur, in æquatione $Z = 101\,Y + 102\,Y^2 + 103\,Y^3 + 104\,Y^4 + 105\,Y^5 +$ &c., qui ſint valores *numerorum* quæſitorum *aſſumptitiorum* 101, 102, 103, &c. (quos *majuſculos* hic vocabimus) per numeros aſſumptitios æquationis datæ, (quos vocabimus *minusculos*) nempe per ipſos 01, 02, 03, &c. 10, 11, 12, &c. 20, 21, 23 &c; &c. Dico fore $101 = 01 : 10$. Et $102 = 02 + 11.\,101 + 20.\,101^2, : 10$. Et $103 = 03 + 11.\,102 + 12.\,101 + (2)\,20.\,101.\,102 + 21.\,101^2 + 30.\,101^3, : 10$. Et $104 = 04 + 11.\,103 + 12.\,102 + 13.\,101 + (2)\,20.\,101.\,103 + (2)\,21.\,101.\,102 + 22.\,101^2 + (3)\,30.\,101^2.\,102 + 31.\,101^3 + 40.\,101^4, : 10$. Eodemque modo habebuntur 105, 106, &c. hac *regula generali*, ut denominator cujusque valoris ſit 10, numerator vero conſtet ex omnibus membris poſſibilibus in unum additis *lege combinationis* ſequenti formatis & multiplicatis reſpective per *numeros transpoſitionum* formæ, in membro ex majuſculis conflatæ convenientes, qui *numeri* ſunt *veri*, parentheſibus incluſi. Porro in Minusculis ut 01, 02, 03, 10, 11, 12, 20, 21, 22, &c. nota prior ſignificat ad quam potentiam ipſius Z, nota poſterior ad quam potentiam ipſius Y, numerus minusculus pertineat in æquatione data. In Majuſculis (ut 101, 102, 103, &c.) nota prima, (hoc loco 1) nihil aliud eſt quam nota majuſculi; nota vero ultima indicat ad quam Majuſculus pertineat potentiam ipſius Y in æquatione quæſita ſeu valore ipſius Z. Jam *Lex Combinationis* hæc eſt: notæ ultimæ *numerorum ſuppoſititiorum* vel aſſumptitiorum membri cujusque formanto eandem ſummam, æqualem notæ ultimæ majuſculi cujus membra ingrediuntur valorem: & in membro quolibet minusculus non eſto niſi unicus, majuſculi autem tot, quot nota prior in minuſculo habet unitates: ita ſimul omnia cujusque valoris membra poſſibilia determinantur. Ex hoc jam theoremate habetur non tantum extractio radicis definitæ ex æquatione unius incognitæ finita vel infinita; ſed etiam valor indefinitus, qualis exempli gratia deſideratur, cum quæritur valor

Act. Erud. An. 1700. M. Maii.

Pag. 207.

Digitized by Google

Act.Erud. An. 1700. M. Maii. lor generalis ordinatæ ad Curvam aliquam ſive Algebraicam ſive tranſcendentem. Theorema vero Domini Moyvræi hujus noſtri eſt caſus ſpecialis qui prodit, ſi omnes minuſculi ſint æquales nihilo, præter ſolos primi ordinis, 01, 02, 03, &c. & 10, Pag. 208. 20, 30 &c. ita ut ſolis curvis applicari id poſſit, in quarum æquatione duæ coordinatæ in ſe invicem non ducuntur. Non tamen dubitem, & ad hæc, & ad alia abſtruſiora eum pervenire potuiſſe, aut poſſe, ſi ut jam rogavimus, pergere in tam utili inquiſitione velit. Videbunt autem intelligentes *novam Analyticæ promotionem* in hac noſtra *deſignatione per Numeros loco literarum*, qui adeo fictitii ſeu ſuppoſititii ſunt, contineri. Nam cum mens noſtra ſæpiſſime pro rebus cogitandis notas adhibere debeat, & *characteriſtica* ſit maximum meditandi ſubſidium, conſequens eſt, tanto utiliores eſſe notas, quanto magis exprimunt rerum relationes. Unde porro ſequitur, literas Algebraicas indiſcriminatim adhibitas non ſatis eſſe utiles, quia ob vagam generalitatem ſuam non admonent mentem relationis, quam ex prima ſuppoſitione ſua habent inter ſe invicem. Hinc ut nonnihil ſuccurramus defectui, ſolemus interdum (inprimis cum multæ adhibendæ ſunt) in ordine earum ſubſidium quærere. Sed ubi magna eſt nec ſimplex varietas, utiliſſimum reperi ad numeros recurri, cum & ipſæ literæ apud multas gentes ordine ſuo numeros ſignificent. Numeros autem intelligo fictitios, pro literis ſtantes, etſi interdum tali arte adhibere liceat, ut ſimul haberi pro veris & examen calculi novenarium vel aliud ſubire poſſint. Hæc autem deſignatio quantæ utilitatis ſit ad Canones novos, utiles, & late fuſos, cum ex præſenti theoremate judicari poteſt, tum progreſſu temporis, ubi eæ, quas opto, *Canonum Analyticorum Tabulæ* condentur, magis apparebit. Atque ita demum per Characteriſticam ex Combinatoria arte, Algebra ei ſubordinata perficitur. Combinatoriam autem (quam animo complexus ſum) ex ea, quam pene puer conſcripſi & anno *1666* edidi, (me inconſulto ante annos aliquot recuſam) nolim æſtimari; tametſi jam tum quaſdam meditationes non pœnitendas nec momenti nullius aſperſerim.

JOH.

Digitized by Google

JOH. BERNOULLII, De SOLIDO ROTUNDO MINIMÆ RESISTENTIÆ,

Act. Erud. An. 1700. M. Maii.

addenda iis quæ de eadem materia habentur in actis Ann. ſuperior. Menſ. Novemb.

LÆtus intellexi meam hujus problematis ſolutionem non parum placuiſſe Eruditis, nec eos ſe melius Fatianæ ſolutionis perplexitatem agnoſcere potuiſſe, quam perſpecta demum meæ brevitate & ſimplicitate. Quandoquidem autem Conſtructionis analyſis (quam tamen in epiſtola expreſſeram) in excerptis fuerat omiſſa: eam rogatus lubentiſſime communicabo, & ne quid minimum ad plenariam hujus curvæ cognitionem deſideretur, unum alterumve annotabo. Pag. 209.

Perveneram ad æquationem differentialem primi gradus hanc $YdY^3dX = ads^4$, quam dixi curvæ quæſitæ naturam exprimere; ut igitur ejusdem conſtructionis *rationem* detegam, ſubſtituatur valor ipſius ds, qui eſt $\sqrt{dX^2 + dY^2}$, ut habeatur $YdY^3dX = adX^4 + 2adX^2dY^2 + adY^4$; jam vero cum indeterminatarum differentiæ ſint implicatæ ad ſeparationem inſtituendam, transmutatione quadam opus eſt, quam ſæpe in intricatiſſimis caſibus feliciter adhibeo. Ponatur itaque $dX = mdY : a$ (id eſt mdY diviſum per a, qua diviſionis expreſſione exemplo Celeb. Leibnitii, ad facilitandam Typothetæ operam, nunc iterum & in poſterum utar) quo ſurrogato in æquatione, eaque poſtea diviſa per dY^4, prodibit æquatio algebraica hæc $aamY = m^4 + 2aamm + a^4$, adeoque $Y = (m^3 : aa) + 2m + (aa : m)$ & $dY = (3mmdm : aa) + 2dm - (aadm : mm)$ Hinc $mdy : a$ ſeu $dx = (3m^3dm : a^3) + (2mdm : a) - (adm : m)$ ſumptis igitur horum integralibus erit $X = (3m^4 : 4a^3) + (mm : a) - lm$. Sic igitur inventi ſunt valores coordinatarum X & Y expreſſi per duas quantitates unam tantum communem indeterminatam m involventes: Unde illa quam dedi in Actis reſultat conſtructio: notandum autem (quamvis ad rem ipſam parum faciat) curvam IK (vide ibid. fig. II) male eſſe repræſentatam, ea enim cum recta CE non concurrit, ſed eodem fere modo quo curva HAD poſtquam aliquouſque ad CE appropinquavit, ab ea iterum recedit in infinitum, & magis magisque accedit rectæ CM, quæ proinde communis eſt aſymptotos curvarum IK & DAH, hujus ad dextram, illius ad ſiniſtram communis axis CE: animadverſione dignum eſt, duas illas curvas licet diverſiſſimæ na-

Act.Erud. turæ, unam quippe algebraicam, alteram tranſcendentem, ita
An. 1700. tamen inter ſe conſpirare, ut ad axem ſuum communem CE
M. Maii. accedere ſimul deſinant, vel ab eo recedere ſimul incipiant, id
Pag. 310. eſt ut utriusque curvæ punctum axi CE proximum æqualiter a recta CM diſtet; ſumpta enim $CE = a\sqrt{\frac{1}{3}}$ erunt & EK & EH omnium ſuarum reſpective applicatarum minimæ; & quidem minima EH erit $= \frac{16}{9} a\sqrt{3}$; & (poſito a pro unitate, ita ut $la = 0$) erit minima $EK = \frac{5}{18} a - l, a\sqrt{\frac{1}{3}}$, quæ quantitas eſt affirmans, quia logarithmus numeri unitate minoris $l, a\sqrt{\frac{1}{3}}$ eſt quantitas negativa, quæ per conſequens negata vertitur in affirmantem.

Hic ſimultaneus curvarum acceſſus proximus, rationem jam manifeſtat, cur quæ ex illis conſtruitur curva ſolidi rotundi minimæ reſiſtentiæ BN, duas habeat partes convexitates ſibi mutuo obvertentes (quo fere modo ab aſtronomis ſignum arietis vulgo pingitur) & deſinentes in acumen quod punctum *reverſionis* appellare ſoleo (point de *rebrouſſement*) diſtans a CM intervallo, quod eſt æquale minimæ applicatæ EH. Quam curvæ reverſionem eleganter etiam obſervatam video ab Illuſtriſſimo Marchione Hoſpitalio in Actis ejusdem anni menſ. Aug. quanquam ex ejus conſtruendi modo non tam manifeſte ea appareat: Interim noſtræ ſolutiones mirifice conſentiunt: nec aliud in conſtruendi modo diſcrimen eſt, quam quod Illuſtriſſimus Vir ſyntheſi magis uſus fuerit quam analyſi, utpote in animo habens proprietatem curvæ ab acutiſſimo Newtono jam traditam, ad quam collineavit, ut oſtenderet ſuam æquationem (vid. pag. 445 & 446) $m^3 fv : \overline{mm + vv}^2 = n^3 gt : \overline{nn + tt}^2$ reſolvi poſſe in proportionem Newtonianam $4AB^2 \times AC : BC^3 :: BC : MP$; loco quod ego mere analytice ſine ullius proprietatis ab alio jam præinventæ auxilio ad quæſitum pervenerim.

Cæterum coordinatæ ab Illuſtr. Viro aſſignatæ $(aa : 4Z) + \frac{1}{2}Z + (Z^3 : 4aa)$ & $(ZZ : 4a) + (3Z^4 : 16a^3) - (5a : 48) \pm CN$ ſunt ſimillimæ meis inverſo terminorum ordine $(m^3 : aa) + 2m + (aa : m)$ & $(3m^4 : 4a^3) + (mm : a) - lm$; niſi quod quantitatem conſtantem brevitatis gratia neglexerim, quippe quæ in ipſa curva nihil mutat præter ſitum: ſic ut ſecundum axem ſuum retrorſum antrorſumve magis promoveatur, ea ipſa quantitate
Pag. 311. conſtante & arbitraria, quæ affirmative vel negative pro lubitu aſſumi poteſt. Præterea quod mihi in expreſſione coordinatarum eſt a & m id Illuſtr. Marchioni eſt $\frac{1}{4} a$ & $\frac{1}{4} Z$: hoc exinde venit, quod Newtoni proportionem $4AB^2 \times AC : BC^3 :: BC : MP$ ſecutus, poſuerit $m^3 fv : \overline{mm + vv}^2 = \frac{1}{4} a$, cum tamen ſi feciſſet

AB^2

$AB^2 \times AC : BC^3 :: BC : MP$ (quæ proportio non minus convenit curvæ, quam illa cujus primus antecedens, hujus primi quadruplus eſt, imo alius quivis multiplus æque ſatisfaceret) potuiſſet ponere ſimpliciter $m^3 fv : \overline{mm + vv}^2 = a$; quod ſi fuiſſet factum, ad meas omnino perventum fuiſſet expreſſiones, quæ quod careant iſta inutili ſubquadruplicitate, quodammodo ſimpliciores ſunt: profecto neſcio cur Vir Illuſtr. vel ante eum ingenioſiſſimus Newtonus ſumendo $4AB^2$ potius quam ſimplex AB^2 voluerint entia multiplicare præter neceſſitatem. Act. Erud. An. 1700. M. Maii.

Quod porro attinet ad figuram curvæ, elegantiſſime eam delineatam dedit Illuſtr. Hoſpitalius (vid. ejus fig. I) ſciendum tamen eſt, utramque curvæ partem DM & DO, ab utroque axe AL & AK magis ac magis removeri diſtantia quavis data majori, quod notari velim, ne quis putet partem DO prout in ſchemate exhibetur, in infinitum continuatam non niſi ad certum intervallum ab AK diſcedere.

Angulus quem curva DM, DO in puncto reverſionis D facit cum axe conjugato AK, triens eſt anguli recti, adeoque complementum ſeu duo trientes recti erit inclinatio curvæ maxima & minima ad axem AL, nimirum maxima partis AL, minima vero partis DO: quod alicujus uſus eſſe poteſt in re nautica; quod ſi enim navis conſtrueretur ſecundum curvaturam DM, patet utique ambo proræ latera cum axe navis non poſſe majorem angulum capere quam ad ſummum 60 grad. ſi vel tantillo major eſſet, jam non facillime aquam ſulcaret, inter omnes naves quæ ejusdem eſſent amplitudinis & longitudinis. Monendum hic eſt non tantum convexam ſuperficiem a curvæ parte DM, vel concavam a parte DO, rotatis circa axem AL deſcriptas, minimam pati reſiſtentiam a fluido; ſed etiam perinde eſt ſi illius ſumatur ſuperficies concava & hujus convexa. Illæ enim ſuperficies ſive a P verſus A, ſive ab A verſus P moveantur, fluidum utrovis modo ſimiliter & æquali vi illis reſiſtit. Pag. 212.

Veriſſimum eſſe deprehendo, quod Generoſus Marchio dicit, ſpatii ADMP quadraturam citra ullam ab hyperbolæ quadratura dependentiam facile reperiri: at quod idem etiam affirmet de ſolidi ab hoc ipſo ſpatio circa axem rotato deſcripti *cubatura* ſeu potius *cylindratura*, nonnihil feſtinantius pronunciavit; ſi revidere dignetur, comperiet eam citra hyperbolæ quadraturam haberi non poſſe.

In excerptis literarum mearum in fine habentur hæc verba: *Et curvæ æquatio tranſcendens exponentialis erit &c.* ſupple *& curvæ IK* &c. Modum perveniendi ad hanc æquationem exponentialem

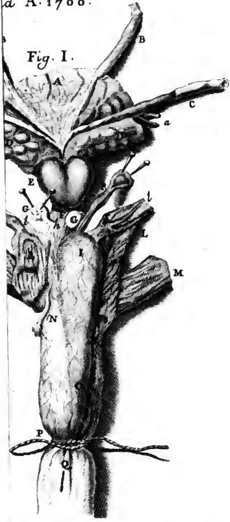
Act.Erud. An. 1700. M. Maii. tialem ſeu ut mihi etiam dicitur *percurrentem* pariter rogatus hic pando: Quoniam EK (vid. meam fig. II) ſeu CM ſeu $X = (3m^4 : 4a^3) + (mm : a) - lm$; multiplicata per $4a^3$ & deinde reducta, habebitur $4a^3 lm = 3m^4 + 4aamm - 4a^1 X$, cujus membrum prius $4a^1 lm$ eſt quantitas logarithmica, alterum vero cum ſit quantitas ordinaria, ut pariter logarithmicæ formam induat, multiplico totam æquationem per logarithmum aliquem conſtantem qui uniformitatis literarum gratia ſit la (jam vero pro unitate alia quævis quam a ſumenda eſt, alias foret $la = 0$, erit itaque $4a^3 la \,.\, lm = 3m^4 + 4aamm - 4a^3 X.\, la$; at cum æqualium logarithmorum æquales ſint numeri, ſumptis hujus æquationis quantitatibus numeralibus ſecundum geneſin & regulas logarithmorum, proveniet hæc æquatio percurrens ſeu exponentialis $m^{4a^3 la} = a^{3m^4 + 4aamm - 4a^3 X}$; prout in Actis habetur pag. 463. Si jam pro la quæ eſt quantitas determinata ponas b, æquatio libera erit a logarithmis, & referri debet in cenſum pure percurrentium, de quibus fuſius egi in Act. an. 1697. m. Martio.

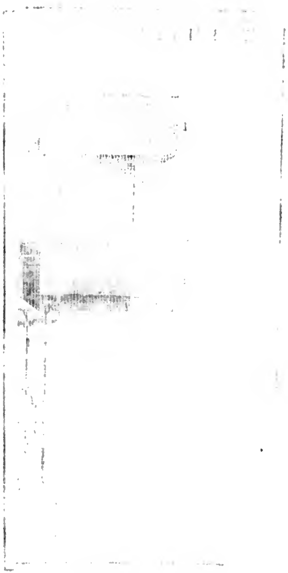
Pag. 213. Occaſione id ferente, ingratum non erit, ſi heic oſtendero quam latum uſum habeat illa transmutandi methodus, qua ſtatim uſus ſum pro conſtructione æquationis differentialis $Y dY^3 dX = ads^4$ ſeu $Y dY^3 dX = adX^4 + 2adX^2 dY^2 + adY^4$; ne quis itaque arbitretur, eam pro hoc ſpeciali exemplo tantum ſuccedere, neve temere me dixiſſe, in intricantioribus feliciter eam poſſe adhiberi: Dico, omnis æquatio differentialis in qua alterutra indeterminatarum deficit, hac methodo conſtruibilis eſt, nec refert qualicunque modo differentiales dX, dY & altera indeterminata X vel Y earumque poteſtates quot & quotæcunque inter ſe fuerint implicatæ: quo ſane neſcio an unquam generalius quid fuerit traditum in hoc abſtruſo differentialium implicatarum ſeparationis negotio, quod unicum eſt adhuc, cujus perfectio pro univerſali hujusmodi æquationum conſtructione deſideratur. Methodus autem, de qua ſermo, ita habet: ſi ex. gratia deficiat X, ponatur $dX = mdY : a$, quo ſubſtituto in æquatione propoſita loco dX, manifeſtum eſt, æquationem inde ortam diviſibilem fore per aliquam poteſtatem ipſius dY, ita ut præter quantitates ordinarias in æquatione nihil habeatur; unde inter m & Y proveniet æquatio pure algebraica, exprimens naturam alicujus curvæ pariter algebraicæ, cujus abſciſſæ Y, & ſpatia curvæ iſtis reſpondentia ($\int mdY$) diviſa per conſtantem a, dabunt coordinatas curvæ quæſitæ pro conſtructione æquationis differentialis propoſitæ. Ut rem exemplo illuſtrem, eſto hæc æquatio

tio

d A. 1700.

Fig. I.





tio $Y^3 dX^5 + aa\,Y dX^4 dY = a^3 dY^5$, quæritur conſtructio curvæ æquationi reſpondentis: Fiat $dX = m dY : a$, quod ſurrogetur in æquatione, & habebitur $(Y^3 m^5 dY^5 : a^5) + (Y m^4 dY^5 : aa) = a^3 dY^5$; & diviſa per $dY^5 : a^5$ proveniet æquatio algebraica $Y^3 m^5 + a^3 Y m^4 = a^8$: Facta itaque huic æquationi convenienter curva algebraica IK (vid. fig. meam II. ex Actis citatam) in qua CM, Y; MK, m; fiat MN æqualis ſpatio CMKI diviſo per conſtantem a, vel ſimpliciter fiat MN ubique in ratione ſpatii CMKI, dico punctum N fore in curva optata. Alias quæ mihi ſunt, regulas pro perfectione methodi tangentium inverſæ, cum ſint extra inſtitutum hic omitto, partim jam alibi datas, partim forte adhuc dandas. Act. Erud. An. 1700. M. Maii. Pag. 214.

DESCRIPTIO DUARUM GLANDULARUM

Una cum ductibus excretoriis in corpore humano haud ita pridem a GUILIELMO COWPERO, *Societatis Regiæ Socio, detectarum, in Philoſophicis Actis Anglicanis Menſ. Novemb. A. 1699. N. 258 exhibita, hicque Latine reddita.* M. Junii. Pag. 255.

ETſi præſenti ſæculo Anatome a multis egregio ſucceſſu fuit exculta, nullum tamen dubium, quin plura poſthac invenienda, variaque etiam utilia & œconomiæ animali recte intelligendæ apprime neceſſaria organa ſuperſint detegenda, quorum cognitionem nos delituiſſe poſteri æque admirabuntur, ac permirum nobis videtur, quod obſervationum noſtrarum noſtri anteceſſores nullam notitiam habuerint. Exemplum ejusmodi inventi eo præſtantius duæ nunc præbeant glandulæ, a nemine adhuc, quantum novimus, in ſubjecto humano annotatæ, quo magis in tali eædem reperiuntur parte, quam non ſolum alii exacte deſcripſerunt, ſed & egomet ipſe ſæpe ac ſolicite examinavi, antequam perſpicere ipſas licuerit. Id quod animum nobis addet, ne vel deſperemus, ubi cuncta indagando ne quicquam invenimus, vel nimium etiam nobis arrogemus, ſi in re aliqua eruenda liceat eſſe felicioribus. Infortunio quippe culpa tribuenda, quod Viri nobis diligentiores ac ſolertiores exoptato interdum deſtituantur eventu. Pag. 256.

Ad quartam circiter pollicis partem ſub Proſtatis (*Fig. I.* E) glandulis duas alias minores reperiebam glandulas, (GG.) utrinque ad urethram (F.) paulo ſupra ſpongioſi corporis bulbum (I.) loca- TAB. III.

Act.Erud. An. 1700. M. Junii. locatas. Glandulæ hæ depreſſa erant figura ovali, neque magnitudinem phaſeoli parvi excedebant. Separata videlicet ea Muſculi Acceleratoris (LL.) parte, quæ dictas glandulas tranſcendit, deprehendes easdem, inſtar duorum corporum durorum, utrinque ad urethram ſitas. Proſtatarum more ad flaveſcentem vergunt colorem. Excretorii eorum ductus in ſuperficie interna (*Fig.* 2. A *b*) prope internam urethræ (*Fig.* 2. C.) membranam apparent, ad longitudinem dimidii pollicis inde deſcendentes, priusquam attenuati membranam hanc oſculis (D.) intra urethram hiantibus ac ſecretum liquorem eructantibus, oblique perforent. Superiori namque urethræ parte ad penis dorſum inciſa, ejusque membrana expanſa, ubi glandulas ejusmodi compreſſeris, humorem earundem valde transparentem ac tenacem per duo diſtincta egredi orificia notabis, intra urethram, præciſe infra hujus flexuram, ſub oſſibus pubis in perinæo patentia.

Stupendum certe Naturæ artificium, dum talem memoratis glandulis earumque canaliculis excretoriis aſſignavit ſitum, ut in penis erectione, bulbique ſpongioſi urethræ corporis diſtenſione, neceſſario ſimul comprimantur, ſicque liquor ductibus excretoriis comprehenſus, per duo oſcula in urethræ cavitatem urgeatur; compreſſionem tamen ea acceleratoris muſculi portione, quam glandulas ipſas ſupergredi modo indigitavi, multum adjuvante. Qualis agentium in comprimendo conſpiratio requiri omnino videtur, quod liquor ab iisdem ſecretus tenaciſſimus & ſit, & neceſſario propter uſus, quibus impenditur, eſſe debeat.

Primario nempe, propter magnum generationis opus, deſcriptas glandulas a Natura fuiſſe efformatas, evidentius e ſimilium organorum in aliis animantibus eluceſcet examine. In gliribus glandulæ tales inſignes ac ita locatæ habentur, ut penis, dum Pag. 259. erigitur, turgeſcentia & ad oſſa pubis appoſitione intermedia comprimantur; quale & in brutis aliis, ſpeciatim in erinaceis, poterit obſervari.

Apris eædem glandulæ perquam ſunt magnæ, ac materiæ ab ipſis ſecreta multo tenacior, non tamen ita transparens, ac in reliquis animalibus a me examinatis; in conformatione autem earum aliquid ſingulare obtinet, dum quælibet glandula peculiari muſculo, ingluviei nonnullarum avium haud abſimili, tegitur; qualis mechaniſmus videtur inventus, ut tanto vehementius comprimantur ad tenaciſſima contenta, non coitus tantummodo, ſed & alio tempore quocunque, in urethram excernenda; id quod ſingularius in creaturis iſtis requiri videtur, quoniam urinæ canalem habent longiſſimum, ideoque copioſiori ejusmodi materia glutinoſa

etiam

Act. Erud. An. 1700. M. Junii.

etiam oblinendum, ut ab urinæ ſalium defendatur injuriis. Quemadmodum enim diverſorum animalium urina pungentibus ſalibus magis minusve imprægnatur, ita glandularum quoque harum proportio non ſecus ac ratione diverſæ longitudinis urethræ diſcrepat. Notatu dignum, tales in fœminis haud potuiſſe a nobis deprehendi glandulas, quæ cum illis virorum convenirent, quamvis analogis quodammodo gaudeant, in mulieribus a Graffio proſtatarum mulierum titulo deſcriptis; nihilominus cum hæ excretoriorum ductuum oſculis ad egreſſum urethræ pateant, nonniſi Nymphis ac Pudendi labiis ab urinoſis ſalibus tuendis inſerviunt, liquoremque ſecretum in coitu emittunt, prout alibi a me traditum; univerſa interim urethra ita brevi in mulieribus exiſtente, ut ſphincteris veſicæ contractio quibusvis urinæ reliquiis ex eadem expellendis ſufficiat. Uſus glandularum in præſenti exhibitarum duplex occurrit: primum, penis dum erigitur, tantum liquoris in urethram ab iis deponitur, quantum omnibus urinæ reliquiis ejiciendis harumque cum ſemine commixtioni præcavendæ ſufficit; deinde vero, quæ alio tempore liquoris ab ipſis in urethram jugiter emittitur portio, canalem hunc ab urinæ ſalibus defendit. Similis namque exſudatio continua, nec a proſtatarum, nec a veſicularum ſeminalium ductibus excretoriis valet proficiſci, quia liquoris per priorum oſcula exitum interna urethræ membrana, a vicino ſphinctere admodum coarctata, ſeminis autem e poſterioribus ſive ſeminalibus veſiculis emiſſionem præpoſita caruncula ſeu caput gallinaginis arceat, eaque propter diaphragmatis, muſculorum, abdominis ac levatorum ani adjumento partes iſtæ veniant comprimendæ, quo contenta ſecernant. Pag. 260.

Probabilitate haud caret, glutinoſam eam materiam, quæ ſub finem curationis Venereæ luis exſtillat, a noſtris glandulis, non autem a proſtatis vel veſiculis ſeminalibus, ex hypotheſi ordinaria, promanare, adeoque injectionem in talibus caſibus egregie conferre, tametſi earum loco nonnulli Practicorum ægrotos ſuos catharticis draſticis onerare, magnaque adſtringentium farragine infarcire malint. Prompte licebit concipere, quomodo ejusmodi glutinis excretio aliquando pertinaciſſima, ſi non penitus incurabilis, evadat, modo ab ulcere tunc ipſa ejusmodi ductuum excretoriorum oſcula ſupponamus corroſa.

FIG. I.

AA. Portio veſicæ urinariæ.
BB. Ureterum portio.

CC. Vaſorum deferentium portio.
DD. Veſiculæ ſeminales diſtentæ quodammodo aere, per vaſa deferentia intruſo.
a a. Vaſa ſanguifera veſicularum ſeminalium.
E. Glandulæ Proſtatæ.
F. Urethra expanſa, poſtquam ſuperior & anterior ejus portio inciſa fuit, quo ductuum excretoriorum ſequentium glandularum oſcula pateſcerent.
GG. Duæ glandulæ ſuperius deſcriptæ, a liquore, quem ſecernunt, Glandulæ mucoſæ appellitandæ.
h. Alterius glandularum memoratarum ductus excretorius, priusquam ſub bulbo cavernoſi corporis urethræ pergat.
J. Bulbus ſpongioſi urethræ corporis, ex parte aere diſtentus, ac a muſculo acceleratore denudatus, ut externa ejus membrana tenuiſſima appareat; qua ratione muſculus modo nominatus tanto æqualius bulbum comprimit, ſanguinemque contentum verſus glandem, dum erigitur penis, propellit.
Pag. 261.
K. Tertium par muſculorum.
LL. Muſculus accelerator quoad mediam ejus commiſſuram in bulbo diviſus, atque ab hoc poſtmodum ſeparatus & expanſus.
ll. Superior hujus muſculi portio, quæ glandulas mucoſas immediate transſcendit.
MM. Muſculi directores penis.
NN. Spongioſa corpora penis.
O. Spongioſum corpus urethræ.
P. Vinculum injectum, ne aer e ſpongioſo urethræ corpore, ejusque bulbo egrediatur.
Q. Foramen, per quod flatus fuit immiſſus.

FIG. II.

Altera mucoſarum glandularum, poſtquam in aqua macerata, ejusque canalis excretorius mercurio vivo repletus fuit.
A. Glandula mucoſa quodammodo diſtenta.
b. Ductus ejus excretorius.
C. Portio internæ membranæ urethræ expanſæ.
D. Oſtiolum ductus excretorii modo indigitati.

JAC.

JAC. BERNOULLI

Solutio propria Problematis Iſoperimetrici

Act. Erud. An. 1700. M. Junii.

Propoſiti in Actis Lipſ. m. Majo 1697. p. 310.

CUM genuina ſolutio hujus Problematis nondum a quoquam fuerit exhibita, eam hic, donec ſuo tempore ſequatur analyſis, curioſo Lectori in ſequente Tabella contemplandam ſiſto, in qua literas a & b pono deſignare quantitates conſtantes, x & y coordinatas curvæ quæſitæ, t ipſam curvam, p quantitatem quamcunque datam per x, & q quantitatem datam per t:

1. Si $dy = pdx : \sqrt{aa - pp}$, quantitas $\int pdy$ erit *Maximum*.
   & $\int dt : p$ - - *Minimum*.
2. - $dy = \overline{a - p}\, dx : \sqrt{2ap - pp}$ - - $\int pdy$ - - *Minimum*.
3. - $dy = apdx : \sqrt{\overline{bb - aa}, pp - 2aabp + a^4}$, $\int dt : p$ - *Maximum*.
4. - $dy = adx : \sqrt{pp - aa}$ - - $\int dy : p$ - *Max.* & $\int pdt$ - - *Min.* Pag. 262.
5. - $dy = \overline{p - a}\, dx : \sqrt{2ap - aa}$ - - $\int dy : p$ - *Min.*
6. - $dy = adx : \sqrt{bb - 2bp + pp - aa}$ - $\int pdt$ - - *Max.*
7. - $dy = qdt : \sqrt{aa + qq}$ - - $\int qdy$ - - *Max.* & $\int ydq$ - *Min.* vel *Max.*
8. - $dy = \overline{a - q}\, dt : \sqrt{bb - 2aq + qq}$ - $\int qdy$ - - *Min.* & $\int ydq$ - *Max.* vel *Min.*
9. - $dy = adt : \sqrt{aa + qq}$ - - $\int dy : q$ - - *Max.* & $\int xdq$ - *Min.* vel *Max.*
10. - $dy = \overline{aq - bb}\, dt : b\sqrt{bb - 2aq + qq}$ - $\int dy : q$ - *Min.*
11. - $dy = adt : \sqrt{aa + bb - 2bq + qq}$ - $\int xdq$ - *Max.* vel *Min.*

Ut ſolutiones reddantur generaliſſimæ, obſervandum, in omnibus iſtis æquationibus lit. p & q augeri minuive poſſe quantitate quacunque conſtante c, eaque ratione id effici, ut curva inventa non tantum conditioni præſcriptæ ſatisfaciat, ſed datæ quoque fiat longitudinis: ex. gr. loco primæ æquationis $dy = pdx : \sqrt{aa - pp}$ ſubſtitui poteſt $dy = \overline{p + c}\, dx : \sqrt{aa - pp - 2cp - cc}$, vel etiam

Act. Erud. An. 1700. M. Junii.

iſta, $dy = \overline{p-c}\,dx : \sqrt{aa-pp+2cp-cc}$; quibus curvæ denotantur, quæ *Maximum* $\int pdy$ comprehendunt, inſuperque determinatam longitudinem, eamque pro quantitate literæ c majorem minoremve, obtinent.

Sciendum etiam eſt, reperiri poſſe æquationes curvarum, quarum $\int pdy$, $\int qdy$, &c. eſt *Maximum Minimumve*, cum quantitates, quæ literis p & q deſignantur, non tantum ſimpliciter datæ ſunt per x vel t, ſed etiam promiſcue ex x & y, vel t & y compoſitæ. Hoc fini ſumo differentiale ipſius p (conſiderando y inſtar conſtantis) quod voco mdx, facioque $r = \int mdx$, & denique $dy = rdx : \sqrt{aa-rr}$; quo pacto habebo æquationem curvæ, cujus $\int pdy$ eſt *Maximum*. Similiter ſi differentiale ipſius q (ſumpta ſemper y conſtante) vocetur ndt, fiatque $v = \int ndt$, ac $dy = vdt : \sqrt{aa+vv}$, prodibit curva, cujus $\int qdy$ eſt *Maximum*: Eſto ex. gr. $p = \sqrt{xx+yy}$, hoc eſt, ſupponendum ſit in fig. applicatam PZ vel GH æquari chordæ BF, erit differentia ipſius p, $xdx : \sqrt{xx+yy}$: Curva igitur, cujus $\int dy \sqrt{xx+yy}$ eſt *Maximum*, fit $dy = (rdx : \sqrt{aa-rr} =)\ dx \int \frac{xdx}{\sqrt{xx+yy}} : \sqrt{aa - \square \int \frac{xdx}{\sqrt{xx+yy}}}$; nihilque ad omnimodam Problematis reſolutionem deeſt, præter artificium ſeparandi quantitates indeterminatas a ſe invicem, quod proſequi inſtituti noſtri non eſt. Dantur vero etiam caſus, ubi nec opus eſt ſeparatione, nempe cum lit. y non amplius ingreditur differentiale ipſius p; velut ſi ponatur $p = \overline{xx+yy} : a$, vel $= \overline{xx+yy-by} : a$, &c. hoc enim in caſu æquatio curvæ non erit diverſa ab ipſa $dy = xxdx : \sqrt{a^4 - x^4}$; ſic ut hinc concludamus, eandem curvam BTN Problemati ſatisfacere, ſive applicatam PZ quadrato applicatæ PF, ſive quadrato chordæ BE, aut infinitis aliis modis proportionari ſupponamus; pariterque etiam in aliis. Obiter hic noto, quod Frater mentione hujus curvæ facta in Ephem. Gall. aſſerit, *illam eſſe, quam refert linteum a pondere liquidi expanſum, quam ego quoque meæ Elaſticæ attribuam*. Dicendum potius fuiſſet, *eſſe Elaſticam, quam ego quoque aſſeram figuræ lintei*; quandoquidem poſt demonſtrationem a me in Actis Lipſ. An. 1695. m. Dec. p. 180. exhibitam de Elaſtica nemo dubitare poſſit, cum contra de figura lintei id aliter hucuſque non conſtiterit, niſi quod illud ſæpenumero affirmaverim in Actis loc. cit. p. 187, 188, eo jam tempore,

Pag. 263. V. fig.

Journ. de Sç. 1698. p. 357.

Journ. de Sç. 1697. 2. Dec. p. 461.

pore, quo Frater adhuc longe diverſum ſentiebat. Sed gaudeo, Geometris veritatem afferri mei paulatim agnoſci. Act. Erud. An. 1700. M. Junii.

Quod *Minima* concernit, quæ Tabulæ inſerui, hoc noto peculiare; quod quanquam eadem ſit curva, quæ *Maximum* $\int pdy$ & *Minimum* $\int dt : p$ ſuppeditat, iſta tamen curva priore prærogativa in genere duntaxat figurarum Iſoperimetrarum, altera vero in ordine ad omnes omnino curvas potitur. Secus ſe res habet cum *Minimo* $\int pdy$ & *Maximo* $\int dt : p$; præterquam enim quod non datur *Maximum* $\int ds : p$, quod tale ſit in ordine ad omnes curvas, hoc quod tale tantum eſt inter figuras Iſoperimetras, eidem curvæ non competit, cui *Minimum* quadrat $\int pdy$, ut ex Tabella liquet. Quemadmodum etiam non exiſti- Pag. 264.
mandum eſt, curvam illam, quæ uno in ſitu *Minimum* $\int pdy$ ſubminiſtrat, in alio exhibere *Maximum*, ſive, duas priores Tabulæ hujus æquationes deſignare poſitiones tantum diverſas unius ejusdemque curvæ; quanquam in caſu $p = x$ utraque conveniat Circulo: Ratio eſt, quod ſi per p potentia quædam intelligitur ipſius x, pro exponente habens fractionem, cujus numerator eſt unitas, denominator numerus quilibet n, curva æquationis $dy = \overline{1-p}\,dx : \sqrt{2p-pp}$ perpetuo mechanica eſt & a quadratura Circuli dependet (ſolo quem dixi caſu excepto ubi $n = 1$) cum obſervante Fratre illa, quæ æquationi $dy = pdx : \sqrt{1-pp}$ reſpondet, ſit alternatim algebraica: reperio enim, ſi $n = 2$, applicatam y alterius curvæ fore $= \overline{p+1}\sqrt{2p-pp} - \int dp : \sqrt{2p-pp}$; ſi $n = 3$, y fore $\overline{pp+p+3}\sqrt{2p-pp} - \int 3dp : \sqrt{2p-pp}$; ſi $n=4$, $y = \overline{p^3 + pp + \frac{5}{2}p + \frac{15}{2}}\sqrt{2p-pp} - \int \frac{15}{2}dp : \sqrt{2p-pp}$; & generaliter $y = p^{n-1} + p^{n-2} + ap^{n-3} + bp^{n-4} + cp^{n-5}$ &c. uſque ad $+ e\sqrt{2p-pp} - \int edp : \sqrt{2p-pp}$, ſumendo nempe $a = \frac{2n-3}{n-2}$, $b = \frac{2n-3.\,2n-5}{n-2.\,n-3}$, $c = \frac{2n-3.\,2n-5.\,2n-7.}{n-2.\,n-3.\,n-4.}$, & $e = \frac{2n-3.\,2n-5.\,2n-7\ldots\ldots 3}{n-2.\,n-3.\,n-4\ldots\ldots 1}$.

Inſtituta jam collatione inter æquationem $dy = dx\int\frac{pdx}{x} : \sqrt{1-\Box\int\frac{pdx}{x}}$ a Fratre m. Dec. 1697 exhibitam, & meam dy Journ. des Sç. 1697. p. 462. l. 7
$= pdx : \sqrt{1-pp}$ hic traditam, facile eſt animadvertere, utrique convenire non poſſe, niſi cum p ſimplicem poteſtatem denotat ipſius x, qui quidem ipſiſſimus ille caſus eſt, quem ego initio pro-

Act. Erud. An. 1700. M. Junii. poſueram: adeo ut ſi ejus ſolutione Frater acquieviſſet, neque extendere Problema latius voluiſſet, cæteraque diſſimulaſſet, quod concernit arcum *BF*, ſive *Maximum ſqdy*, nunquam certe in paralogiſmi ſuſpicionem apud me incidiſſet; quandoquidem ſolo hoc ſuperpondio, quo ſuam ſolutionem generaliorem efficere voluit, vitium methodi ſuæ mihi prodidit, ſicque etiam iis, quæ in ſe alias proba erant, pretium ademit.

Pag. 265. Dico diſſimulandam fuiſſe omnino partem Problematis, quæ ſpectat arcum *DF*, quippe quæ de illa profert, generaliter fallunt, neque æquatio legitima huc pertinens eſt $dy = dx \int \frac{qdx}{x}, \sqrt{1 - \square \int \frac{qdx}{x}}$, uti per verba ſua: *D'où il eſt evident, &c.* innuere velle

p. 462. l. 2 le videtur; nec etiam $dy = qdx : \sqrt{1 - qq}$; ſed potius juxta Tabulam æq. 7. $dy = qdt : \sqrt{1 + qq}$, quæ ab illis non modo plane diverſa eſt, etiam quando per q ſimplex denotatur poteſtas ipſius t, verum quoque curvas repræſentat, quæ primam mechanicarum claſſem nunquam excedunt, qualiſcunque ſtatuatur relatio algebraica inter t & q; præterquam quod omnes rectificationem admittunt, tangenſque anguli, quem ipſæ cum ſuis applicatis conſtituunt, quantitati q ſemper proportionatur. In ſpecie obſervare poſſumus, ſi q potentiam denotat ipſius t, cujus index eſt fractio, pro numeratore habens unitatem, & pro denominatore quemvis numerum n, conſtructionem curvæ ope ſolius Logarithmicæ perfici poſſe, una coordinatarum x & y ſemper exiſtente algebraica & altera mechanica, idque alternatim juxta ordinem numerorum 1, 2, 3, 4 &c. quos lit. n ſignificare poteſt. Reperio enim, ſi hæc denotet numerum imparem, fore $y = q^{n-1} - aq^{n-3} + bq^{n-5} - cq^{n-7}$ &c. uſque ad $\mathcal{R}\, e\sqrt{1+qq}$; & ſi parem, $y = q^{n-1} - aq^{n-3} + bq^{n-5} - cq^{n-7} \cdots \mathcal{R}\, eq\sqrt{1+qq}$ ♉ $\int eqd : \sqrt{1+qq}$, ſumptis $a = \frac{n-1}{n-2}$, $b = \frac{n-1 . n-3}{n-2 . n-4}$, $c = \frac{n-1 . n-3 . n-5}{n-2 . n-4 . n-6}$, & $e = \frac{n-1 . n-3 . n-5 \ldots 2}{n-2 . n-4 . n-6 \ldots 1}$ pro priore hypotheſi, vel $e = \frac{n-1 . n-3 . n-5 \ldots 3}{n-2 . n-4 . n-6 \ldots 2}$ pro poſteriore; ne quid dicam de altera coordinatarum x, quæ eodem modo per q definietur. Sumpta igitur recta quadam indeterminata, quæ vocetur q, perſpicuum eſt inveniri per illam poſſe x & y, unam algebrai-

ce

ce & per logarithmos alteram, longitudinemque curvæ t ſemper fore $= q^n$. Act. Erud. An. 1700. M. Junii.

Memoratu porro digna ſunt, ut alia prætercam, Quod una eademque curva eſt, quæ (in diverſis poſitionibus) ſimul & *Maximum* $\int q\,dy$ & *Maximum* $\int dy : q$ ſuppeditat: Quod eadem quoque exhibet *Minimum Maximumve* $\int y\,dq$ vel $\int x\,dq$ (*Minimum*, ſi creſcentibus x, y & t creſcit q, *Maximum*, ſi decreſcit): & Quod denique *Catenaria* privilegio inter alia non contemnendo plura comprehendit *Maxima Minimaque*; nempe *Maxima* $\int dy:x$, $\int t\,dy$, $\int dy:t$, $\int y\,dt$, $\int x\,dt$; *Minima* $\int t\,dy$, $\int x\,dt$, $\int y\,dt$, prout ex æquationibus 4, 7, 8, 9, 11 elucet, quæ omnes in caſu $p = x$, & $q = t$ curvæ huic conveniunt. Cæterum non poſſum quin moneam, ſuperfluam Fratrem operam impendiſſe quærendis radiis curvaturæ ſeu oſculi ſuarum curvarum; quippe quod jam dudum in Actis Lipſ. a me factum fuerat; exſcribenda tantum fuiſſent quæ habentur menſ. Januar. p. 4. & p. 267. ſeqq. cum hæ curvæ nil ſint niſi totidem diverſæ ſpecies mearum Elaſticarum. Pag. 266. *Journ. de Sç. 1697. 2. Dec. pag. 462. l. 15. ſeq.*

Hæc ad priorem ſolutionem fraternam, quæ m. Dec. 1697. comparuit, notanda fuerunt. Quod alteram ſolutionem ſeu prioris potius correctionem m. Apr. 1698. inſertam concernit, notum me rogaſſe fratrem, ut illam iteratæ reviſioni ſubjiceret, ipſum vero in hunc uſque diem nondum exorari ſe paſſum. Quapropter ejus hic vices ſuppleo, Lectoreſque noſtros moneo, conjecturas has ſecundas quoad *Maximum* $\int p\,dy$, recte quidem, at haud æque feliciter quantum ad *Maximum* $\int q\,dy$ ceſſiſſe, locoque æquationis dq (vocando q quod ipſi eſt v) $= ddy : dt^2 - dy^2$ ſcribendum fuiſſe $dq = a\,ddy : dx$, ſumpto elemento non ipſius curvæ dt, ſed ordinatæ dx pro conſtanti; quod ex æquatione ſeptima Tabulæ meæ facile oſtenditur: Æquatio eſt $dy = q\,dt : \sqrt{aa + qq}$; hinc fit dx $(\sqrt{dt^2 - dy^2})$ $= a\,dt : \sqrt{aa + qq}$; adeoque $dy \,.\, dx :: q \,.\, a$, hoc eſt $a\,dy = q\,dx$, & differentiando $a\,ddy = dq\,dx$, ſive $dq = a\,ddy : dx$. Q. E. D. *Journ. de Sç. 1698. pag. 172. ſeqq.*

JOH.

Act. Erud. An. 1700. M. Junii.

JOH. BERNOULLI

Ad Novas ſpatiorum Cycloidalium quadraturas, in Actis 1699, menſ. Jul. exhibitas Augmentum; & de centro gravitatis quædam.

MOmenti alicujus, & nobile ſatis inventum eſſe, quod in *Actis* exhibui, quadraturæ infinitorum ſpatiorum, præſertim vero ſegmentorum hujus per integrum ſæculum decantatiſſimæ cur-
Pag. 267. væ, teſtatur ſplendidum judicium mihi perſcriptum, quod de eo tulit Regia Scientiarum Academia, cui id antequam publicarem ſubmiſeram. Interim plane non miror, quod glacie a me prius fracta inventus ſit modus, ſpatia cycloidalia quadraturas admittentia determinandi: nihil enim factum video, quod non a quovis mediocri ingenio, nedum a perſpicacioribus, fieri poſſe prævidebam; teſtibus verbis quæ in fine ſchediaſmatis mei *Act. ſuperioris anni p.* 439, non inconſulto adjeci: *Ejusdem methodi uſu varia alia ſpatia cycloidalia, quadraturarum capacia algebraice determinantur, quæ omnia hic afferre ſupervacaneum duco, præſertim cum perſpicacioribus arduum non ſit futurum, illa ex jam dictis eruere, novisque augere.* Supereſt tamen circa hanc materiam feraciſſimus novorum inventorum campus, ſed quæ paulo plus artificii requirunt quam jam exhibita; adeo ut multum deſit quo minus totum penſum abſolutum ſit: horumque nonnulla ſpecimina hic dabo. Videamus autem prius, quid in ſolutione *Fraterna* Zonarum quadrabilium, *Act. anni* 1699. p. 454. animadverterim.

In æquatione, ad quam pervenit, terminos illos, qui ex arcubus circularibus conſtant, æquales ponit nihilo (quod fundamentum eſſe ſolutionis meæ recte quidem ſed facile augurari poterat) unde reſidui æquationis termini meras figuras rectilineas deſignant: Sic in æquatione Zonæ IKDB $= aq - \frac{1}{2} qz - ap + \frac{1}{2} px + \frac{1}{2} at - zt - \frac{1}{2} as + xs$, facit terminos, in quibus arcus s & t reperiuntur æquales nihilo, nempe $\frac{1}{2} at - zt - \frac{1}{2} as + xs = 0$, ubi ſi ponatur t habere ad s rationem quamcunque *numeri tamen ad numerum* (de qua cautela, unde artificium hauſiſſe videtur, præmonui in *ſchediaſmate meo pag.* 439, lin. 26) habetur æquatio, quæ literis t & s eliminatis, relationem ipſius z ad x patefacit; nempe ſi $t = 2s$ fit $z = \overline{a + 2x} : 4$; ſi $t = 3s$ habetur $z = 2a + 2x : 6$ ſi $t = 4s$, eſt $z = 3a + 2x : 8$ & ſic perpetuo in eadem progreſſione: Optime, ſed quidquid eſt negotii hujus, ex ipſo

ipſo ſchematiſmo meo generaliter ſic breviſſime explico. Concipiatur punctum medium inter A & H, quod vocetur P: dico, ſi quærantur arcus AM, AL, rationem habentes reciprocam diſtantiarum ſuorum ſinuum a puncto P, id eſt, qui ſint ut PI ad PK; erit, ſi P cadit extra K & I, differentia ſegmentorum cycloidalium BAI, DAK, id eſt Zona IKDB, quadrabilis; ſin intra cadit, erit ſumma ſegmentorum eorundem (quæ ad partes oppoſitas ſumi poſſunt, ut fiat figura unico arcu cycloidali & meris rectis comprehenſa, qualis repræſentatur in *Fig. I.* per IBADKI) iterum quadrabilis. Revera igitur quæſtio huc redit, ut pervulgata analyſi, ex ſinu arcus AM, quæratur ſinus arcus multipli ſubmultiplive alicujus; cujus quidem tres primos tantum caſus ſimpliciſſimos exhibet *Frater*, ſed in quibus nulla omnino elucet progreſſionis uniformitas pro altioribus arcuum multiplicibus, nedum pro eorum ſubmultiplicibus, determinandis. Quocirca ut problemata Zonarum quadrabilium generaliter ſolvat, quærat, rogo, ſinum arcus habentis ad arcum expoſitum rationem, ut n ad 1; ut ita habeatur formula univerſalis, quam ego adinveni, pro quavis arcus multiplicatione vel diviſione; unde jam intricatiſſimum ſectionum angularium problema pleniſſime & ſimul univerſaliſſime ſolutum habemus: namque per n intelligo numerum quemvis, ſive integrum ſive fractum, imo & ſurdum: quod, an a quoquam hactenus tentatum, mihi nondum conſtat. Act. Erud. An. 1700. M. Junii. Pag. 262.

At vero miſſis iſtis, en quædam ſpecimina modo ſupra promiſſa, quæ dixi ſolo illo fundamento a *Fratre* indicato non niti, quæque, ſi nulli alii ſuppeterent ſolvendi fontes, deſperata forent: Ut ſi ex omnibus ſegmentis cycloidicis rectis quæratur quodnam illud ſit, cujus centrum gravitatis *algebraice*, id eſt citra ullam quadraturam, determinari queat. Eſto radius $AH = a$ (vid. fig. III, Tab. II, Act. 1699) $AK = x$, arcus $AL = t$: reperietur diſtantia centri gravitatis ſegmenti cycloidici BADB a vertice A, $= \overline{6xxt - 3aat + 4xx + ax + 3aa\sqrt{12ax - xx}} : \overline{\surd 2xt - 6at + 6x + 6a\sqrt{2ax - xx}}$, ubi tam in denominatore quam in numeratore litera t, ſeu arcus circularis involvitur: quem igitur ſi eliminare vellemus nudo illo fundamento adhibito, ponendo ſcilicet quantitates, ubi t reperitur, utrobique æquales nihilo, ita ut tam $6xxt - 3aat = 0$, quam $12xt - 6at = 0$, proveniret ex illa æquatione, $x = a\sqrt{\frac{1}{2}}$, ex hac vero, $x = \frac{1}{2}a$, quæ ſimul ſtare non poſſunt. Talis igitur arcuum circularium deſtructio in hac aliiſque ſimilibus occaſionibus prorſus inutilis eſt; interim alia nobis ſunt adminicula, quibus quæſiti clauſtra reſeramus.

Eorum

Digitized by Google

Act.Erud. An. 1700. M. Junii. Pag. 269. Eorum unum hoc eſt: pono quantitates, ubi t reperitur, in numeratore eandem habere rationem ad quantitates, ubi t reperitur in denominatore, quem habent reliquæ numeratoris quantitates, ad reliquas denominatoris quantitates: id eſt pono $\overline{6xxt - 3aat}$, ad $\overline{12xt - 6at}$ (ſeu $\overline{2xx - aa}$, ad $4x - 2a$) ut $4xx + ax + 3aa$, $\sqrt{2ax - xx}$ ad $6x + 6a \sqrt{2ax - xx}$ (ſeu $4xx + ax + 3aa$ ad $6x + 6a$) id quod dat $x = 2a$; hac operatione fit, ut $\overline{6xxt - 3aat + 4xx + ax + 3aa \sqrt{2ax - xx}} : \overline{12xt - 6at + 6x + 6a \sqrt{2ax - xx}}$ convertatur in $\overline{6xxt - 3aat : 12xt - 6at}$ quod jam per communem t dividi poteſt, & fit $6xx - 3aa : 12x - 6a = $ (ob $x = 2a$) $\frac{7}{6}a$; unde ſequitur, facta $x = 2a$, ſeu ſumta AK = AF, ſegmentum cycloidicum, quod hoc caſu degenerat in ſpatium cycloidis totale, habere ſuum centrum gravitatis diſtans a vertice A, $\frac{7}{6}a$, ſeu $\frac{7}{12}$ totius diametri circuli generatoris; & hoc unicum eſſe omnium ſegmentorum rectorum, cujus centrum gravitatis independenter ab ulla quadratura ſit aſſignabile.

Eadem methodo ſi quæratur, quænam portio curvæ cycloidalis AB, converſa circa axem AK, deſcribat ſuperficiem conoideam, habentem centrum gravitatis algebraice determinabile, reperietur iterum, AK ſumendam eſſe æqualem AF: atque tunc centrum gravitatis ſuperficiei, a Cycloide tota ABE circa axem AF deſcriptæ, diſtare a vertice A, $\frac{2}{3}$ AH ſeu $\frac{1}{3}$ axis totius AF; & ſic præter integram ſuperficiem cycloidis circa axem converſæ, aliam partialem nullam dari quæſito reſpondentem.

Quod ſi vero idem poſtuletur pro ipſo conoide, id eſt pro ſolido ſegmenti recti circa axem converſi, reſpondeo rem eſſe omnino impoſſibilem; ſingula enim iſtorum ſolidorum (nullo excepto) ut & totum conoides, vel potius ſemiſphæroides, EAG, centri gravitatis determinationem non admittunt, niſi aſſumpta quadratura circuli, vel dimenſione arcus circularis.

Interim, quod memorabile eſt, inveni ſectorem ſolidum IBAD, qui nempe oritur ex converſione ſectoris plani IAB circa axem AI, qui unicus eſt inter infinitos alios, cujus centrum gravitatis ſub poteſtatem algebraicam cadit: quem, non obſtante, quod hic methodum meam maxima parte aperuerim, inveniendum *Fratri* propono. Quæro itaque ab ipſo, quis ille ſit ſector planus AIB, qui rotatus circa AI faciat ſectorem ſolidum, in quo ſit centrum gravitatis independens ab ulla quadratura vel rectificatione; hoc
Pag. 270. quod a me præſtitum eſt, non provocationis cauſa, multo minus ad oſtentationem ipſi propoſitum volo; ſed tantum, ut illi de hujusmodi inventis benignius ſentire anſam ſuppeditem, ſi forte in hoc plus negotii deprehenderit, quam initio putaverat.

Cæ-

Cæterum & hoc prætermitti non debet: quæ hanc circa materiam dicta ſunt ſive de particularibus ſpatiorum quadraturis, ſive de centris gravitatis in uno alterove caſu algebraice aſſignabilibus, deque aliis id genus, ea multis aliis lineis curvis commode & eleganter applicari poſſe: ex. gr. illi curvæ, quam *Robervallius* vocat *Trochoidis* id eſt *Cycloidis Sociam* vel *Comitem*, quæ ejus temporis Geometris non minus fere quam ipſa Cyclois celebrata fuit; quamque etiam *Walliſio* ſub nomine *Curvæ ſinuum verſorum*, aliisque noſtrorum annorum Mathematicis egregiis conſideratam reperio. Generatur autem applicando ubique ad K rectam æqualem arcui circulari AL, vel etiam motu quodam continuo aliisque modis, quos vide apud *Robervallium*, qui de ea juxta & de Cycloide fuſe ſcripſit, deditque quidquid fere deſiderari poteſt: ſit pro ſpatiorum ſolidorumque variis modis factorum dimenſione; ſit pro eorundem centrorum gravitatis, utut per quadraturas, determinatione: nihil tamen de ipſius curvæ longitudine habet, quæ reperitur æqualis circumferentiæ ellipſis alicujus, in qua axis major duplus eſt ſuæ parametri. De algebraicis vero caſibus, de quibus hic ſermo, nec apud ipſum nec apud alios vel hilum extat. Dico itaque, etiam in hujus curvæ ſpatio infinita eſſe ſegmenta abſolute quadrabilia. Ductis enim duabus applicatis, una ad dextram, altera ad ſiniſtram, & a centro circuli generatoris hinc inde æqualiter diſtantibus; recta connectens applicatarum extremitates abſcindet ſegmentum, quod eſt æquale rectangulo ſub diametro & ſub correſpondenti applicata circuli: reliqua de ſectoribus, Zonis, conoidum ſuperficiebus & ſolidis, ut & de centris gravitatis, quod unicuique nunc pateant, lubens prætereo.

Act. Erud. An. 1700. M. Junii.

Deberem hic aliquid dicere de Cycloidibus *contractis* & *protractis*, etenim etiam hiſce fere omnia competunt quæ de *primaria* oſtendi; ſuffecerit autem ſi hic generalem regulam indicavero, pro determinatione omnium ſegmentorum abſolute quadrabilium, ſive in *contractis* ſive in *protractis Cycloidibus*: alii qui plus otii nacti ſunt, reliqua ex dictis facile indagabunt. Eſto radius circuli generatoris ſeu diſtantia puncti deſcribentis a centro rotationis $= a$, radius vero circuli ſuper recta rotati $= b$; applicentur duæ ordinatæ ad partes axis ſive easdem ſive oppoſitas, quæ a vertice Cycloidis ita diſtent, ut earum diſtantiæ ſimul ſumptæ ſint $= 2a - (aa:b)$ Dico lineam rectam connectentem extremitates duarum harum applicatarum reſecare ſegmentum quadrabile in iſta *Cycloide*, quæ erit vel *contracta* vel *protracta*, prout a vel b major eſt. Hoc autem ſegmentum, ſi applicatæ ſunt ad easdem partes, erit $= \overline{b - \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}y}\sqrt{2ax - xx} - \overline{b + \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}x}\sqrt{2ay - yy}$,

Pag. 271.

Act. Erud. An. 1700. M. Junii.

ſin ad oppoſitas erit $= \overline{b - \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}y}\sqrt{\overline{2ax - xx}} + \overline{b - \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}x}\sqrt{\overline{2ay - yy}}$, intelligo per x & y diſtantias duarum applicatarum a vertice Cycloidis, itaut $x + y$ ſit $- 2a - (aa:b)$ unde patet ſi $2a - (aa:b)$ ſit vel nihilo æqualis, vel quantitas negativa, id eſt ſi $2a$ ſit $=$ vel $< aa:b$; ſeu ſi b ſit $=$ vel $< \frac{1}{2}a$, ſegmentum quadrabile fore tunc imaginarium, adeoque impoſſibile: hinc memorabile fluit, omnes quidem *Cycloides protractas* habere infinita ſegmenta quadrabilia, ſed non omnes *contractas:* etenim illæ tantum, quæ b majus habent quam $\frac{1}{2}a$, pariter gaudent infinitis hujusmodi ſegmentis, reliquæ vero omnes ne unico quidem.

M. Julii. Pag. 301.

RESPONSIO AD ANIMADVERSIONEM

Ad DAVIDIS GREGORII Catenariam,

Act. Eruditorum Lipſiæ, Menſe Februarii A. 1699.

Excerpta ex Actis Philoſophicis Anglicanis Menſ. Dec. 1699. pag. 419 ſeqq.

QUÆ in Animadverſione ad noſtras de Catenaria Demonſtrationes objicit Anonymus, ſunt hæc. Quod rem ab aliis jam ante ſeptennium inventam & publice expoſitam demonſtrare aggreſſus ſim, modo quodam meo. Ita quidem eſt, & me hoc facturum in ipſa præfatione ſum profeſſus. Quid vero hic redarguendum ſit, non capio. Celeberrimi Viri Hugenius, Leibnitius & Bernoullius plurimas Catenariæ proprietates detexerunt & ediderunt, at non demonſtrarunt. Ego, quod ſuſcepi, demonſtrationes pertexui. An Archimedi honeſte objiciatur, illum *poſt diutiorem temporis moram eorum de Helicibus Theorematum demonſtrationes edidiſſe, quæ Conon reperit at non demonſtravit?* Hoc tamen profitetur, in *præf. ad Librum de iſtis lineis*, *Archimedes*. Ego certe credo, ita demum Geometriæ ſuam ſinceritatem, decusque conſtare, ſi nihil non demonſtratum in publicum proferatur, ſaltem per annos plures non demonſtratum maneat.

Sed an res hæc (nempe Catenariæ natura & proprietates primariæ) ab aliis inventa & publice expoſita fuit? Certe iſta Catenariæ proprietas, Coroll. *6.* Prop. 2. aliis indicta eſt penitus ante editas haſce demonſtrationes. Cum tamen ſit, ni fallor, inter primarias illius proprietates, & omnium longe utiliſſima, & ad vitæ communis uſus facillime reducenda. Ab omni ævo, in ædi-

ficiis publicis fornices arcusque tam ad firmitatem quam pulchritudinem adhibuerunt Architecti: Qualis tamen ſit fornicis figura legitima, ad uſque editas noſtras demonſtrationes ignoratum eſt. Citato enim Corollario dictum eſt primo, *Catenam in plano verticali, ſed ſitu inverſo, figuram ſervare nec decidere, adeoque arcum ſeu fornicem facere tenuiſſimum; Hoc eſt ſphæras minimas rigidas & lubricas in inverſa curva Catenaria diſpoſitas arcum conſtituere, cujus nulla pars ab aliis extrorſum vel introrſum propellitur; ſed manentibus infimis punctis immotis, virtute ſuæ figuræ ſuſtineri*. Verum quidem eſt fornices firmos jam olim fuiſſe extructos: ſed ad dictum Coroll. oſtenſum id exinde fieri, quod in *craſſitie cujuslibet eorum quædam Catenaria incluſa ſit: neque ſi tenuiſſimus eſſet, parteſque haberet lubricas, ſuſtineretur alterius figuræ arcus*. Act.Erud. An. 1700. M. Julii. Pag. 302.

Agnoſcit tamen poſtea Animadverſionis Auctor operæ pretium fore, ſi res licet cognita dudum, ex novo ſed ſolido principio derivaretur. Quomodo Res Geometrica non demonſtrata dici poſſit cognita, ego non capio, niſi aſſertum pro cognito habeatur, axioma certe Geometriæ promovendæ parum idoneum. Nullus dubito, quin Celebres ſupra nominati Viri Theorematum inventores illorum demonſtrationes noverint. At certe non ediderunt, nec alios ab illis edendis arcere voluerunt: Neque omnia ad Funiculariam attinentia exhauſerunt, ut ex dictis de Fornicis figura conſtat. Si propriorum pulcherrimorum Theorematum demonſtrationes publici juris feciſſent, ego de aliis demonſtrationibus condendis, neque forſan de aliis Theorematibus inveniendis cogitaſſem nunquam.

Sufficere ait Animadverſor, ſi conſideretur, quomodo propoſitionem primam & primariam, cui reliquæ ſuperſtruuntur, demonſtraverim ego. Neque illi ſuffeciſſe credendum, niſi quia in aliis quod commentario ſuo in pejus detorquere poſſet, invenire nequibat. Et certe ſi, aſſumpta primaria Catenariæ proprietate, ad alia exinde eruenda me protinus contuliſſem, nihil feciſſem quod a principibus Geometricis non ſit factum: Et in iſto caſu proprietates ſequentibus propoſitionibus 6, & 19 corollariis, de aſſumpta Curva legitime demonſtratæ (quod ante non erat factum) jure habendæ forent. Malui tamen ex Catenæ natura proprietatem iſtam in anteceſſum eruere per propoſ. hanc primam, quam attente conſiderandam ſibi proponit Animadverſor.

Primum quod reprehendat invenit, quod quædam ex Mechanicis conſtare dixerim, quæ diſtinctius enunciare atque etiam applicare operæ pretium fuiſſe ait. Ego qui Geometris demon- Pag. 303.

 ſtranda

 ſtranda Theoremata quædam ſuſceperam, omnia minutim exequenda non credebam, ſed vulgo nota & ex aliis ſcientiis petita aſſumere fas eſſe etiamnum arbitror, præſertim ſi ipſum Theorema, ut in caſu præſenti, aperte enunciaverim. Verum ut Animadverſori gratum faciam, Lemma iſtud demonſtrabo, cum diſtinctius enunciare nequeam, quam eſt hactenus factum in hæc verba:

LEMMA.

Potentiæ tres in æquilibrio poſitæ eandem habent rationem cum rectis tribus ad ipſarum directiones parallelis, vel in dato angulo inclinatis, a mutuo occurſu terminatis.

TAB. IV. Fig. 1. Puta ſi potentiæ tres trahentes, impellentes vel utcunque agentes, ſecundum rectas PA, PB, PC ſint in æquilibrio; & inclinentur ad has directiones tres rectæ EF, FD, DE in angulo quovis dato, hoc eſt, ſi anguli EAP, FBP, DCP fuerint æquales: Dico potentias A, B & C eſſe inter ſe ut rectæ FE, FD & DE. Producantur rectæ AP, BP, CP in G, H & K.

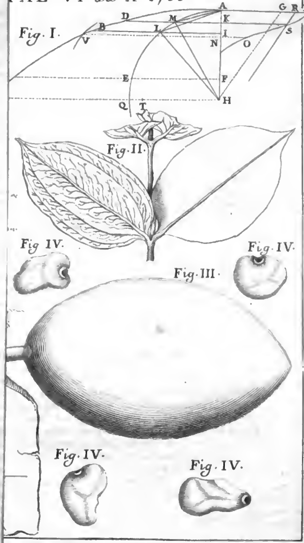
In quadrilatero FAPB, cum angulus externus EAP ſit, ex hypotheſi, æqualis interno & oppoſito PBF, erunt interni duo oppoſiti FAP & FBP æquales duobus rectis; Cumque omnes quatuor interni quatuor rectis æquentur, erunt reliqui duo F & APB in eodem quadrilatero oppoſiti, duobus rectis etiam æquales. Sed APB & BPG efficiunt duos rectos, & igitur angulus F eſt æqualis angulo BPG. Similiter oſtendentur D & BPK æquales, item E & APK.

Quoniam tres potentiæ ſunt in æquilibrio, ſunt immotæ, & igitur earum quælibet pro hypomochlio haberi poteſt reliquarum duarum reſpectu quæ in æquilibrio manent. Si B habeatur pro hypomochlio, per Mechanicæ notiſſimum theorema, potentia A eſt ad potentiam C, ſicut ſinus anguli BPK ad ſinum anguli BPG, hoc eſt ſinus anguli D ad ſinum anguli F, hoc eſt recta FE ad rectam DE. Rurſus, poſito C hypomochlio, potentia A eſt ad potentiam B ut ſinus anguli CPH ad ſinum anguli CPG, ſive ſinus
Pag. 304. anguli BPK ad ſinum anguli APK, hoc eſt ſinus anguli D ad ſinum anguli E, hoc eſt ut recta FE ad rectam FD. Tres igitur potentiæ A, B & C ſunt ut rectæ FE, FD & DE. q. e. d.

Prima Demonſtrationis meæ verba vera eſſe agnoſcit lin. *16. pag.* 88, in ſenſu ibi poſito, quem ego viciſſim pro vero & meo agnoſco: Sed hæc facilius ex præmiſſo Lemmate ſequuntur, ſi mecum concipiatur totius lineolæ *d* D gravitas in ejus medium punctum congregari, nempe grave in ejus centrum gravita-

1·5·110 584 A

TAB. VI. ad A. 1700.



vitatis, ut Geometris ſolemne eſt; atque grave hoc, rotatione circa *d* centrum, in ſitum perpendicularem, ſive inter *d* & Terræ centrum ferri; hoc eſt, primo momento, per rectam ad *d*D normalem.

Demonſtrationis meæ verba ſequentia aliquot *lin.* 24. *pag.* 88. & ſeqq. apponit, quibus ſuum in illa commentarium ſubnectit, in cujus ultimis verbis nempe, *ut conſtans quædam recta eſt ad illam ipſam portionem*, æquivocationi fundamentum ponit. Si per *conſtantem hanc rectam* intelligat infinite parvam, ejusdemque generis cum *d*D *viz.* conſtantem fluxionem ordinatæ in Catenaria, mecum facit, eſtque illud ipſum quod dixi in primis vocibus ab illo citatis, *lin.* 14. & ſeqq. Sed in hoc ſenſu non explicant verba mea ultimo citata, quibus explicandis adduci videntur. In illis enim loquor non de gravitate lineæ *d*D qua in ſitum verticalem ſe componere conatur, ſed de gravitatis hujus cauſa, quam ad diſtinctionem voco *Gravitatis actionem* in D*d* normaliter exertam. Atque cauſam hanc exponi jubeo per rectam *a*, ejusdem nempe generis lineam cum Catenæ longitudine quam ille aſſignabilem vocat. Superius quidem lineæ D*d* gravitatis partem eam qua in ſitum verticalem ſe componere conatur, repræſentari oſtendi per infinite parvam ſed conſtantem *dδ*: At hujus cauſam, quam gravitatis actionem voco, per aſſignabilem & conſtantem *a* expono. Verba enim mea ſunt, *Gravitatis actio in partes correſpondentes Catenæ* D*d* *normaliter exerta etiam conſtans erit ſive ubique eadem. Exponatur hæc per rectam a.* Falſo igitur poſt verba hæc, *Exponatur hæc* ſubjungit (*conſtans Gravitationis quantitas*) Et ut fidem falſæ hinc expoſitioni faciat, prius & etiam poſtea (lineis 29 & 35. *pag.* 88.) vocem *gravitationis* ſcribit charactere Italico, quaſi ubique mea verba a ſuis diſtinguit, cum interim a voce hac nimis ambigua prorſus abſtineo, & gravitatem pro effectu, gravitatis actionem pro cauſa uſurpo ſemper. Potuiſſet Cauſa, ſive Gravitationis Actio, per eandem *δd* etiam exponi: Et ita quidem feciſſem, ſi nulla fuiſſet occaſio hunc applicandi potentias modum mutare. Verum cum in decurſu hoc ſit factum, ita ut ponderis per MF trahentis vis infinite quam nunc major evadat, ideo Cauſam utrique modo applicationis communem, per lineam ordinariam exponere volui. Pag. 305.

Poſtquam ſemel invenit, vel inveniſſe fingit me, gravitationis quantitatem qua linea *d*D circa *d* mobilis ſitum verticalem affectat, per lineam *a* exponere vel repræſentare, multa undique illi occurrunt monſtra, quibuscum *pag.* 89 & 90 fortiter pugnat. De horum (quippe ſuorum) ſalute videat ipſe: ad me nihil attinent: Ego ſiquidem de ponderibus *π* & *ζ* ab ipſo in ſcenam productis

ne

Act.Erud. An. 1700. M. Julii. ne verbum; qui in vocibus ab ipſo citatis ſic aio, *dδ repræſentabit gravitatis partem eam qua fit ut* D*d in ſitum verticalem ſe componere conetur;* & rectam aſſignabilem *a* exponere jubeo gravitatis prædictæ actionem; quarum altera eſt effectus, altera cauſa. Licetque, ni fallor, cauſam ab effectu diſtinguere, & per lineas diverſas exponere, modo hæ ſemper ſint proportionales, ut in noſtra repræſentatione fit: effectum ſiquidem per conſtantem infinite parvam, cauſam per conſtantem aſſignabilem.

Poſteriore parte pagina 89, poſt citata quædam ex meis verbis, ait non ſatis apparere Lemmatis Mechanici vel ſenſum vel applicationem. De ejus ſenſu hactenus dictum, quem nunc ſatis apparere non dubito: De applicatione nunc agendum.

Si concipiatur (ut ſupra dictum) lineolæ *d*D gravitas abſoluta per *d*D expoſita, in ejus centro gravitatis M collecta, & grave hoc ſecundum directionem MF ad *d*D normalem vi gravitatis ſuæ deſcendere: Potentia ſecundum MD trahens, quæ in æquilibrio eſt cum prædicto gravi, per præmiſſum Lemma, eſt ad ejus TAB.IV. Fig. 2. momentum ſive potentiam trahentem ſecundum MF, ſicut δD ad δ*d*. Nam angulus δD*d*, quo Dδ inclinatur ad MD, æqualis eſt angulo *d*δF quo *d*δ inclinatur ad MF; *viz.* uterque complementum anguli *d* ad rectum. Atque hoc etiam obtinet, agnoſcente Animadverſore, ſi ut in vulgari Mechanica, prædictum grave plano MF incumbens, interpoſita trochlea ad M, trahatur Pag. 306. ab alio gravi ipſi MD incumbente: Erit hoc ad illud ſicut Dδ ad *d*δ.

Quod ſi, reliquis manentibus, modus applicationis harum potentiarum mutetur, ita ut ad flexilis lineæ *d*D, cujus extremum *d* immotum, punctum medium M applicetur pondus ſecundum MF vires exerens, quippe arcum centro *d*, radio *d*M, in deſcenſu deſcripturum: Erit Ponderis hujus vis, ad flexilem lineam rectam ad M incurvandam, infinita, reſpectu vis ſuæ gravitatis abſolutæ; & vis ſecundum MD trahens, ad modo deſcriptam incurvationem impediendam requiſita, etiam infinita, reſpectu ejus quæ prius requirebatur ad pondus M in plano MF ſuſtinendum. Adeo ut potentiæ, quæ, in priore applicationis modo, exponebantur per *d*δ, δD, nunc exponendæ veniant per infinite majores prioribus proportionales: Nam, ut prius, pondus M trahit ſecundum directionem MF, & potentia illud ſuſtinens ſecundum MD; & hæc duo eſſe in æquilibrio, ex partium Catenæ quiete conſtat. Eadem igitur manebit harum ratio, quæ prius fuerat. Sed cauſa quæ lineam flexilem *d*D (cujus extremum *d* immotum, cujusque medio puncto M applicatur grave infinite quidem parvum, ſed cujus vires per hunc applicationis modum

dum infinite majores redduntur, & proinde in Animadverſoris phraſi aſſignabiles fiunt) in rectam extendit, eſt Catenæ D A gravitas, quæ eſt ipſius longitudini proportionalis. Hæc ergo eſt ad conſtantem & aſſignabilem *a* (conſtanti ſed inaſſignabili *dſ* proportionalem) ut Dſ ad ſ*d*. Atque ſic Animadverſori patere credo, veram concluſionem abſque aſſumptis erroneis fuiſſe probatam. Act.Erud. An. 1700. M. Julii.

EPISTOLA D. WALLISII ad D. SLOAN,

Concernens Quadraturam partium Lunulæ Hippocratis Chii, *a* JOANNE PERKS *exhibitam;*

Cum ulteroribus DAVIDIS GREGORII & JOAN. CASWELLI ad eandem additionibus.

ANGLICA LINGUA.

Tranſlata ex Actis Philoſophicis Anglicanis, Menſ. Dec. 1699. pag. 411. ſeqq.

QUadratura certæ *Lunulæ Hippocratis Chii*, jamdudum pluribus ſæculis (quoad totam *Lunulam*) cognita eſt. Verum (quantum ad ejus partes, & quæ huc ſpectant) nova inventa nuperrime detecta ſunt, quæ neminem antehac animadvertiſſe reor. Pag. 307.

Accepi menſe Novembri 1699. a Dn. *Joanne Perks*, præfecto Noſocomii in *Old-Swynford* Comitatus *Vigornienſis*, a Dn. *Thoma Foley* fundati, brevem deſcriptionem hujus *Quadraturæ portionum Lunulæ Hippocratis*, quam Tibi non ingratam fore confido.

Hæc ut tanto melius intelligatur, tanquam notum (quippe dudum demonſtratum) præſuppono: ſi ſuper AB, (chordam arcus ADB, quadrantis circuli majoris, cujus centrum eſt C) tanquam diametrum deſcribatur ſemicirculus ABE, *hunc fore æqualem illi quadranti;* quoniam quadrata diametrorum, hujus & illius, ſe habent ut 2 ad 1 (atque in hac proportione ſunt illorum reſpectivi circuli; adeoque quadrans unius æqualis eſt ſemiſſi alterius.) TAB. IV. Fig. 3.

Et conſequenter, ſi ab utraque horum ſubtrahatur commune ſegmentum ABD, *reſidua Lunula* ADBE (ab uno latere) æqualis erit

erit *reſiduo Triangulo* (ab altero latere) ABC. Aut ipſi ABK; ſuppoſito arcum AB biſectum eſſe in K; hoc eſt, ſemiſſi Quadrati CK, minori circulo inſcripti) Atque hæc communiter vocatur *Quadratura Lunulæ Hippocratis;* hoc eſt, inventio *figuræ rectilinearis* (quæ facile ad quadraturam reduci poteſt,) huic *Lunulæ* æqualis.

Hoc præmiſſo: caput negotii eſt *Quadratura* datæ *portionis* ejusmodi *Lunulæ:* ſuppoſito, ADB eſſe ſectam recta CDE, ducta ex centro C. Quod Dn. *Perks* (neſcius ab ullo alio antehac ſimile quid tentatum) hoc modo præſtat. Videlicet

Ductis rectis EA, & EB (arcum DB in G ſecante) & ad AG, TAB.IV. Fig. 4. perpendiculari EF (quæ, quia ipſam AG ad angulos rectos biſecat, per centrum C tranſibit) *Triangulum rectilineum AFE, æquale eſt Triangulo ADE, propoſitæ portioni Lunulæ.*

Demonſtratio ejus ad hunc modum ſe habet: ADB cum ſit arcus quadrantis Angulus AGB erit ſeſquirectus (eique junctus angulus EGA, ſemirectus) Et hic angulus (tanquam externus Trianguli AGE) æqualis eſt duobus internis oppoſitis GEA+EAG. Pag. 308. Quorum GEA (quia angulus eſt in ſemicirculo AEB) eſt rectus; & propterea EAG eſt ſemirectus (quales præterea ſunt FEG & FEA) Et tria Triangula AFE, GFE, & GEA ſingula ſemiſſes quadrati. Et AG ad AE ut $\sqrt{2}$ ad 1 (proportionaliter reſpectivis radiis duorum circulorum.) Et ſimilia ſegmenta ADG, AE in eorum circulis reſpectivis (ut Quadrata ſuorum reſpectivorum radiorum) ut 2 ad 1. Ac proinde ſemi-ſegmentum AFD æquale ſegmento AE. Et conſequenter (uno eorum tantum a Triangulo auferente, quantum alterum eidem addit) portio Lunulæ ADE, æqualis Triangulo AFE. Q. E. D.

Liceat mihi (tam hic quam in ſequentibus) a verbis Auctoris pauliſper diſcedere (ſed retento eodem ſenſu, & ut nihil ipſis decedat) ita ut deſignem eadem reſpectiva puncta (in omnibus figuris) iisdem literis. Id quod brevitati conducit (abſque nova repetitione ejusdem conſtructionis pro unaquaque figura) & confuſionem præcavet, quæ phantaſiæ oboriri poſſet; ſi nempe eadem reſpectiva puncta, in diverſis figuris, differentibus literis eſſent deſignata; eædemque literæ in differentibus figuris deſignarent differentia puncta.

Si contingat punctum E poni in K (medium arcus AEB) nulla erit interſectio in G (cum puncta GB tunc coincidant, citra ullam tamen demonſtrationis turbationem) ſi ultra verſus B, tunc G erit in altero latere; & quod dictum hic eſt de EGB, accommodandum eſt ad EGA: quæ adeo obvia ſunt, ut prolixo diſcurſu opus non habeant.

Hoc

Hoc univerſim procedit juxta eandem generalem notionem, cum hac quadratura totius *Lunulæ* (& quarundam aliarum figurarum Curvilinearum) ut ſi tantum addatur uni lateri, quantum demptum eſt alteri, æqualitas remaneat. Act. Erud. An. 1700. M. Julii.

Et momentum demonſtrationis in eo conſiſtit, ut probetur, *ſegmenta* ADG, & AE eſſe *ſimilia*, atque adeo circulis reſpectivis proportionalia; integrum ſcilicet unius, æquale ſemiſſi alterius.

Fundamentum totius proceſſus ſimpliciter hoc eſt. Cum angulus ACE ſit angulus ad centrum majoris circuli, ſed ad circumferentiam minoris; linea CDE (dum a CA ad CB progreditur) dividit in eadem proportione arcum quadrantis ADB, & ſemicirculi AEB; unde reliqua ſponte ſua conſequuntur. Pag. 309.

Atque hoc applicari poteſt aliis *Lunulis* (præter *Hippocrateam*) ſi (tranſlato angulo in F, aut alia ratione) talem portionem communis ſegmenti ABD aſſumamus in uno latere (loco ipſius AE ab altero latere reſectæ) qualem proportio duorum circulorum requirit.

Communicavi hanc Quadraturam Dni. *Perks*, Dno. *Davidi Gregorio* (doctiſſimo noſtro Profeſſori Aſtronomiæ *Oxonienſi*) qui ſententiam ſuam de eadem (cum propriis additionibus) in literis ad me expoſuit, quam verbis ipſius huc transferibam.

Vir Venerande, Quadratura partium *Lunulæ Hippocratis Chii*, per Dn. *Perks*, quam mihi communicaſti, oppido eſt elegans.

Memini ſimile quid aliquot ab hinc annis præſtitum fuiſſe a Dno. *Tſchirnhauſen;* qui æqualem huic ipſi portioni facit, non idem triangulum Dni. *Perks*, ſed aliud, quod huic æquivalens (quemadmodum mox oſtendam.) Extat hoc theorema in *Actis Lipſienſibus menſe Sept. anno* 1687; ſed abſque ulla demonſtratione. Verum neuter ex his argumenti hujus amplitudinem videtur attendiſſe.

Quod ſi enim compleas duos circulos, quorum arcus continent *Lunulam Hippocratis*, verum idem eſt, non tantum de punctis in altero ſemicirculo ACB, ſed etiam in illis ſemicirculi AEB, propter eaſdem rationes. Quemadmodum apparet ex Schemate annexo, in quo notavi puncta in ſemicirculo ACB (correſpondentia punctis Dn. *Perks* in AEB) correſpondentibus literis minutis Latini & Græci alphabeti.

Si Dn. *Perks* conſtructionem ſuam reddidiſſet univerſalem, efficiendo ut utraque linea EA & EB, occurreret majori circulo (quod futurum fuiſſet, protrahendo has lineas & majorem circulum, uſque dum concurrerent) potuiſſet forte invenire, portiones ſpatiorum A·CM, BHCN (ſupponendo MCN paralle- TAB. IV. Fig. 5.

 lam

lam ipſi AB) eſſe quadrabiles, æque ac illas *Lunulæ Hippocrateæ*; & cum EA ſit recta, portionem AED *Lunulæ Hippocrateæ* eſſe ad Aιδ (correſpondentem ipſi AιCM) in duplicata proportione ipſius Cι ad Aι. Nam ERι (ad R centrum minoris circuli) eſt in hoc caſu angulus rectus.

Pag. 310. Porro: ſi ſumatur punctum quoddam ι in ſemicirculo ACB, & procedatur juxta Dn. *Perks* conſtructionem, univerſalem, juxta ſupra dicta, redditam; invenietur ab uno latere trilineum Aιδ (contentum arcubus Aι, Aδ, & recta ιδ) æquale triangulo rectilineo Aιφ. Et ab altero latere, trilineum contentum arcu Bι (complemento ipſius ιA ad ſemicircumferentiam) & arcu B*d* (complemento ipſius Aδ ad quartam partem circumferentiæ) & recta ι*d* (hoc eſt, trilineum BHC*d* diminutum ſegmento Cι) æquale triangulo rectilineo Bι*f*. Et quod duo illa ſpatia Aιδ, & *differentia* ipſius BHC*d* a ſegmento Cι (partes Lunulæ ACB *g*γA) junctim ſumpta æqualia ſint triangulo ACB; æque ac duo ſpatia AED & GED, partes *Lunulæ Hippocrateæ*.

Ita ut ſummatim appareat, quod ſi duo circuli (continentes *Lunulam Hippocratis*) compleantur; hæc *Lunula* AEBGA & altera ACB *g*γA, conficiant unum ſyſtema, & ſint conjugatæ figuræ.

Nam (ducta ut libet, recta CDE, vel Cιδ, vel C*fd*, per C centrum majoris circuli, duos hos circulos ſecante) ſpatium contentum duobus arcubus duorum horum circulorum, & parte dictæ rectæ (ſcilicet AED, aut Aιδ, aut BHC*d*) æquale eſt reſpective triangulo rectilineo AEF, aut Aιφ; aut Bι*f*.

Et accidit quidem, ut, ſi hæc linea ex C procedens ſit ad idem latus Diametri MN cum *Lunula Hippocratis*, antea dictum ſpatium (quod perfecte quadrabile eſt) ſolitarium ſit (plane ut ſunt partes *Lunulæ Hippocratis*, & duorum ſpatiorum AιCM, BHCN; quæ adeo ſunt partes *Lunulæ* propiorem ad invicem relationem habentes.

Quod ſi vero linea illa ex C procedens, ſit ad alterum latus ipſius MN, tum ſpatium, quod æquale eſt triangulo rectilineo eſt differentia duarum mixtilinearum figurarum (unius, trilinei; alterius, ſegmenti minoris circuli) ut ſupra dictum, quarum neutra ſeparatim quadrari poteſt.

Singula hæc patent ex demonſtratione Dn. *Perks*; quæ, cum exigua variatione (prout uſu venit in differentibus caſibus ejuſdem Theorematis) illis omnibus applicari poteſt, quanquam ipſe idem non adverterit.

In

In dimenſione partium *Lunulæ Hippocratis*, præſumi forte poſſet, triangulum æquale ſtatutum portioni *Lunulæ*, fore partem trianguli, cui tota illa *Lunula* æqualis cenſeri conſuevit (hoc eſt, triangulum æquale ſtatutum portioni ADE, debere eſſe reſpectivam partem ipſius ACB, quæ æqualis eſt toti *Lunulæ*) quod in ea Dni *Perks* non habetur. Act. Erud. An. 1700. M. Julii. Pag. 311.

Verum in illa ſupra memorata Dn. Tſchirnhauſii continetur, quod hic propoſitum eſt.

Si ex puncto quodam circumferentiæ minoris circuli E, demittatur ad AB perpendicularis, ſecans eandem in L, ducaturque recta CL; triangulum CAL eſt æquale portioni *Lunulæ* AED (Et conſequenter triangulum CBL, æquale portioni BED.)

Quod (quoniam a Dn. *Tſchirnhauſen* prorſus non eſt factum) breviter demonſtrabo, ita ut demonſtratio attingere poſſit *portiones* conjugati ſpatii ACB$g\gamma$A.

Nam triangula ACB, AEF, ſunt ſimilia, cum unumquodque ſit ſemis quadrati; atque adeo per 10 VI^{ti}, triangulum ACB eſt ad triangulum AEF in duplicata proportione ipſius BA, ad AE; hoc eſt, per 8 VI^{ti}, ut BA ad AL. Verum, per 1 VI^{ti}, triangulum ACB eſt ad triangulum ACL, ut BA ad AL. Itaque, per 9 V^{ti}, triangula ACL & AEF ſunt æqualia. Sed triangulum AEF demonſtratum eſt (a Dn. *Perks*) æquale portioni AED. Atque adeo dicta portio AED æqualis etiam eſt triangulo ACL. *Hucuſque* Gregorius.

Cogitavit de hac Quadratura Dni. *Perks* Dnus *Caſwellus* (antequam Dn. *Gregorius* vel Ego, eam vidiſſemus,) deditque ejus ſpecimen, quod porro proferri poſſet. Verum, cum otio non abundaret, adeoque laborem ejus per omnia momenta perſequendi ſuſcipere nollet, conſtituebam ego (ejus cum venia) dictum ſpecimen hic inſerere. Id quod ipſe conſulto declinans, ſupervacaneum rebatur, cum *D. Gregorius* interea temporis ſimile quid plenius præſtitiſſet. Res eo redit: ex centro B per A tertium circulum ducit, aliam *Lunulam* ab *Hippocratea* formantem; & portiones hujus Lunulæ admodum accurate quadrat: noſque manuducit ad novum ſyſtema, quod ſimili ratione tractari poteſt, ac *Hippocrateam* verſavit *D. Gregorius*.

Eruditis his de ſubjecto adeo trito diſquiſitionibus præter rem fuerit multa adjicere. Breviter tantum comparabo duas Quadraturas *Dn. Tſchirnhauſii* & *Dn. Perks*, in quantum inter ſe conveniant, aut ab invicem differant; deinde etiam oſtendam, quomodo per alterutram harum dividi poſſit *Lunula*, in quacunque data proportione. Pag. 312.

Digitized by Google

A. Erud. An. 1700. M. Julii. Dominus *Tſchirnhauſen*, demittens ex E ad AB perpendicularem EL, determinat triangulum ALC æquale portioni ADE.

TAB.IV. Fig. 6. Hoc conceſſo: dividere *Lunulam* poſſumus quacunque data proportione. Si dividamus AB ad L in tali data proportione; CL (propter communem altitudinem) in eadem proportione dividet triangulum ACB (quod æquale eſt toti *Lunulæ*) Et LE, ipſi ALB ad rectos angulos inſiſtens, determinabit punctum E; a quo ſi ducatur recta EC ad C, hæc, ad DE, dividet *Lunulam* in eadem proportione.

TAB.IV. Fig. 7. Dn. *Perks*, ad EDC ducens perpendicularem AF, ſemiquadratum AFE æquale demonſtrat propoſitæ portioni ADE; quod ſemiquadratum eſt ſimilis ſimiliterque ſita figura ad AE; ut ABC ad AB.

Atque adeo (quia ſimiles figuræ ſunt in duplicata ratione ſuorum laterum reſpectivorum) ſi AE ita inſcribamus, ut quadratum ab AE ſit ad quadratum AB, in tali data proportione, *Lunula* ad DE diviſa erit, prout requiritur.

Atque hoc obtinebit (ſi debite applicetur, prout diverſi caſus requirunt) utut E (continuato Semicirculo) ponatur ultra B. Nihilominus enim ſimiles figuræ erunt in duplicata proportione reſpectivorum ſuorum laterum; & $CE = CD \pm DE$. Atque id etiam multo amplius perfici poteſt.

Omitto hoc, ne tædio ſim, applicare ſingulis partibus ſyſtematis, a *D. Gregorio* aut *D. Caſwell*, conſiderati.

Multo minus laborem ſumpturus ſum contemplandi Solida, quæ converſione ejus, aut partium ſuarum ſiunt, circa datum axem (exempli cauſa MN, aut AB, aut AC, aut BC) cum ipſorum ſuperficiebus & centris gravitatis; quemadmodum alibi feci pro Cycloide. Cui otium ad id ſuppetet (idque tanti æſtimabit) id præſtare poteſt methodis, illi ſimilibus, quam pro Cycloide adhibui.

M. Nov. Pag. 508.

JAC. BERNOULLI

Nova Methodus expedite determinandi Radios oſculi ſeu Curvaturæ in Curvis quibusvis Algebraicis.

METhodus hæc nec in radicum æqualitate, nec in Theorematis noſtris Menſ. Jun. Act. 1694. exhibitis fundata, ſed ſingulari quadam eruta ratione, radium curvaturæ in omni Curva Alge-

Algebraica citra ullum differentialium adminiculum generaliter exhibet, idque tanta facilitate & promptitudine, ut nihil poſſit expeditius. Sufficit enim pro ſingulis æquationis terminis, e veſtigio & nullo prævio calculo, alios quosdam ſubſtituere, prout e mox dicendis patebit: Eſto Curvæ cujusvis Algebraicæ (cujus utique tangens inventa ſupponitur) abſciſſa $AB = x$, applicata $BC = y$ & ſubnormalis $BD = z$ (quæ omnes datæ ſunt ob datum C punctum) & ſit inveniendus Radius Oſculi ſeu Curvaturæ CE. Act. Erud. An. 1700. M. Nov. TAB. V. Fig. 1.

Regula: Æquatione tota, quæ Curvæ naturam exprimit, ad unam partem conſtituta, & deleto ſi adſit termino, quem neutra indeterminatarum x & y ingreditur; reliquorum ſinguli, in quibus reperitur ſola x, repræſententur per fx^m; in quibus ſola y, per gy^n, & in quibus reperiuntur junctim x & y, per $bx^r y^s$; denotantibus nempe literis f, g, b terminorum ſuorum coefficientes, & literis m, n, r, s exponentes poteſtatum ipſarum x & y. Tum vero fiat fractio, in cujus - - - - - - *numeratore* - | *denominatore*, Pag. 509.

pro ſingulis	ſubſtituatur	*numeratore*	*denominatore*
fx^m		$+mfx^{m-1}$	$+\overline{m-mm}, fx^{m-2}yy$
gy^n		$-ngy^n$ - -	$+\overline{n-nn}, gy^{n-2}zz$
$bx^r y^s$		$+rbx^{r-1}y^s z -$ $sbx^r y^s$	$+\overline{r-rr}, bx^{r-2}y^{s+2} + \overline{s-ss}, bx^r y^{s-2}zz - 2rsbx^{r-1}y^s z$,

hoc eſt, loco datæ æquationis $fx^m + gy^n + bx^r y^s + a = 0$ (quæ forma eſt, ad quam omnes referuntur) ſcribatur

$$\frac{+mfx^{m-1}z - ngy^n + rbx^{r-1}y^s z - sbx^r y^s}{+\overline{m-mm}, fx^{m-2}yy + \overline{n-nn}, gy^{n-2}zz + \overline{r-rr}, bx^{r-2}y^{s+2} + \overline{s-ss}, bx^r y^{s-2}zz - 2 + sbx^{r-1}y^s z}$$

; quo facto, ut denominator fractionis ad ipſius numeratorem, ſic erit CD ad radium oſculi quæſitum CE.

Exemp. 1. Æquatio pro Parabolis omnis generis eſt $x - y^n = 0$. Conf. x cum fx^m, & zy^n cum gy^n; erit $f = 1$, $m = 1$, $g = -1$, & $n = n$: quibus valoribus ſubſtitutis reſultat fractio $\frac{z + ny^n}{\overline{nn-n}, y^{n-2}zz}$

$$= \frac{z + nx}{\overline{nn-n}, y^{n-2}zz} = \text{ob } ny^{n-2}z = 1 \text{ ex natura Parab.) } \frac{z + nx:}{\overline{n-1}, z}$$

unde $\overline{n-1}, z. z + nx :: CD. CE$, ſive, $z. + z + nx :: CD. \overline{n-1} CE$; quod propter ſubtangentem Parab. $BE = nx$ hanc facillimam conſtructionem ſuppeditat: Ex puncto F, ubi tangens CF ſecat

Digitized by Google

Act.Erud. An. 1700. M. Nov. Pag. 510. cat axem, excitetur axi perpendicularis FG, cui occurrat producta DC in G, erit $DG = \overline{n-1}$, CE adeoque $CE = \frac{1}{n-1} DG$.

Exemp. 2. Sit Æquatio Curvæ $y^3 + x^3 + xxy - xyy + a^3 - aay + aax - axx + ayy = 0$. Neglecto a^3, & collatis

$+y^3$ cum gy^n, habetur $g=1$, & $n=3$	$-aay$ cum gy^n, habetur $g=aa$, & $n=1$
$+x^3$ - - fx^m - - $f=1$. $m=3$	$+aax$ - - fx^m - - $f=aa$ - $m=1$
$+xxy$ - - $bx^r y^s$ - - $b=1$. $r=2$. $s=1$	$-axx$ - - fx^m - - $f=-a$ - $m=2$
$-xyy$ - - $bx^r y^s$ - $b=-1$. $r=1$. $s=2$	$+ayy$ - - gy^n - - $g=a$ - $n=2$

quibus ubique ſurrogatis exurgit fractio

$$\frac{-3y^3 + 3xxz + 2xyz - xxy - yyz + 2xyy + aay + aaz - 2axz - 2ayy}{-6yzz - 6xyy - 2y^3 - 4xyz + 2xzz + 4yyz + 2ayy - 2azz};$$

Dico, hujus denominatorem ad numeratorem ſe habere, ut CD ad quæſitam CE.

Obſerv. 1. Cum data ſit relatio inter x, y, z, ſeu AB, BC, BD, CD, poterit ejus ope ſemper una pluresve harum quantitatum e fractione eliminari, eoque quæſitum in terminis plerumque ſimplicioribus exhiberi; ut ſupra in primo exemplo contigit.

2. Non opus eſt, ex data æquatione tollere prius fractiones & ſurditates, quando hæ ſimplices duntaxat poteſtates quantitatum x & y innuunt. Tantundem enim eſt ex.gr. $\frac{aa}{x}$ atq; aax^{-1} $\sqrt{ax}$ atque $a^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}}$, $\sqrt[3]{xyy}$ atque $x^{\frac{1}{3}} y^{\frac{2}{3}}$. &c.

3. Imo nunquam illas tollere eſt opus, etiamſi ſigna radicalia binomia & multinomia involvant. Non minus enim aſſignari poteſt, quid pro talibus in fractione ſit ſubſtituendum.

Pag. 511. Sic ſi habeatur in æquatione quantitas ſurda $\sqrt[n]{x^m + a^m}$, brevitatis cauſa dicta p, ejus loco in numeratore fractionis ſurrogo $\frac{mx^{m-1}z}{np^{n-1}}$ in denominatore repono $+ \frac{\overline{m-mm}x^{m-2}yy}{np^{n-1}} + \frac{\overline{n-1}, mmx^{2m-2}yy}{nnp^{2n-1}}$, pariterque etiam in aliis.

4. Haud abſimili methodo tangentibus inveniendis regula præſcribi poteſt, quanquam eadem vulgari quoque differentialium calculo haud difficulter eliciatur. Sit rurſum data æquatio $fx^m + gy^n + bx^r y^s + a = 0$; dico fore

Sub-

Subnorm. $BD = \frac{-mfx^{m-1} - rbx^{r-1}y^s}{+ngy^{n-1} + sbx^r y^{s-1}}$ | Subtang. $BF = \frac{-ngy^n - sbx^r y^s}{+mfx^{m-1} + rbx^{r-1} y^s}$ |

Segm. axis $AF = \frac{-ngy^n - sbx^r y^s - mfx^m - rbx^r y^s}{+mfx^{m-1} + rbx^{r-1} y^s}$; cui ſimilem jam regulam in primo Actorum anno exhibuit Nobil. Dom. Tſchirnhaus, niſi quod ipſe in ordinanda æquatione ad maximam poteſtatem y reſpicere jubeat, quod hic non eſt neceſſe. Sufficit, quod omnes termini æquationis ab una parte collocentur.

Atque hæc ſunt, quæ publico hac vice impertiri lubuit. Eorum veritatem qui examinare velit, regulam noſtram tentet in variis Curvis, de quarum radiis curvaturæ per alias methodos jam conſtat: qui vero in artificium inventionis ipſum curioſius inquirit, hoc ſibi ad ſolvendum velut ænigma proponat, donec ſolutum dedero ipſe.

JAC. BERNOULLII

M. Dec. Pag. 551.

QUADRATURA ZONARUM CYCLOIDALIUM PROMOTA;

Problema item Centri gravit. Sectoris ſolidi Cycloidici ſolutum.

Conf. Acta Lipſ. pag. 436. & 454. *Anni* 1699.

Quemadmodum Problema Sectionis Angularis in ratione determinata numeri ad numerum Algebraicum eſt, ſed indefinite in data ratione quacunque tranſcendens: ita quoque Zonæ Cycloidales quadrabiles, qualis IKDB, algebraice quidem determinantur, ſicubi ratio arcuum AM & AL datur in numeris; indefinite vero & generaliter nulla æquatione algebraica finita exhiberi poſſunt, quamvis interim Problema facillime conſtruere liceat hoc modo: Sit AC portio Cycloidis, A vertex, AH axis, AQ quadrans Circuli genitoris, H circuli centrum. Fiat AP perpendicularis & æqualis ipſi AH, datoque in ea ubivis puncto G biſecetur GP in R, ac junctæ HG ducatur parallela recta RS. Trajecta porro indefinite recta CF parallela ipſi HQ, quæ ſecet Cycloidem in C, Circulum Genito-

Pag. 552.

TAB. VI. Fig. 1.

nitorem in E & axem in F, abſcindatur in HQ quarta proportionalis ad AH, AG & CE, quæ ſit HT: centro T radio Circuli Genitoris deſcribatur arcus circuli ſecans Cycloidem in duobus punctis, quorum remotius ab axe ſit U, per quod transeat recta UN; parallela ipſi HQ, & producta in O, ut ſit NO = HF: erit O ad curvam quandam OSP, quæ rectam RS ſecabit in puncto optato S: hinc enim ſi demittatur in axem SK parallela HQ, eique abſcindatur æqualis HI, ac per K & I agantur rectæ KD & IB, itidem parallelæ ipſi HQ, quæque ſecent Cycloidem in D & B, Circulum Genitorem in M & L, erit & Zona IKDB quadrabilis, hoc eſt æqualis triangulis rectilineis HAL — HAM + IAL — KAM; & arcus AM ad AL in ratione data AG ad AH, ut requirebatur. Demonſtrationem, quæ intellecta noſtra analyſi pag. 454. A. *1699*. neminem latere poteſt, addere ſuperſedeo. Inventio porro Sectoris ſolidi IBAD (fig. III. TAB. II. Act. *1699*) oriundi ex converſione Sectoris plani IAB circa axem AI, qui centrum gravit. habeat algebraice determinabile, calculum requirit prolixum magis, quam arduum: Salvo enim hujus errore reperio, quod poſita $AH = 1$, ſumptaque $AK = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{2}}$, & $KI, = \frac{2}{3} + \frac{1}{3}\sqrt{\frac{1}{2}}$, diſtantia centri grav. Sectoris a vertice A ſit futura $\overline{9 + 22\sqrt{\frac{1}{2}}} : \overline{6 + 30\sqrt{\frac{1}{2}}}$.

DE

DE FABA S. IGNATII

Act.Erud. An. 1700. M. Dec. Pag. 512.

Excerpta quædam ex epiſtola P. Camelli ad J. Rayum & J. Petiverum,

exhibita in Actis Anglicanis Societatis Regiæ, An. 1699. pag. 87. ſeqq.

FAbæ S. Ignatii, quas Indus *Igaſur*, & *Mananaog*, id eſt Victorioſas, Hiſpanus nucleos, ſeu pepitas de *Byſayas*, aut *Catbalogan* vocat, legitimæ ſunt Serapionis Nuces Vomicæ, quæ recentes ab argentea lanugine ſplendent, & inæquales, variæque formæ deprehenduntur. Harum non raro viginti quatuor in fructu quodam Melone majore, (qui delicatiſſima cuticula lævi, ſplendente & viroris luridi, ſubter quam alius cortex deliteſcit ſubſtantiæ quaſi lapideſcentis, cooperitur) coarctantur, carne quadam flava & molli interjecta. Sequitur hic fructus florem ſuum, & ſoboles eſt plantæ *Catalongay* & *Cantara* dictæ; quæ arbores quasvis altiſſimas ſeſe involvendo ſcandit, & truncum lignoſum, levem, poroſum, ad brachii quandoque craſſitiem accedentem, corticem ſcabrum, craſſum & cinereum, atque folia ampla, nervoſa, amara obtinet. Fabæ exſiccatæ avellanæ nuci cum putamine pares, nodoſæ, duriſſimæ, diaphanæ, & quaſi corneæ ſubſtantiæ ſunt, ſaporis ſemine citri multo intenſius amari, coloris autem inter album & glaucum medii, prout & ipſe Serapio tradidit. In inſulis Philippinis, quæ natale ipſis concedunt ſolum, magnarum æſtimantur virium. Potiſſimum præſervare a veneno ſo maleficorum, varia aconita ore recondentium, inſufflato halitu, & ab omni veneno, peſte, contagio, incantationibus magicis, philtris &c. immunes præſtare dicuntur eos, a quorum collo amuleti inſtar propendent. Interne vel in infuſo, vel in ſubſtantia ſub pulveris forma, vel fruſtatim aſſumuntur. Vomitum ut plurimum concitant, dejectiones quandoque, motus ſpasmodicos & convulſivos fere ſemper in Hiſpanis, in Indis minime. Ad expellendum venenum vel compeſcendos nimios ſpirituum motus ſi exhibeantur, quocunque tempore, in aliis morbis mane jejuno ſtomacho, ad vomitum ciendum una alterave hora poſt paſtum ad ℈ Semis cum aliis levioribus emeticis ſumuntur. Collaudantur præterea nucum harum vires in febri tertiana & quartana; ad urinam & menſes provocandos; ſecundinam, fœtum mortuum, lumbricos pellendos; partum difficilem promo- Pag. 513.

Act. Erud. An. 1700. M. Dec. vendum; dolorem colicum ſedandum; cruditates ventriculi, diarrhœam, teneſmum, hepatis atque lienis obſtructiones tollendas, &c. Nucis fragmentum, viperæ aliorumve animalium morſui, aut vulneri telo venenato inflicto impoſitum, venenum lapidis Colubrini inſtar adhærendo extrahit; ad hæmorrhagias cæteroquin ſiſtendas pulvis commendatur. In Catalepſi, Apoplexia,
Pag. 554. Paralyſi, Lethargo, Epilepſia, Aſthmate, Catarrho ſuffocativo & Odontalgia, fruſtellum linguæ ſuppoſitum apophlegmatiſmi vices ſuſtinet, ita ut hoc modo agonizantes quaſi reſuſcitati fuerint, ut res ſuas componere adhuc valuerint. Oleum tandem per infuſionem, & aliud compoſitum ex nucibus paratur, iisdem viribus celebre.

Explicatio Figurarum.

TAB. VI. Fig. 2. 3. 4. Fig. II. exhibet florem cum foliis plantæ Catolongay.
III. fructum illius plantæ, melone majorem.
IV. quatuor nuces vomicas legitimas Serapionis ſeu Fabas S. Ignatii.

F I N I S.

INDEX
AUCTORUM AC RERUM,

Quæ in hoc tertio Volumine continentur.

ANALYTICA ET ARITHMETICA.

D. M. HOSPITALII. *Solutio Problematis Geometrici propoſiti in Actis Erud.* 1693. *pag.* 9
Difficultas ſuper ſolutione problematis Bernoulliani quæ habetur in Commentariis Mathematico-Phyſicis Pariſ. 12
J. BERNOULLI. *Curvatura laminæ elaſticæ, ejus identitas cum curvatura lintei. Radii circulorum oſculantium &c.* 25
- - - *Solutio problematis Leibnitiani de curva acceſſus & receſſus æquabilis a puncto dato mediante rectificatione curvæ elaſticæ.* 37
G. G. L. *Nova calculi differentialis applicatio & uſus ad multiplicem conſtructionem, ex data tangentium conditione.* 41
- - - *Conſtructio propria problematis de Curva iſochrona paracentrica, ubi & generaliora de natura & calculo differentiali oſculorum & de conſtructione linearum tranſcendentium &c.* 50
JAC. B. *Conſtructio curvæ acceſſus & receſſus æquabilis, ope rectificationis Curvæ cujusdam Algebraicæ, addenda nuperæ ſolutioni menſis Junii.* 65
C. H. Z. *Conſtructio univerſalis problematis a Joanne Bernoullio propoſiti.* 67
- - - *Excerpta ex Epiſtola ad* G. G. L. 68
G. G. L. *Additio* 69
M HOSPITALII. *Enodatio difficultatis propoſitæ in Actis Eruditorum* 1694. *ſuper ſolutione problematis Bernoulliani.* 73
JAC. BERNOULLI. *De methodo Tangentium inverſa &c.* 77
JOH. BERNOULLI. *Conſtructio facilis acceſſus æquabilis a puncto dato per rectificationem curvæ Algebraicæ.* 80
- - - *Modus generalis conſtruendi omnes æquationes differentiales primi gradus.* 84
Additamentum effectionis omnium quadraturarum & rectificationum curvarum per ſeriem quandam generaliſſimam. 86

M. HOSPITALII. *Solutio Problematis Phyſico-Mathematici.* 95
JOH. BERNOULLI. *Animadverſio in præcedentem ſolutionem.* 99
JAC. BERNOULLI. *Solutiones ſuperioris problematis.* 104
G. G. L. *Notatiuncula ad conſtructiones Lineæ in qua Sacoma, æquilibrium cum pondere moto faciens incedere debet. Et quædam de Quadraturis.* 120
BERNHARDI NIEUWENTIIT. *Conſiderationes circa analyſeos ad quantitates infinite parvas applicatæ principia &c.* 128
MARCH. HOSPITALII. *Solutio Problematis propoſiti Ann.* 1694. *una cum conſtructione ſimpliciſſima alterius cujusdam problematis affinis.* 136
G. G. L. *Reſponſio ad nonnullas difficultates a D. B. Nieuwentiit circa methodum differentialem motas.* 138
- - - *Addenda ad prædictam Reſponſionem.* 145
D. MARCHIONIS HOSPITALII. *Theorema novum de quadrandis cycloidibus baſium circularium, pro quavis diſtantia puncti deſcribentis a centro circuli mobilis.* 147
JAC. BERNOULLI *Explicationes, annotationes & additiones ad ea, quæ in Actis* 1694 *de curva elaſtica, Iſochrona, Paracentrica & Velaria leguntur; ubi de Linea mediarum directionum, aliisque novis.* 179
B. NIEUWENTIIT. *Analyſis infinitorum, ſeu curvilineorum proprietates ex Polygonorum natura deducta.* 195
JOH. BERNOULLI. *Demonſtratio Analytica & Synthetica ſuæ conſtructionis curvæ Beaunianæ A.* 1693. 197
G. G. L. *Notatiuncula ad Actis Decemb.* 1695. 202
JACOBI BERNOULLI *Obſervatiuncula ad ea quæ nupero menſe Novembri, de dimenſione curvarum publicata leguntur. Auctore* D. T. 204
- - - *Conſtructio generalis omnium curvarum tranſcendentium ope ſimplicioris Tractoriæ & Logarithmicæ.* 206
JOH. BERNOULLI *Supplementum defectus Geometriæ Carteſianæ circa inventionem Locorum; annotata quædam in Schediaſma Leibnitianum & Tſchirnhauſianum, de complanatione ſuperficierum Conoidearum & Sphæroidearum. Problema novum Mathematicis propoſitum.* 208
JAC. BERNOULLI. *Problema Beaunianum univerſalius conceptum; ſive ſolutio æquationis nupero Dec. propoſitæ &c.* 213
D. T. *Reſponſio ad obſervationes D.D. Bernoulliorum, quæ in Actis Junii* 1696 *continentur.* 226
JOH. BERNOULLI. *Tetragoniſmus univerſalis Figurarum curvilinearum per conſtructionem geometricam continue appropinquantem;*

Adden-

Addenda ad ea quæ A. 1694. m. Novemb. de eadem materia habentur. 231
Notatiuncula circa Problema propoſitum a Joh. Bernoullio. 240
M. HOSPITALII; *Addenda ad ejus Solutionem problematis æquilibrii.* 254
BERNOULLI. *Additio.* 255
HELLFY. *Specimen excellentiæ Algebræ modernæ in opticis.* 261
JOH. BERNOULLI *de Conoidibus & Sphæroidibus quædam; Solutio analytica æquationis in Actis 1695 propoſitæ; Notatiunculæ in reſponſionem a* D.T. *nupero Novembri editam &c.* 283
B. NIEUWENTIIT. *Conſiderationes ſecundæ circa calculi differentialis principia, & Reſponſio ad* G.G.L. 287
JOHANNIS BERNOULLI. *Principia Calculi exponentialium ſeu percurrentium.* 288
Analyſis infinite parvorum ad linearum curvarum intelligentiam inſerviens. 295
BERN. NIEUWENTIIT. *Excerpta ex ejusdem conſiderationibus ſecundis circa calculum differentialem.* 322
D.T. *Specimen methodi cujus ope datum ſpatium in ratione data dividitur licet ejus quadratura ſit ignota.* 332
JAC. BERNOULLI. *Solutio difficultatis cujusdam circa naturam flexus contrarii.* 334
- - - *Aadenda ad conſtructionem Problematis Beauniani.* 336
JOH. BERNOULLI. *Solutio Problematum Jacobi Fratris propoſitorum in Actis Eruditorum* 1697 *M. Majo.* 351
JACOBI BERNOULLI. *Demonſtratio ſynthetica Problematis de infinitis Cycloidibus, abſque adminiculo infinite parvorum; item conſtructio aliorum huic affinium a ſe propoſitorum m. Majo* 1697. 365
- - - *Solutio ſex Problematum fraternorum in Ephemer. Gall. propoſitorum.* 368
- - - *Solutio Problematis fraterni in Actis A.* 1697. *propoſiti de curva infinitas logarithmicas ad angulos rectos ſecante.* 372
D.T. *De Methodo arcus curvæ parabolicæ inter ſe comparandi.* 374
JOH. BERNOULLI. *Inveſtigatio Algebraica arcuum parabolicorum aſſignatam inter ſe rationem habentium.* 376
- - - *Theorema univerſale rectificationi Linearum curvarum inſerviens. Nova parabolarum proprietas. Cubicalis primariæ arcuum menſura.* 410
- - - *Annotata in ſolutiones fraternas problematum quorundam ſuorum.* 413
JACOBI BERNOULLI. *Quadratura Zonarum cycloidalium demonſtrata.* 454

Digitized by Google

G. G. L. *Reſponſio ad Duillierium ; acceſſit nova Artis Analyticæ promotio.* 495

JAC. BERNOULLI. *Solutio propria Problematis Iſoperimetrici.* 513

JOH. BERNOULLI ; *ad novas ſpatiorum cycloidalium quadraturas exhibitas Anno* 1699. *augmentum ; & quædam de centro gravitatis.* 518

JACOBI BERNOULLI. *Nova methodus expedite determinandi radii oſculi.* 532

- - - *Quadratura Zonarum Cyclodalium promota : problema item centri gravitatis Sectoris ſolidi Cycloidici ſolutum.* 535

ANATOMICA.

JOH. JAC. HARDERI. *Glandula nova lacbrymalis una cum ductu excretorio in Cervis & damis.* pag. 1

JOH. B. *de motu muſculorum.* 16

G. BERGERI *de Arteriæ Aortæ diviſione in ramos Carotides & ſubclavios.* 382

CHRISTOPHORI PITT ; *de motu Stomachi periſtaltico obſervatio in Cane.* 429

DUPRE'. *Deſcriptio quinque parium muſculorum diverſis capitis motibus inſervientium, a Cowpero recenſita.* 449

G. COWPERI. *Hiſtoria de magni tendinis ſuram inter & calcem transverſim diſſecti ; ſutura interveniente, unitione ac curatione &c.* 469

- - - *Deſcriptio duarum glandularum una cum ductibus excretoriis nuper in corpore humano detectarum.* 509

ASTRONOMICA.

G. KIRCHII. *Calendarium cæleſte novum.* 6

- - - - *Obſervationes eclipſium Solarium, Gubenæ, Anni* 1693. 94 *& ſeqq.* 59

JO. WURZELBAUR. *Eædem Eclipſes Noribergæ obſervatæ.* 62, 64

JO. ABR. IHLE. *Eadem Eclipſis obſervata Lipſiæ.* 63

Collectio obſervationum factarum in multis peregrinationibus juſſu Regis Galliæ ad Aſtronomiam & Geographiam ſpectantium. 89

C. BUSINGII. *De ſitu Telluris Paradiſiacæ & Chiliaſticæ Burnetiano.* 175

Meridiana Templi S. Petronii D. CASSINI. 200

Mercurii in Sole viſi, obſervationes ad Ann. 1690. 31. *Octobr. ſtyl. vet.* 248

Ex-

Excerptum ex Ephem. GODOFR. KIRKII. *A.* 1692. 250
Obſervatio Mercurii in Sole viſi, WURZELBAUR. 252
- - - MICHAELIS ARNOLDI. 253
PH. WURZELBAUR. *Obſervatio Mercurii ſub Sole, Noribergæ* 1697. *d.* 24. *Oct. ſt. vet. inſtituta.* 355
- - - *Noribergæ ſitus Geographicus ſecundum latitudinem & longitudinem.* 359
Obſervationes Sinenſes communicatæ a CASSINO. 427
DE LA HIRE. *Obſervatio Cometæ* 1698. 434
WURZELBAUR. *Eclipſis Solis* 1699. $\frac{13}{23}$ *Septembris Noribergæ obſervata.* 464

BOTANICA.

JOH. WOODWARD. *Meditationes quædam & experimenta circa vegetationem.* pag. 475

GEOGRAPHICA.

Collectio obſervationum factarum in multis peregrinationibus, juſſu Regis Galliæ ad Geographiam ſpectantium &c. 89
MENSONIS ALTING. *Deſcriptio ſecundum antiquos agri Batavi & Friſii, una cum conterminis.* 345

GEOMETRICA.

VINCENTII VIVIANI. *Exercitatio de formatione & menſura fornicum.* 22
THOMÆ CEVÆ S. J. *Inſtrumentum pro ſectione cujuscumque anguli rectilinei in partes quotcunque æquales.* 132
P. W. *Excerptum ex Literis circa dictum inſtrumentum.* 145
JOH. BERNOULLI. *Meditatio de dimenſione linearum curvarum per circulares.* 150
D. T. *Nova & ſingularis Geometriæ promotio circa dimenſionem quantitatum curvarum.* 164
G. G. L. *De novo uſu centri gravitatis ad dimenſiones, & ſpeciatim pro areis inter curvas parallelas deſcriptas ſeu rectangulis curvilineis, ubi & de parallelis in univerſum.* 168
DE LA HIRE. *Adverſaria Mathematica & Phyſica.* 169
JAC. BERNOULLI. *Conſtructio generalis omnium curvarum tranſcendentium ope ſimplicioris Tractoriæ & Logarithmicæ.* 206
- - - *complanatio ſuperficierum conoidicarum & ſphæroidicarum.* 222

JOH.

JOH. BERNOULLI. *Problema alterum pure Geometricum priori ſubnexum ac peculiari programmate Groningæ Eruditis propoſitum.* 281
D. T. *Quadratura univerſalis figurarum Curvilinearum per ſeries infinitas, ſimplici transpoſitione rectarum linearum formatas.* 282
JAC. BERNOULLI. *Solutio Problematum fraternorum peculiari programmate &c. propoſitorum.* 307
HOSPITALII. *Solutio ejusdem Problematis.* 313
D. T. *Methodus Univerſalis Theoremata eruendi, quæ curvarum naturas ſimpliciſſime exprimunt, item de Problemate Bernoulliano.* 316
Epiſtola quæ concernit ſolutionem eorundem Problematum Bernoullianorum. 318
G. G. L. *Epiſtola ad Actorum collectores.* 320
Civis Atlantici excerpta de rectificandis Curvis &c. 430
JOH. BERNOULLI. *Cycloidis primariæ Segmenta innumera quadraturam recipientia &c.* 436
Epiſtola D. WALLISII *ad D. Sloan concernens quadraturam partium Lunulæ Hippocratis Chii, a Joanne Perks exhibitam cum ulterioribus Davidis Gregorii & Joan. Caswelli ad eandem additionibus.* 527

HISTORIA NATURALIS.

CASPARI BARTHOLINI *Thomæ filii; de fontium fluviorumque origine ex pluviis.* 275

INSTRUMENTA ET MACHINÆ.

D. PAPINI. *Faſciculus diſſertationum de novis quibusdam Machinis atque aliis argumentis philoſophicis.* 152

MECHANICA ET STATICA.

JOH. BERNOULLI. *De motu muſculorum.* 16
JAC. BERNOULLI. *Curvatura Laminæ elaſticæ, lintei & radii circulorum oſculantium.* 25
G. G. L. *Specimen dynamicum pro admirandis Naturæ legibus circa corporum vires & mutuas actiones detegendis & ad ſuas cauſas revocandis.* 109
- - - *Notatiuncula ad conſtructiones lineæ in qua Sacoma, æquilibrium cum pondere moto faciens incedere debet. Et quædam de quadraturis.* 120
HOSPITALII. *Addenda ad ejus ſolutionem problematis æquilibrii.* 154
G. G. L. *Communicatio ſuæ pariter, duarumque alienarum ad edendum*

dum ſibi primum a D. Jo. Bernoullio, deinde a D. M. Hoſpitalio communicatarum ſolutionum problematis curvæ celerrimi deſcenſus, a D. Jo. Bernoullio Geometris publice propoſiti, una cum ſolutione ſua problematis alterius ab eodem poſtea propoſiti. 297
JOH. BERNOULLI. *Solutio Problematis de invenienda linea Brachyſtochrona, id eſt in qua grave a dato puncto ad datum punctum breviſſimo tempore decurrit, & de curva Synchrona ſeu radiorum unda conſtruenda.* 302
HOSPITALII. *Solutio Problematis de linea celerrimi deſcenſus.* 312
- - - *Solutio Problematis propoſiti m. Majo 1697 a D. Jac. Bernoullio, deſumpta ex methodo de maximis & minimis, adduntur & aliæ ſolutiones quinque Problematum huic affinium, a Joh. Bernoullio propoſitorum.* 348
- - - *Additio.* 350
JOH. BERNOULLI. *Demonſtratio Iſochroniſmi deſcenſuum in Cycloide &c.* 376
DAVIDIS GREGORII *Catenaria.* 383
Animadverſio ad Davidis Gregorii Catenariam. 421
HOSPITALII. *Facilis & expedita Methodus inveniendi ſolidi rotundi minimæ reſiſtentiæ.* 444
N. FATII DUILLIERI. *Lineæ breviſſimi deſcenſus Inveſtigatio Geometrica cui addita eſt Inveſtigatio Geometrica ſolidi rotundi minimæ reſiſtentiæ.* 458
JOH. BERNOULLI *Adnotata ad ea quæ in Libro Fatii Duillierii notantur.* 461
- - - - *De ſolido rotundo minimæ reſiſtentiæ, addenda iis quæ de eadem materia habentur in Actis A. 1699. M. Novemb.* 505
Reſponſio ad Animadverſionem ad Davidis Gregorii Catenariam. 522

MEDICA.

Medicina mentis & corporis. 121
GEDEONIS HARVEI. *Ars curandi morbos expectatione.* 157
G. G. L. *De novo Antidyſenterico Americano.* 193
B. CONNOR *Diſſertationes &c. de ſtupendo oſſium coalitu, de immani Hypogaſtrii Sarcomate.* 234
Remedium contra morſum animantium rabidorum. 427
JOH. FLOYER. *Tractatus de Aſthmate.* 440
De Faba S. Ignatii excerpta quædam. 537

METAPHYSICA.

G.G.L. *De primæ philoſophiæ emendatione & de Notione ſubſtantiæ.* 7

ME-

METEOROLOGICA.

G.C. EIMMARTI. *Phænomenon annuum veſpertinum detectum Norimbergæ.* 4
CASSINI. *Deſcriptio phænomeni trium ſolium eodem tempore viſorum.* 46
HALLEY. *De proportionali calore Solis in omnibus latitudinibus &c.* 256

MONUMENTA ANTIQUA AC ERUDITIO.

C.B. DE BEHRENS; *de opere Genealogico Familiarum emortuarum quod molitur.* 162
Explicatio marmoris cujusdam antiqui. 224
F. BLANCHINI. *De Lapide Antiati.* 362

NAUTICA.

JAC. BERNOULLI. *Circinus Proportionum Nauticus, Scala Loxodromica inſtructus, bujusque fabrica mire facilis.* 425

OPTICA, DIOPTRICA, ET CATOPTRICA.

Catoptricæ & Dioptricæ ſphæricæ Elementa. *Auct.* DAVIDE GREGORIO. 218
D.T. *Intimatio ſingularis novæque emendationis artis vitrariæ.* 220
Additio D.T. *ad hanc Intimationem.* 233
Refractio Solis inoccidui. 279
JOH. BERNOULLI. *Curvatura radii in diaphanis non uniformibus.* 302
D.T. *De magnis lentibus ſeu vitris cauſticis.* 337
- - - *Effectus ſingulares Lentis opticæ ad Teleſcopia.* 455

PHYSICA.

L.L. VALLEMONTII. *Deſcriptio magnetis Geniti in faſtigio novæ Turris Campanariæ B. Virginis Carnutenſis.* 23
DE LA HIRE. *Adverſaria Mathematica & Phyſica.* 169
C. BUSSINGII. *De ſitu Telluris Paradiſiacæ & Chiliaſticæ Burnetiano.* 175
B. CONNOR. *Diſſertationes de Antris Lethiferis, de montis Veſuvii incendio &c.* 234
SAMUEL. REYHERI. *Experimentum circa aquæ marinæ dulcedinem.* 326
FERDINANDI COM. MARSILII. *De Phoſphoro Bononienſi.* 328

VA-

VARIA.

Excerpta ex Commentariis Mathematico-phyſicis Acad. Regiæ Scientiarum Pariſiis. A. 1693. 70, 129
Varia opera Mathematica & Phyſica ab Academicis Regiis Scientiarum elaborata. 105
Medicina mentis & corporis. 121
Excerpta ex Commentariis Mathematico-Phyſicis Pariſ. A. 1692. 241
- - - *Continuatio excerptorum.* 1692 243
- - - *Continuatio eorundem excerptorum* 1692. 267, 270
Excerpta ex Tranſactionibus Philoſoph. Anglicanis. A. 1693. 273
G. G. L. *Noviſſima Sinica, Hiſtoriam noſtri temporis illuſtratura.* 342
- - - *De ipſa natura ſive de vi inſita actionibusque creaturarum; pro dynamicis confirmandis, illuſtrandisque.* 398
THOMÆ SAVERY. *Relatio de machina aquam ope ignis attollente.* 475
Regiæ Scientiarum Academiæ Hiſtoria, Auct. JO. BAPT. DU HAMEL. 478
MORALEC *De nova machina pro attollendis aquis.* 493

1.5. 110

548

Digitized by Google

1.5. 110

Digitized by Google

1.5.110 (vol.III)
rammendo piega,imbrachettatura,restauro carta:carta e velina giapponese,Tylose MH300p 6%;guardie C Ingres Vang 20231 e pelle uovo;cucitura su 4 nervi di fettuccia spigata di lino naturale ripiena di canapa 3 capi,con filo lino Barbours;indorsatura nelle caselle di carta giapponese 517 e successivamente a mascherina,escludendo i nervi e prolungandola sulle sguardie,la pelle uovo;capitelli naturali passanti sotto catenella,al centro fascicoli e attraverso l'indorsatura con anima,lasciata lunga,in fettuccia spigata naturale,cuciti con un filo di lino Barbours;coperta in pergamena semifloscia di capra, con ripieno dei piatti in cartoncino Fabriano L.C.;infilatura di nervi e capitelli.
Biblos s.n.c.
Firenze, novembre 1997

00564306A

Digitized by Google